

פרק 4. תנודות אלקטרומגנטיות

בפרק זה נלמד על תנודות אלקטרומגנטיות.
נדגיש את האופי המשותף של תהליכי תנודות מסוגים שונים.

§27 תנודות אלקטרומגנטיות חופשיות ותנודות אלקטרומגנטיות מאולצות

יצירת תנודות אלקטרומגנטיות פשוטה כמעט באותה מידה כגרימת תנודות של מסה התלויה בקצה קפיץ; אולם גילוי התנודות אינו כה פשוט: הרי אין אנו רואים במישרין את מטען הקבל, אף לא את הזרם בסליל!

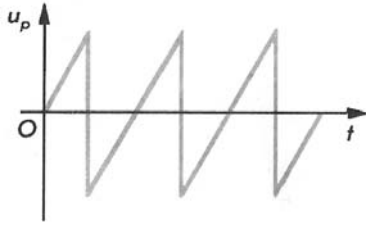
תנודות אלקטרומגנטיות התגלו באקראי. לאחר שפיתחו את **צנצנת לייזן** (הקבל הראשון) ולמדו להעניק לה מטען גדול באמצעות המכונה האלקטרוסטטית, חקרו את תהליך הפריקה החשמלית של הצנצנת. המדענים קיצרו את הדקי הצנצנת על-ידי סליל, וגילו שמוטות הפלדה שבסליל הפכו למגנטים. בעובדה זאת לא היה שום דבר מוזר: הרי זרם חשמלי אמור היה למגנט את ליבת הפלדה! אבל לא היה אפשר לנבא איזה קצה משני קצות ליבת הסליל יהיה קוטב צפוני, ואיזה דרומי. חזרו על הניסוי בתנאים דומים, ובכל פעם קיבלו תוצאה אחרת. חלף זמן עד שהבינו, שבמהלך פירוק הקבל דרך הסליל נוצרות תנודות אלקטרומגנטיות. במהלך הפירוק מספיק הקבל להיטען מחדש פעמים רבות, גם הזרם שבסליל משנה את מגמתו פעמים רבות, וכך מתמגנטת הליבה באופן שונה בעת חילופי מגמת הזרם בה.

שינויי מטען, זרם ומתח מחזוריים או כמעט מחזוריים מכונים **תנודות אלקטרומגנטיות**.

בדרך כלל מתרחשות תנודות אלה בתדירות גבוהה מאוד, העולה בהרבה על תדירות התנודות המכניות. ניתן לחקור אותן באמצעות מכשיר מיוחד המכונה **אוסצילוגרף**.

אלומה צרה של אלקטרונים בשפופרת האלקטרונית של האוסצילוגרף פוגעת במסך פלואורסצנטי, הזורח כאשר הוא מופץ באלקטרונים. את זוג לוחות ההטיה האופקי של השפופרת מחברים ל"מתח פתיחה" משתנה u_p שצורתו מסור (ציוור 70).

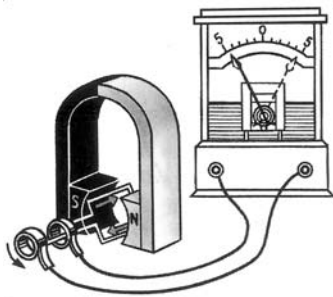




ציור 70



ציור 71



ציור 72

המתח עולה יחסית לאט, ואחר כך נופל באופן חד. השדה החשמלי משתנה בעוצמתו בין הלוחות האנכיים, ומאלץ את אלומת האלקטרונים לעבור את המסך בכיוון אופקי במהירות קבועה, ומיד אחר-כך לחזור.

אם נחבר עתה את לוחות ההטיה האופקיים אל הקבל, יגרמו תנודות המתח, הנוצרות במהלך פירוקו, לתנודות האלומה בכיוון האנכי. כתוצאה מכך נוצר על המסך גרף של מתח בתלות הזמן (ציור 71), בדומה לזה שמציירת מטוטלת החול על סרט נייר נע. תנודות אלה דועכות במהלך הזמן.¹

תנודות אלה חופשיות, כלומר הן נוצרות במערכת לאחר שמוציאים אותה ממצב שיווי-משקלה. במקרה שלנו יוצאת המערכת ממצב שיווי-משקלה כאשר מקנים לקבל את המטען. טעינת הקבל דומה להטיית המטוטלת ממצב אנכי.

לא קשה ליצור תנודות אלקטרומגנטיות מאולצות במעגל חשמלי. תנודות מאולצות הן תנודות במעגל בהשפעת כוח אלקטרומניע חיצוני מחזורי.

