תיבה

תיבה – פאון שכל פאותיו הם מלבנים.

התיבה היא מקרה פרטי של מנסרה ישרה שבה הבסיסים הם מלבנים.

$ABCDA_1B_2C_3D_4$ - מנסרה ישרה

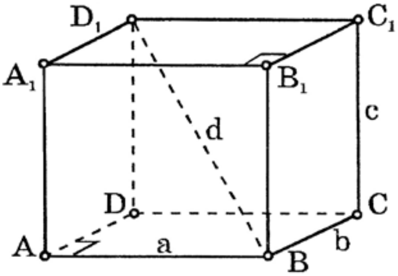
↓

$ABCD$ - מלבן

↓

$ABCDA_1B_2C_3D_4$ - תיבה ישרה

תכונות **האלכסונים** של תיבה ישרה:



$AC_1 = CA_1 = BD_1 = DB_1 = d$

$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

נפח תיבה ישרה:

$V = a \cdot b \cdot c$

קובייה

קובייה – תיבה שכל פאותיה ריבועים.

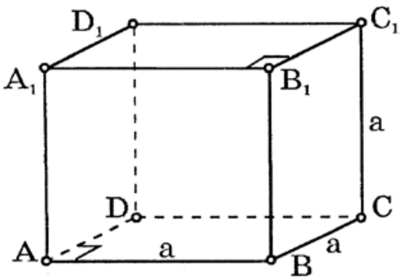
לקובייה 6 פאות שכולן ריבועים חופפים.

$ABCD\ A_1B_2C_3D_4$ - תיבה ישרה

$\Leftarrow$== **a = b = c**

$ABCD\ A_1B_2C_3D_4$ - קובייה

נוסחת **האלכסון:**



$d = a\sqrt{3}$

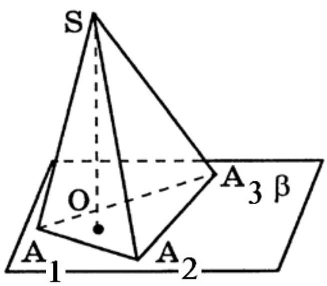
נפח הקובייה:

$V = a^3$

פירמידה

פירמידה – גוף הבנוי ממצולע (הנקרא **בסיס** הפירמידה), נקודה מחוץ למישור המצולע (הנקראת **ראש** הפירמידה), ומכל המשולשים הנוצרים על ידי הנקודה וצלעות המצולע (**מעטפת** הפירמידה).

פירמידה משוכללת – פירמידה שבסיסה – מצולע משוכלל.

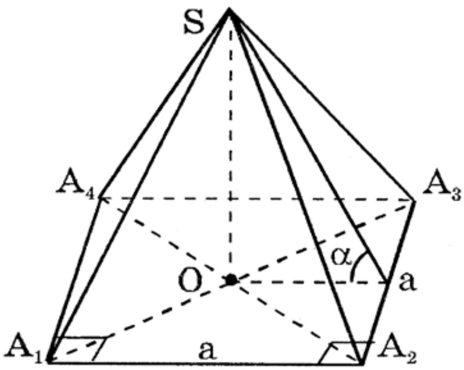


פירמידה (המשך)

פירמידה ישרה – פירמידה שבה כל צלעות המעטפת שוות זו לזו.

פירמידה ישרה משוכללת: הבסיס - מצולע משוכלל, כל **הפאות** – משולשים חופפים, **הגובה** מחבר את ראש הפירמידה עם **מרכז** המצולע שבבסיס.

$A_1A_2...A_n$ - מצולע משוכלל,
גובה SO - יורד למרכז O של הבסיס,
המסקנה: הפירמידה $SA_1A_2...A_n$ היא פירמידה משוכללת ישרה.



