

## משוואות דיפרנציאליות

### תרגיל 3

תרגיל 3.1 מצא פתרון פרטי של המשוואה  $(x-1)x \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$  שמקיים את התנאי:  $u(x, 1) = \frac{1}{x}$

תרגיל 3.2 נתונה המשוואה:  $(y-1) \frac{\partial u}{\partial x} + (x+3) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$

מצא ערך הפרמטר  $a$  שעבורו לא קיים פתרון המשוואה

שמקיים את התנאי:  $u(x, x+a) = x^2$

תרגיל 3.3 מצאו פתרון פרטי של המשוואה  $(y-5u-2u^2) \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u$

שמקיים את התנאי:  $u(y^2, y) = 1$

תרגיל 3.4 נתונה המשוואה:  $x \cdot y \frac{\partial u}{\partial x} + y \cdot u \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{x \cdot y}{16}$

מצאו ערך הפרמטר  $a$  שעבורו קיים אין סוף פתרונות

למשוואה שמקיימים את התנאי:  $u(x, x) = a \cdot x$

תרגיל 3.5 פתרו את בעיית השפה הבאה למשוואת החום:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x), \quad (0 < x < \pi, t > 0)$$

$$u(t, 0) = 0, \quad u(t, \pi) = 0$$

$$u(0, x) = \sin(5x) - 2\sin(3x) + 2\sin x$$

תרגיל 3.6 פתרו את בעיית השפה הבאה למשוואת החום:  $\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x), \quad 0 < x < \pi, t > 0$

$$u(0, x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{7} \\ 1, & \frac{\pi}{7} \leq x \leq \pi \end{cases}, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(t, \pi) = 0$$

תרגיל 3.7 פתרו את בעיית השפה הבאה למשוואת הגלים:  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t, x) = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x), \quad 0 < x < \pi, t > 0$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(0, x) = 3 \cos x, \quad u(0, x) = 2 \cos(5x) - 2 \cos(3x), \quad \frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(t, \pi) = 0$$

תרגיל 3.8 פתרו את בעיית השפה הבאה למשוואת הגלים:  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(t, x) = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x), \quad 0 < x < \pi, t > 0$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(0, x) = 0, \quad u(0, x) = \begin{cases} 3x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 3(\pi - x), & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}, \quad u(t, 0) = 0, \quad u(t, \pi) = 0$$