כא"מ משתנה נוצר במסגרת, העשויה מכמה ליפופי תיל והמסתובבת בשדה מגנטי אחיד (ציור 72). במקרה זה מקור הכא"מ המושרה הוא כוח לורנץ, הפועל על האלקטרונים הנעים עם מוליכי המסגרת בשדה מגנטי, וגורם לתנועת האלקטרונים לאורך המוליך. מכיוון ששטף מגנטי, החודר אל המסגרת, משתנה באופן

¹ התנודות במעגל דועכות בחלקי שנייה קטנים. לכן כדי לראות אותן משתמשים באוסצילוגרף בעל מסך מיוחד, הממשיך לזרוח זמן רב לאחר פגיעת אלומת האלקטרונים.

תנודות אלקטרומגנטיות

מחזורי, משתנה גם הכא"מ המושרה בהתאם לחוקי ההשראה האלקטרומגנטית ובאופן מחזורי. כאשר סוגרים את המעגל, יוצר הכא"מ המשתנה זרם משתנה, ומחוג הגליונומטר מתנווד סביב נקודת שיווי-המשקל.

תנוודות אלקטרומגנטיות חופשיות נוצרות במהלך פירוק קבל דרך סליל ההשראה. התנוודות המאולצות במעגל נוצרות על-ידי כא"מ מחזורי.

?

1. מהן תנוודות אלקטרומגנטיות?
2. מהו ההבדל בין תנוודות אלקטרומגנטיות חופשיות לתנוודות מאולצות?

§28 מעגל תנוודות

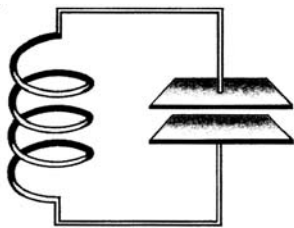
מעברי אנרגיה בתנוודות אלקטרומגנטיות

המערכת הפשוטה ביותר, שבה יכולות להתרחש תנוודות אלקטרומגנטיות, מורכבת מקבל ומסליל המחובר ללוחות הקבל (ציור 73). מערכת כזאת מכונה **מעגל תנוודות**.

נראה כיצד נוצרות תנוודות במעגל זה. נטען את הקבל על-ידי חיבורו במשך זמן קצר לסוללה באמצעות הבורר (ציור 74א). הקבל יאצור אנרגיה:

$$(4.1) \quad W_p = \frac{q_m^2}{2C}$$

כאשר: q_m – מטען הקבל; C – קיבולו. בין לוחות הקבל נוצר הפרש פוטנציאליים U_m .

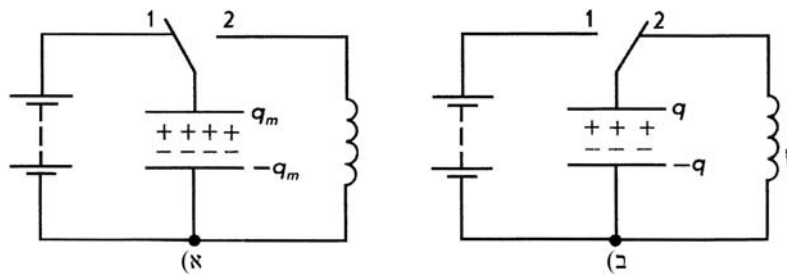


ציור 73

נעביר את הבורר למצב 2 (ציור 74ב). הקבל יתחיל להתפרק, ובמעגל יופיע זרם חשמלי. אין עוצמת הזרם מגיעה לערכה המרבי באופן מיידי, אלא גדלה בהדרגה עקב ההשראות העצמית של הסליל: הופעת הזרם גורמת להיווצרות שדה

מגנטי משתנה, וזה יוצר במוליך שדה מערבולת חשמלי (ראו בפרק 2); בזמן גידול השדה המגנטי פועל שדה המערבולת החשמלי נגד הזרם ומונע את גידולו הפתאומי.





ציור 74

במהלך פירוק הקבל הולכת וקטנה האנרגיה של השדה החשמלי, אולם בו-זמנית הולכת וגדלה אנרגיית השדה המגנטי של הזרם, המוגדרת לפי הנוסחה:

$$(4.2) \quad W_M = \frac{Li^2}{2}$$

כאשר: i – עוצמת הזרם המשתנה; L – השראות הסליל.

האנרגיה הכוללת W של השדה האלקטרומגנטי של המעגל שווה לסכום האנרגיות של השדה המגנטי והשדה החשמלי:

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

ברגע שבו נפרק הקבל לגמרי ($q = 0$), תשווה אנרגיית השדה החשמלי לאפס, ועל-פי חוק שימור האנרגיה תהיה אנרגיית השדה המגנטי מרבית. ברגע זה תהיה עוצמת הזרם I_m מרבית.