שטח המעטפת של פירמידה משוכללת ישרה:

כאשר $p = \frac{n\,a_n}{2}$ - חצי היקף של הבסיס,
h_p - **גובה** של פאה.

$$S_M = \frac{1}{2} \cdot p \cdot h_p$$

כאשר ידוע **שטח הבסיס** S_B וזווית השיפוע α,
לשטח המעטפת S_M יש ביטוי נוסף:

$$S_M = \frac{S_B}{\cos\alpha}$$

נפח הפירמידה

נפח הפירמידה מכל סוג שהיא -

משוכללת, ישרה, או לא מיוחדת:

כאשר $H = SO$ הוא גובה הפירמידה

ו- S_B - שטח הבסיס

$$V = \frac{1}{3} S_B \cdot H$$

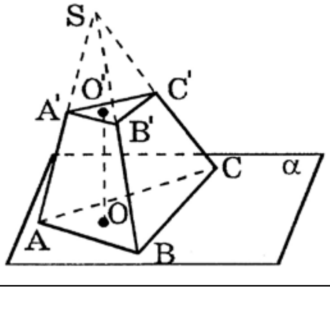
פירמידה מקוטעת

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

בסיסים – **מצולעים דומים**

גובה הפירמידה:

$$OO' \perp \alpha$$
$$OO' = H$$



פירמידה מקוטעת (המשך)

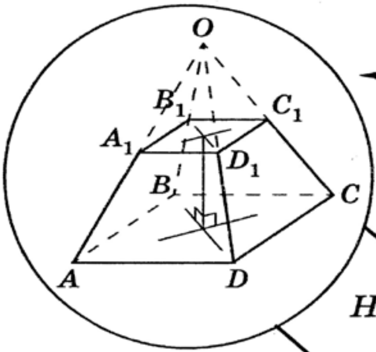
בניית הפירמידה

$OABCD$ — **פירמידה**

$(ABCD) \parallel (A_1B_1C_1D_1)$:

$OA_1B_1C_1D_1$ — **פירמידה**

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — **פירמידה מקוטעת**



$H_o^k(ABCD) = A_1B_1C_1D_1$

פאות - טרפזים

אם $OABCD$ - פירמידה משוכללת ישרה,
אז $ABCDA_1B_1C_1D_1$ היא פירמידה משוכללת מקוטעת.

שטח המעטפת כאשר P ו- p הם היקפי הבסיסים	$S_M = \frac{1}{2}(P + p)\cdot h$
נפח הפירמידה המקוטעת: כאשר:	$V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$ $S_1 = S_{ABCD},\ S_2 = S_{A_1B_1C_1D_1}$

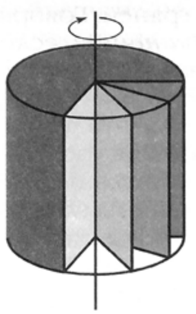
גליל

גליל - גוף המורכב משני עיגולים חופפים הנמצאים במישורים מקבילים, ומכל הקטעים המחברים עיגולים אלה.

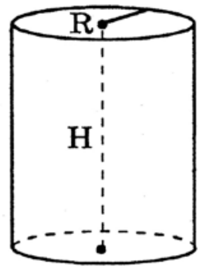
לשני העיגולים קוראים **בסיסי הגליל.**

אפשר לתאר את הגליל כגוף הנוצר **מסיבוב של מלבן** סביב אחת מצלעותיו.

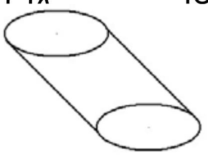
גליל ישר – גליל שבו הקטע המחבר את מרכזי הבסיסים מאונך למישורי הבסיסים.



גליל כגוף סיבוב



גליל ישר



גליל לא ישר

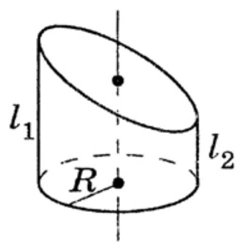
שטח המעטפת ונפח הגליל

שטח המעטפת של גליל:	$S_M = 2\pi RH$
שטח פנים של גליל (מעטפת ובסיסים יחד):	$S = 2\pi RH + 2\pi R^2$
נפח הגליל:	$V = \pi R^2 H$

