תרגיל 10
תנודות

תרגיל 1. גוף מבצע תנודות הרמוניות לאורך ציר x סביב מצב שיווי משקל $x=0$
בתדירות $\omega=9\left[\sec^{-1}\right]$. ברגע מסוים קוארדינטת x של הגוף היא
$x_0=22\,[cm]$, ומהירות $v_0=90\left[\frac{cm}{\sec}\right]$. מצאו את:
א) קוארדינטה x ב) מהירות v_x של הגוף
כעבור זמן $t=1.9\,[\sec]$ מרגע זה.

תרגיל 2. כעבור כמה זמן גוף המבצע תנודה הרמוניות יהיה במרחק
של מחצית משרעת מנקודת שיווי משקל?
מחזור התנודות הוא $T=32\,[\sec]$, מופע התחלתי שווה לאפס.

תרגיל 3. כדור קטן מתנדנד בתנועה הרמונית. מחזור התנודות - $T=3\,[\sec]$,
המשרעת - $A=53\,[mm]$, מופע התחלתי שווה לאפס.
מצאו את מהירות הכדור ברגע כאשר המרחק ממצב שווי המשקל
הוא $x=17\,[mm]$.

תרגיל 4. המשרעת של תנודה הרמונית שווה ל- $A=7\,[cm]$
והמחזור הוא - $T=5\,[\sec]$.
מצאו את: א) מהירות מקסימלית של הגוף המתנדנד
ב) תאוצה מקסימלית של הגוף.

תרגיל 5. גוף נקודתי שמסתו $m=12\,[g]$ מתנדנד לפי החוק:

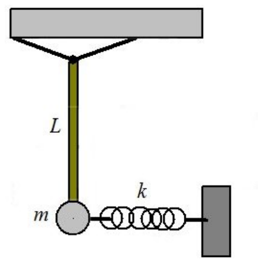
$$x=8\sin\left(\frac{\pi t}{5}+\frac{\pi}{4}\right)cm$$

מצאו את: א) הכוח המקסימלי הפועל על הגוף
ב) אנרגיה כוללת של הגוף המתנדנד.

תרגיל 6. את המשקולת התלויה בקצה חוט שאורכו $L=1.8\,[m]$
מסיטים לזווית של 7°, ועוקבים אחר תנודות קטנות
של המשקולת. בהנחה שהתנודות הרמוניות ולא מרוסנות,
מצאו את מהירות המשקולת כאשר היא עוברת את מצב
שיווי המקשל.

תרגיל 7. משקולת שמסתה $m=13[kg]$ תלויה בקצה הקפיץ במצב אנכי.
ידוע כי בהפשעת כוח של $F=8[N]$ הקפיץ מתארך ב- $17[cm]$.
מצאו את מחזור התנודות של המשקולת.

תרגיל 8. משקולת התלויה על קפיץ קל מאריכה אותו ב- $\Delta L=11[cm]$.
מהו מחזור של תנודות קטנות של המשקולת על קפיץ זה?



תרגיל 9. מצאו מחזור תנודות של משקולת קטנה שמסתה $m=0.9[g]$
התלויה במוט קל (בעל מסה זניחה) באורך $L=75[cm]$,
כאשר למשקולת מחובר קפיץ בעל מקדם $k=3.6\left[\frac{N}{m}\right]$.
במצב שיווי משקל המוט תלוי אנכית והקפיץ לא מתוח.

דוגמת ההסבר לתרגיל ב"לימוד"

תאור כללי

עבור מטוטלת מתמטית פשוטה, אנרגיה כללית שווה ל-

$$E=E_p+E_k=m\cdot g\cdot h+\frac{m\cdot v^2}{2}$$

מהשרטוט רואים כי: $h=L-\sqrt{L^2-x^2}\approx\frac{x^2}{2L}$

עפ"י ההגדרה: $v=x'$,

נציב: $E=m\cdot g\frac{x^2}{2L}+\frac{m(x')^2}{2}=A\cdot x^2+B(x')^2$

$$A=\frac{m\cdot g}{2L}, B=\frac{m}{2}$$

בהעדר חיכוך, אנרגיה כללית נשמרת: $E'=0$,

כלומר: $A\cdot x+Bx''=0$

מזה נובע: $x''=-\frac{A}{B}\cdot x$

עבור גוף שמתנדנד הרמונית, מקבלים משוואת תנועה
דומה: $a=-\omega^2\cdot x$

לכן מחזור תנודות של מטוטלת מתמטית שווה ל-

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{B}{A}}=2\pi\sqrt{\frac{\frac{m}{2}}{\frac{m\cdot g}{2L}}}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

נרשום ביטוי לאנרגיה כוללת של המערכת שנתונה
בצורה דומה (באמצעות x ו- x'), ונוכל להסיק לגבי
מחזור תנודות במקרה זה.

מציאת המחזור

במערכת הנתונה, מלבד המקשולת,
קיים גם קפיץ, לכן הביטוי לאנרגיה יהיה:

$$E = m\cdot g\frac{x^2}{2L}+\frac{m(x')^2}{2}+\frac{k\cdot x^2}{2}=\left(\frac{mg}{2L}+\frac{k}{2}\right)x^2+\frac{m}{2}(x')^2$$

כלומר, $A=\frac{mg}{2L}+\frac{k}{2}, B=\frac{m}{2}$

נציב בנוסחה למחזור תנודות הרמוניות, ונקבל תשובה.

תרגיל 10. שתי מטוטלות מתמטיות שאורכה של כל אחת L קשורות בקפיץ קל
בעל מקדם קשיחות k. במצב שווי המשקל המערכת נמצאת במצב המתואר
בסרטוט. את המטוטלות מסיטים לזוויות שוות במישור הסרטוט ומשחררים.
מצאו את מחזור התנודות של המערכת בשני מקרים:
א) ההסטה באותו כיוון לשתי המטוטלות;
ב) ההסטה בכיוונים מנוגדים.