אף-על-פי שברגע זה שווה הפרש הפוטנציאלים בין קצות הסליל לאפס, אין הזרם החשמלי יכול להיפסק באופן מיידי בגלל תופעת ההשראה העצמית: כאשר עוצמת הזרם והשדה המגנטי, הנוצר על-ידיו, מתחילים לקטון, נוצר שדה המערבולת החשמלי התומך בזרם.

כתוצאה מכך יעבור הקבל טעינות מחדש עד שעוצמת הזרם, שתלך ותקטן בהדרגה, תשווה לאפס. ברגע זה תשווה אנרגיית השדה המגנטי לאפס, ואנרגיית השדה החשמלי תהיה מרבית.

לאחר מכן יתחיל הקבל להיטען מחדש שוב, והמערכת תחזור למצבה



ההתחלתי. אילו לא היו איבודי אנרגיה, היה התהליך נמשך עד אינסוף; התנודות היו בלתי מרוסנות; בעבור פרקי זמן, השווים לזמן מחזור התנודות, היו מצבי המערכת חוזרים על עצמם במדויק; האנרגיה הכללית היתה נשמרת; וערכה בכל רגע שהוא היה שווה לאנרגיה המרבית של השדה החשמלי או האנרגיה המרבית של השדה המגנטי:

$$(4.4) \quad W = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}$$

אולם במציאות איבודי אנרגיה בלתי נמנעים. כך, למשל, יש לסליל ולחוטי המעגל התנגדות חשמלית R, והתמרת האנרגיה של השדה האלקטרומגנטי לאנרגיה פנימית של המוליך (חום) בלתי נמנעת.

במעגל תנודות מותמרת אנרגיית השדה החשמלי של קבל טעון באופן מחזורי לאנרגיית השדה המגנטי של הזרם. בהעדר ההתנגדות במוליכים נשארת האנרגיה הכללית של השדה האלקטרומגנטי קבועה.

?

1. האם יכולים אתם להרכיב מעגל תנודות? אם כן, תארו כיצד.
2. למה שווה אנרגיית המעגל ברגע זמן כלשהו?

§29 הדמיון בין תנודות מכניות לבין תנודות אלקטרומגנטיות

תנודות אלקטרומגנטיות במעגל דומות לתנודות מכניות חופשיות, כתנודות גוף הקשור לקצה קפיץ. אין הדמיון מתייחס לערכים עצמם, המשתנים באופן מחזורי, אלא לתהליכי השינוי המחזורי של ערכים שונים.

במהלך תנודות מכניות משתנים באופן מחזורי קואורדינטת הגוף x והיטל מהירותו v_x , ובמהלך התנודות האלקטרומגנטיות משתנים מטען הקבל q ועוצמת הזרם i במעגל. האופי הדומה של מהלך שינוי הגדלים המכניים והחשמליים מוסבר בכך, שקיים דמיון בגורמים היוצרים את שני סוגי התנודות: החזרה לנקודת שיווי-המשקל בתנודות המכניות נגרמת על-ידי הכוח האלסטי F_e , הפרופורציונלי להתרחקות הגוף מנקודת שיווי-המשקל, כאשר מקדם הפרופורציונליות הוא מקדם הקפיץ k ; ופריקת הקבל (הופעת הזרם) נגרמת על-ידי המתח בין הלוחות,



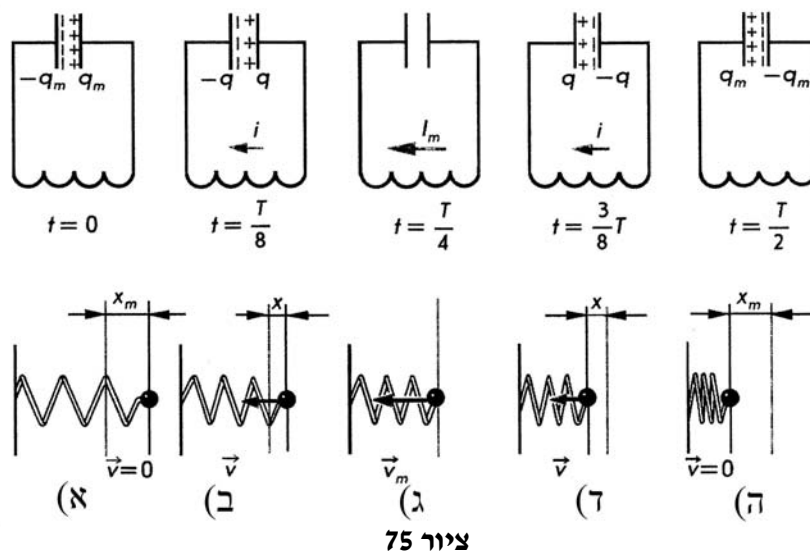
הפרופורציונלי למטען q , כאשר מקדם הפרופורציונליות הוא הגודל $1/C$, ההפכי לקיבול, מכיוון ש- $u = \frac{1}{C} q$.