גליל מקוטע

$$S_M = \pi R\left(l_1 + l_2\right)$$

$$V = \pi R^2 \frac{l_1 + l_2}{2}$$

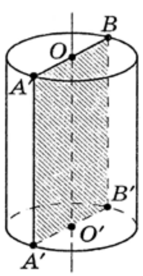


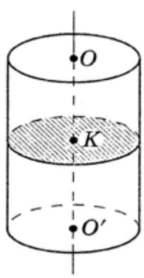
חתכי הגליל

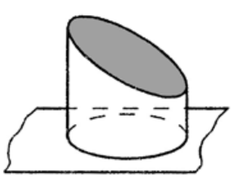
חתך אנכי מרכזי - מלבן $ABB'A'$

חתך אופקי ישר - עיגול K

חתך אופקי לא ישר - אליפסה







חרוט

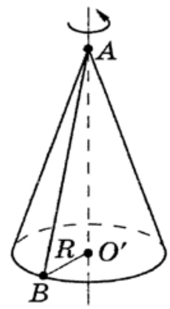
חרוט - גוף המורכב מעיגול, נקודה הנמצאת מחוץ לעיגול, וכל הקטעים המחברים את הנקודה עם נקודות העיגול.

לעיגול קוראים **בסיס** החרוט.

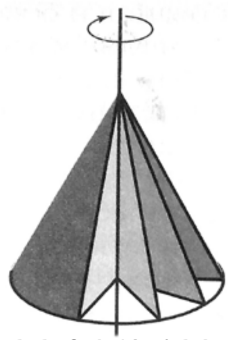
לנקודה קוראים **קודקוד** החרוט.

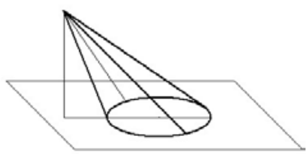
ניתן לתאר את החרוט כגוף הנוצר **מסיבוב של משולש** ישר זווית סביב אחת מנציבים.

חרוט ישר – גליל שבו הקטע המחבר את מרכזי הבסיסים מאונך למישורי הבסיסים.



חרוט ישר


חרוט כגוף סיבוב

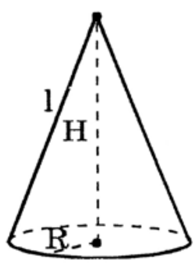

חרוט לא ישר

שטח המעטפת ונפח חרוט

גובה של חרוט (H) – קטע שקצהו האחד בקודקוד החרוט, וקצהו האחר על מישור הבסיס, והוא מאונך למישור הבסיס.

קו יוצר של חרוט ישר (l) – קטע המחבר את קודקוד החרוט עם נקודה על היקף הבסיס.

הערה: במשולש ישר זווית ה"יוצר" את חרוט, היתר הוא קו יוצר של החרוט.



שטח המעטפת של חרוט: $S_M = \pi R l$

שטח פנים של חרוט (מעטפת ובסיס יחד): $S = \pi R l + \pi R^2$

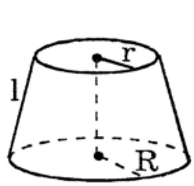
נפח חרוט: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

חרוט מקוטע

שטח המעטפת: $S_M = \pi(R+r)l$

שטח פנים: $S = \pi(R+r)l + \pi R^2 + \pi r^2$

נפח: $V = \frac{1}{3} \pi H \left(R^2 + r^2 + Rr\right)$

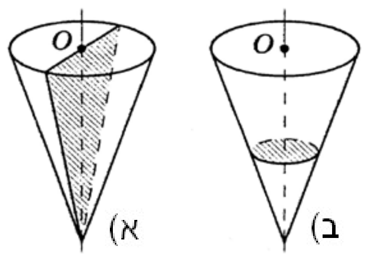


חרוט

חתכי החרוט

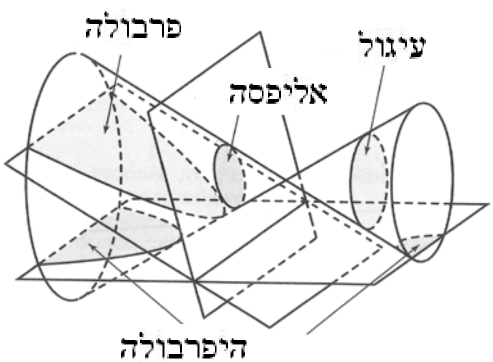
א) חתך אנכי מרכזי - משולש שווה-שוקיים

ב) חתך אופקי ישר - עיגול



חתכים על ידי מישור בזוויות שונות יוצרים צורות של -

- עיגול (על ידי מישור הניצב לגובה)
- אליפסה (מישור חותך את קו היוצר)
- פרבולה (המישור מקביל לקו היוצר)
- היפרבולה (המישור בין קו היוצר לבין ציר הגובה)