בדומה לגידול האטי של מהירות גוף, הנמצא תחת השפעת כוח, עקב תכונת ההתמד של המסה הנעה, ובדומה למהירות, שאינה מתאפסת מיד לאחר הפסקת פעולת הכוח – כך גם הזרם החשמלי הנוצר בסליל כתוצאה מההשראות העצמית: הוא גדל באופן הדרגתי בהשפעת המתח, ואינו נפסק מיד לאחר שהמתח מתאפס.

השראות המעגל L משחקת אותו תפקיד כמסה m במכניקה. בהתאמה, האנרגיה הקינטית של הגוף $\frac{mv^2}{2}$ תואמת לאנרגיית השדה המגנטי $\frac{Li^2}{2}$ של הזרם.

טעינת הקבל מסוללה מקבילה דומה להענקת אנרגיה פוטנציאלית $\frac{kx_m^2}{2}$

לגוף הקשור לקפיץ, שהוסט למרחק x_m מנקודת שיווי-משקלו (ציור 75).¹



¹ נקודות שיווי-המשקל מסומנות בקווים אנכיים אפורים בציורים 75א, ב, ג ו-ד.

בהשוואת הביטוי הזה לאנרגיית הקבל $\frac{q_m^2}{2C}$ נסיק, שלמקדם הקפיץ k בתנודות מכניות תפקיד דומה לגודל $\frac{1}{C}$, ההפוך לקיבול, בתנודות אלקטרומגנטיות, ושהקואורדינטה x_m מתאימה למטען q_m .

הופעת הזרם i במעגל חשמלי עקב הפרש פוטנציאלים מתאימה להופעת המהירות v_x בהשפעת הכוח האלסטי של הקפיץ (ציור 75ב). לרגע, שבו הקבל מתפרק ועוצמת הזרם מרבית, מתאים מעבר הגוף דרך נקודת שיווי-משקלו במהירותו המרבית (ציור 75ג).

בהמשך מתחיל הקבל להיטען מחדש, והגוף נע שמאלה מנקודת שיווי-משקלו (ציור 75ד). כעבור חצי זמן מחזור T נטען הקבל במלואו, ועוצמת הזרם מתאפסת. למצב זה מתאימה סטיית הגוף למצב שמאל קיצוני, כאשר מהירותו שווה לאפס (ציור 75ה).

ההתאמה בין הערכים המכניים לערכים החשמליים במהלך התנודות מסתכמת בטבלה הבאה.

גודל מכני	גודל חשמלי
קואורדינטה x	מטען q
מסה m	השראות L
מהירות v_x	עוצמת הזרם i
מקדם הקפיץ k	הגודל ההפוך לקיבול $1/C$
אנרגיה פוטנציאלית $kx^2/2$	אנרגיית השדה החשמלי $q^2/2C$
אנרגיה קינטית $mv_x^2/2$	אנרגיית השדה המגנטי $Li^2/2$



?

1. במה מתבטא הדמיון בין תנודות אלקטרומגנטיות במעגל חשמלי לבין תנודות המטוטלת המתמטית?
2. מדוע תפקיד מקדם הקפיץ k במעגל תנודתי מתאים לגודל $\frac{1}{C}$ – ולא ל- C ?

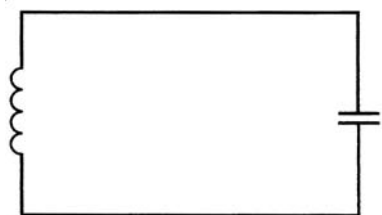
§30 המשוואה המתארת את התהליכים במעגל תנודות מחזור תנודות אלקטרומגנטיות חופשיות

נעבור כעת למודל כמותי של התהליכים, המתרחשים במעגל תנודות.

המשוואה המתארת את התהליכים במעגל תנודות

ננתח מעגל תנודות, שהתנגדותו R קטנה מאוד (ציור 76). את המשוואה, המתארת את התנודות החשמליות החופשיות במעגל, אפשר לפתח בעזרת חוק שימור האנרגיה.

בכל רגע שווה האנרגיה הכללית W של המעגל לסכום האנרגיות של השדה המגנטי ושל השדה החשמלי.



ציור 76

נחזור למשוואה (4.3) שצורתה היא:

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}$$

כל עוד התנגדות המעגל שווה לאפס, אין אנרגיה כוללת זו משתנה עם הזמן.

הנגזרת של האנרגיה הכוללת לפי הזמן שווה לאפס, מכיוון שכמות האנרגיה קבועה. לכן סכום הנגזרות של אנרגיית השדה המגנטי ושל אנרגיית השדה החשמלי מתאפס:

$$\left(\frac{Li^2}{2}\right)' + \left(\frac{q^2}{2C}\right)' = 0 \quad \text{או}$$
$$(4.5) \quad \left(\frac{Li^2}{2}\right)' = -\left(\frac{q^2}{2C}\right)'$$

מעגל תנודות

המשמעות הפיזיקלית של משוואה (4.5) היא זו: **קצב** שינוי האנרגיה של השדה המגנטי שווה בגודלו ל**קצב** שינוי האנרגיה של השדה החשמלי. הסימן "מינוס" מצביע על כך, שכאשר אנרגיית השדה החשמלי גדלה, קטנה אנרגיית השדה המגנטי, ולהפך. הודות לכך אין ערך האנרגיה הכוללת משתנה.

נחשב את שתי הנגזרות במשוואה (4.5), ונקבל¹:

$$(4.6) \quad \frac{L}{2} \cdot 2i i' = - \frac{1}{2C} \cdot 2q q'$$

אולם נגזרת המטען בזמן היא עוצמת הזרם ברגע נתון:

$$(4.7) \quad i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = q'$$

לכן אפשר לרשום את המשוואה (4.6) בצורה הבאה:

$$(4.8) \quad Li'i = - \frac{qi}{C}$$

הנגזרת של עוצמת הזרם בזמן היא הנגזרת השנייה של המטען בזמן – בדומה לנגזרת המהירות (התאוצה), שהיא הנגזרת השנייה של הקואורדינטה לפי הזמן. נציב במשוואה (4.8): $i' = q''$, ונחלק את שני האגפים של המשוואה ב- Li ; נקבל את המשוואה הבסיסית, המתארת את התנודות החשמליות החופשיות במעגל:

$$(4.9) \quad q'' = - \frac{1}{LC} q$$

כעת יכולים אנו ליהנות מן המאמצים שהשקענו בלימוד תנודות כדור בקפיץ ובלימוד תנודות מטוטלת. מלבד בפרמטרים שלה אין המשוואה (4.9) שונה מהמשוואה (3.11), המתארת את תנודות הכדור שבקצה הקפיץ. אם במשוואה (3.11) נציב במקום x , q במקום x , q במקום x , $\frac{1}{C}$ במקום k , ו- L במקום m , נקבל את משוואה (4.9) במדויק; אבל את משוואה (3.11) כבר פתרנו, ולכן אם יודעים אנו כיצד מתנווד כדור, יכולים אנו להקיש כיצד מתרחשות תנודות במעגל.

¹ אנו מחשבים נגזרות בזמן. לכן הנגזרת $(i^2)'$ אינה שווה ל- $2i$, כפי שהיה אילו היינו מחשבים נגזרת לפי i . יש לכפול את $2i$ בנגזרת i' של עוצמת הזרם בזמן, מכיוון שמחשבים את הנגזרת מפונקציה מורכבת. שיקול דומה מפעילים כאשר מחשבים את הנגזרת $(q^2)'$.



נוסחת תומסון

במשוואה (3.11) שווה המקדם k/m לריבוע התדירות העצמית של התנודות. לכן שווה המקדם $\frac{1}{LC}$ במשוואה (4.9) לריבוע התדירות הסיבובית של תנודות חשמליות חופשיות:

$$(4.10) \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

זמן מחזור התנודות החופשיות במעגל שווה:

$$(4.11) \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

הנוסחה (4.11) מכונה **נוסחת תומסון**, על שם הפיזיקאי האנגלי **ויליאם תומסון**, אשר פיתח אותה לראשונה.

את הגדלת זמן המחזור של תנודות חופשיות במעגל תנודות ניתן להמחיש באופן הבא: ככל שגדלה ההשראות, כן תגדל עוצמת הזרם לאט יותר עם הזמן, וכן תתמעט לאפס לאט יותר; וככל שהקיבול גדול יותר, כן דרוש זמן רב יותר לטעינת הקבל מחדש.

תנודות הרמוניות של מטען וזרם

בדומה לשינוי הקואורדינטה בזמן בתנודות מכניות (כאשר הסטייה מנקודת שיווי-המשקל ברגע ההתחלתי היא מרבית), המתרחשת לפי החוק ההרמוני:

$$x = x_m \cos \omega_0 t$$

משתנה גם מטען הקבל בזמן לפי אותו חוק:

$$q = q_m \cos \omega_0 t$$

כאשר: q_m – משרעת תנודות המטען.