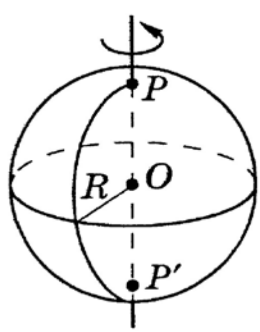


כדור

כדור – כל נקודות המרחב שמרחקיהן מנקודה קבועה שווים זה לזה.

הנקודה הקבועה – **מרכז** הכדור.

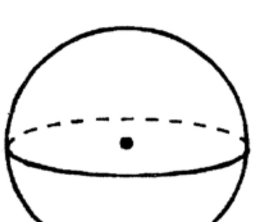
כדור נוצר על ידי סיבוב חצי עיגול סביב קוטר PP' .



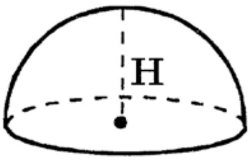
נפח ושטח פנים של כדור

שטח כדור: $S = 4\pi R^2$

נפח כדור: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$



נפח ושטח פנים של מקטע כדורית



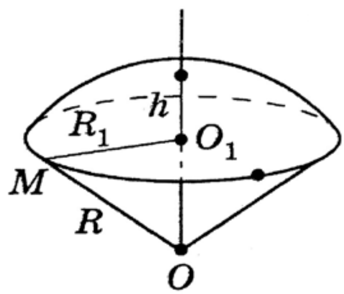
שטח של מקטע כדורית בעלת
גובה H (רדיוס הכדור – R):

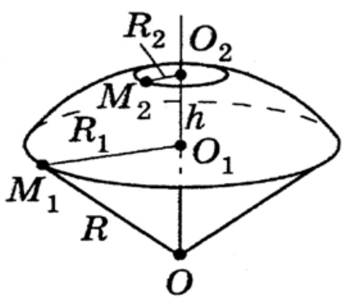
$$S = 2\pi RH$$

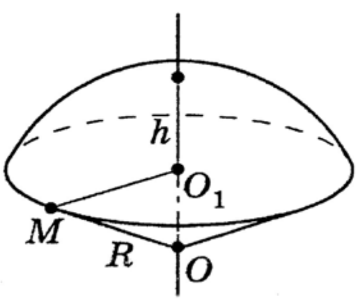
נפח של מקטע כדורית בעלת
גובה H (רדיוס הכדור – R):

$$V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$$

שטח ונפח של מקטע כדורית באמצעות רדיוס וגובה של המקטע







$$S_{\text{כיפה}} = 2\pi Rh = \pi Dh =$$
$$= \pi(R_1^2 + h^2)$$
$$S = \pi(2Rh + R_1^2) =$$
$$= \pi(h^2 + 2R_1^2)$$
$$R_1 = \sqrt{h(2R - h)}$$
$$V_{\text{מקטע}} = \pi\left(R - \frac{h}{3}\right)h^2 =$$
$$= \frac{1}{6}\pi h(3R_1^2 + h^2) =$$
$$= \frac{1}{6}\pi h^2(3D + 2h)$$

h_1 ו- h_2 - גבהים של מקטעים מרוחקים:

$$2R - h_1 - h_2 = h$$
$$V_{\text{שיכבה}} = \frac{4}{3}\pi R^3 - \pi R(h_1^2 +$$
$$+ h_2^2) - \frac{\pi}{3}(h_1^3 + h_2^3)$$
$$V_{\text{שיכבה}} = \frac{1}{6}\pi h(3R_1^2 + 3R_2^2 + h^2)$$
$$S_{\text{רצועה}} = 2\pi Rh = \pi Dh$$
$$V_{\text{מקטע}} = \frac{2\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi}{6}D^2 h$$
$$S_{\text{מקטע}} = \pi R(2h + O_1M)$$