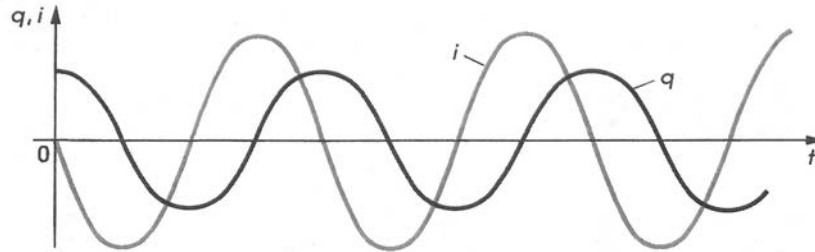
גם עוצמת הזרם מבצעת תנודה הרמונית:

$$(4.13) \quad i = q' = -\omega_0 q_m \sin \omega_0 t = I_m \cos \left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} \right)$$

כאשר: $I_m = q_m \omega_0$ – משרעת התנודות של עוצמת הזרם. תנודות עוצמת הזרם מקדימות את תנודות המטען במופע של $\frac{\pi}{2}$ (ציור 77).

בדיוק כך מקדימות ב- $\frac{\pi}{2}$ תנודות המהירות בתנועת הכדור הקשור לקצה קפיץ

ובתנועת מטוטלת מתמטית את תנודות הקואורדינטה (הסטייה).



ציור 77

עקב איבודי אנרגיה דועכות התנודות. ככל שההתנגדות R גדולה יותר, כן יהיה זמן מחזור התנודות ארוך יותר. כאשר תהיה ההתנגדות גדולה מספיק, לא תיווצרנה תנודות כלל. הקבל יתפרק, אולם לא תתרחש טעינה מחדש.

המערכת הפשוטה ביותר, שבה מופיעות תנודות אלקטרומגנטיות חופשיות, היא מעגל תנודות. המשוואה (4.9) היא המשוואה הבסיסית, המתארת את התנודות החשמליות החופשיות במעגל.

?

1. במה נבדלות תנודות חשמליות חופשיות מתנודות חשמליות מאולצות?
2. כיצד ישתנה זמן מחזור התנודות החופשיות, אם נחליף במעגל את הקבל C בקבל בעל קיבול גדול פי 2? קטן פי 2?
3. כיצד קשורים ערכי המשרעת של תנודות המטען ושל תנודות הזרם במהלך פריקת קבל דרך סליל?

מעגל תנודות

תנודות אלקטרומגנטיות חופשיות במעגל דועכות מהר, ולכן אינן נמצאות בשימוש מעשי. לעומתן מיושמות התנודות המאולצות, שאינן דועכות בזמן.

זרם החילופין ברשת חשמל ביתית וברשת תעשייתית הוא תנודות אלקטרומגנטיות מאולצות. עוצמת הזרם ושיעור המתח משתנים בזמן באופן הרמוני.

את התנודות ברשת קל לגלות באמצעות האוסצילוגרף. אם נחבר ללוחות ההטיה האנכיות של האוסצילוגרף מתח מהרשת, תהיה "הפתיחה הזמנית" (הגרף הנע על המסך) בצורת פונקציית סינוס (ציור 78). אם ידועה מהירות תנועת הקרן על המסך בכיוון האופקי (המוגדרת על-ידי תדירות מתח הפתיחה, ה"מסור"), ניתן למצוא את תדירות התנודות. תדירות זרם חילופין היא מספר התנודות בשנייה אחת. התדירות התקנית של זרם חילופין תעשייתי היא 50 הרץ, כלומר במשך שנייה אחת זורם הזרם 50 פעם במגמה אחת ו- 50 פעם במגמה הנגדית. תדירות 50 הרץ מקובלת בארצות רבות בעולם.



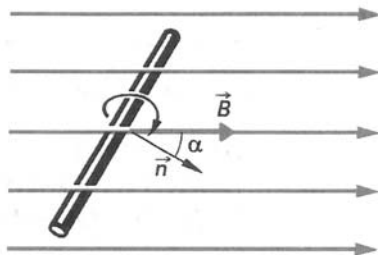
ציור 78

אם המתח בין קצות המעגל משתנה על-פי החוק ההרמוני, תשתנה גם עוצמת השדה בתוך המוליכים בצורה הרמונית. שינויים הרמוניים אלה של השדה יגרמו לתנודות הרמוניות של מהירות התנועה המכוונת של חלקיקים טעונים, ולכן לתנודות הרמוניות של עוצמת הזרם.

שינויי המתח בין קצות המעגל אינם גורמים לשינוי מיידי של השדה בכל המעגל. שינויי השדה מתקדמים במהירות גבוהה מאוד, אבל אין היא אינסופית.

אם קטן בהרבה זמן התקדמות שינויי השדה במעגל ממחזור התנודות של המתח, ניתן להניח שהשדה החשמלי משתנה באופן מיידי בכל המעגל לאחר שינויי המתח בין קצות המעגל, ושעוצמת הזרם בכל רגע נתון שווה בכל חתך של מעגל לא מפוצל.

מתח החילופין בהדקי השקע של רשת ביתית נוצר על-ידי גנרטורים בתחנות החשמל. מסגרת תיל, המסתובבת בשדה מגנטי קבוע ואחיד (ראו סעיף 27), מהווה מודל פשטני של מחולל (גנרטור) לזרם חילופין. שטף השדה המגנטי Φ החודר דרך מסגרת, ששטחה S , פרופורציונלי לקוסינוס הזווית α בין האנך למישור המסגרת



ציור 79

לבין וקטור השדה המגנטי (ציור 79):

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

כאשר המסגרת סובבת בקצב קבוע, גדלה

הזווית α ביחס ישר לזמן:

$$\alpha = 2\pi nt$$

כאשר: n – תדירות הסיבוב. לכן שטף

השדה המגנטי משתנה בצורה הרמונית:

$$\Phi = BS \cos 2\pi nt$$

כאן הגורם $2\pi n$ הוא מספר תנודות השטף המגנטי בפרק זמן של 2π שניות.

לפי ההגדרה זו התדירות הסיבובית של התנודות: $\omega = 2\pi n$. לכן:

$$\Phi = BS \cos \omega t$$

בהתאם לחוק ההשראה האלקטרומגנטית שווה הכא"מ, המושרה במסגרת,

לקצב שינוי השטף המגנטי בסימן "מינוס", דהיינו לנגזרת בזמן של השטף המגנטי:

$$E = -\Phi' = -BS (\cos \omega t)' = BS \omega \sin \omega t = \varepsilon_m \sin \omega t$$

כאשר: $\varepsilon_m = BS \omega$ – המשרעת של הכא"מ המושרה.

בהמשך נלמד על תנודות חשמליות מאולצות, המתרחשות במעגל בהשפעת

מתח, המשתנה בתדירות ω לפי חוק פונקציית סינוס או פונקציית קוסינוס:

$$u = U_m \sin \omega t$$

$$u = U_m \cos \omega t \quad \text{או:}$$

כאשר U_m – משרעת המתח, כלומר הגודל המרבי של המתח.



אם שיעור המתח במעגל מתחלף בתדירות ω , תתחלף גם עוצמת הזרם באותה תדירות; אולם התנודות של עוצמת הזרם אינן חייבות להתרחש באותו מופע עם תנודות המתח. לכן במקרה הכללי מוגדרת עוצמת הזרם i בכל רגע של הזמן (הערך הרגעי של הזרם) לפי הנוסחה:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_d) \quad (4.15)$$

כאשר: I_m – משרעת עוצמת הזרם, השווה לגודל המרבי של הזרם; φ_d – הפרש המופעים (d – difference) בין תנודות הזרם לתנודות המתח.

ברשתות של זרם חילופין מתחלפים עוצמת הזרם ושיעור המתח בצורה הרמונית בתדירות של 50 הרץ. המתח, המתחלף בין קצות המעגל, נוצר על-ידי גנרטורים בתחנות החשמל.

?

1. באילו תנאים נוצרות במעגל חשמלי תנודות אלקטרומגנטיות

מאולצות?

2. האם בכל רגע תהיה עוצמת זרם חילופין זהה בכל קטעי מעגל

בלתי מפוצל?

§32 התנגדות אקטיבית הערך הפעיל של עוצמות הזרם והמתח

נעבור להיכרות מפורטת יותר של התהליכים המתרחשים במעגל, המחובר למקור מתח חילופין.

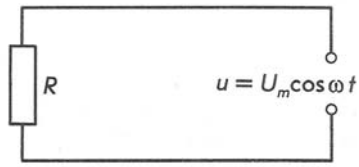
עוצמת הזרם במעגל עם נגד

המעגל מכיל חוטים מוליכים ונגד, שהשראותו קטנה והתנגדותו R גדולה (ציור 80). את הגודל, שעד כה כונה **התנגדות חשמלית** או **התנגדות**, נכנה מעתה **התנגדות אקטיבית**.

במעגל זרם חילופין עשויים להיות רכיבים בעלי סוג התנגדות שונה. ההתנגדות R מכונה **אקטיבית (פעילה)**, מכיוון שמעגל, שבו רכיב בעל התנגדות שכזו, ממיר אנרגיה, המסופקת על-ידי גנרטור, לאנרגיה פנימית של המוליכים, והם מתחממים.

זרם חילופין

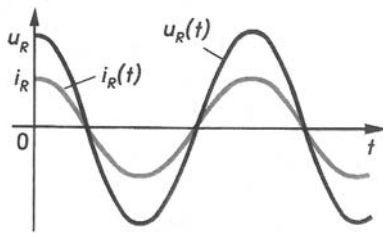
אם מתח ההדקים של המעגל משתנה לפי החוק ההרמוני



ציור 80

$$u = U_m \cos \omega t$$

כמו במקרה של זרם קבוע, הערך הרגעי של עוצמת הזרם פרופורציונלי לערך הרגעי של המתח בקצות הנגד. לכן כדי למצוא את הערך הרגעי של עוצמת הזרם אפשר להשתמש בחוק אום:



ציור 81

$$(4.17)$$

$$(4.16) \quad i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \cos \omega t}{R} = I_m \cos \omega t$$

במוליך בעל התנגדות פעילה זהות תנודות עוצמת הזרם במופע לתנודות המתח (ציור 81), כאשר המשרעת של עוצמת הזרם שווה:

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

ההספק במעגל הכולל נגד

במעגל זרם חילופין בעל תדירות מקובלת של 50 הרץ משתנים עוצמת הזרם והמתח די מהר. לכן במהלך מעבר הזרם במוליך – למשל, בחוט להט של נורת חשמל – משתנה מהר בזמן גם כמות האנרגיה הנפלסת, אולם איננו מבחינים בשינויים מהירים אלה.

בדרך כלל מספיק לדעת את ההספק הממוצע של זרם על קטע מעגל במשך פרק זמן רב, הכולל מחזורים רבים. כדי לחשב זאת מספיק למצוא את ההספק הממוצע במשך מחזור אחד. הוא שווה ליחס בין האנרגיה הכוללת שסופקה למעגל במשך המחזור, לבין זמן המחזור.

במעגל זרם ישר, הכולל נגד R, מוגדר ההספק על-ידי הנוסחה:

$$(4.18) \quad P = I^2 R$$

לצורך החישובים אפשר להניח, שבמשך פרק זמן קצר מאוד הזרם קבוע. לכן

ההספק הרגעי במעגל זרם חילופין, בקטע הכולל התנגדות פעילה R, הוא:

$$(4.19) \quad p = i^2 R$$

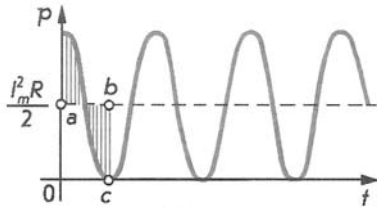


נמצא את הערך הממוצע של ההספק במחזור אחד. נשנה את הנוסחה (4.19) על-ידי הצבת הביטוי לעוצמת הזרם (4.16) ושימוש בזהות טריגונומטרית:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$(4.20) \quad p = \frac{i_m^2}{2} R(1 + \cos 2\omega t) = \frac{i_m^2 R}{2} + \frac{i_m^2 R}{2} \cos 2\omega t$$

גרף של תלות ההספק הממוצע בזמן מתואר בציור 82 על-ידי קו אפור. במשך רבע המחזור, כאשר $\cos 2\omega t > 0$, ההספק בכל רגע בזמן גבוה יותר מהערך $\frac{i_m^2 R}{2}$; ובמהלך הרבע הבא של המחזור, כאשר $\cos 2\omega t < 0$, ההספק בכל רגע קטן מהערך $\frac{i_m^2 R}{2}$.



ציור 82

הערך הממוצע של $\cos 2\omega t$ במשך מחזור אחד שווה לאפס. במהלך רבע אחד של המחזור מקבלת הפונקציה סדרת ערכים חיוביים, ובמהלך הרבע הבא של המחזור – את אותה סדרת ערכים, אבל בסימן שלילי.

כתוצאה מכך שווה ההספק הממוצע במשך המחזור ל- $\frac{i_m^2 R}{2}$, והאנרגיה הנפלטת במחצית המחזור שווה מספרית לשטח המלבן Oabc.

ובכן, ההספק הממוצע \bar{p} שווה לאיבר הראשון בנוסחה (4.20):

$$(4.21) \quad \bar{p} = \bar{i}^2 R = \frac{i_m^2 R}{2}$$

הערכים הפעילים של עוצמת הזרם ושל המתח

מהנוסחה (4.21) נראה, שהערך $\frac{i_m^2}{2}$ הוא הממוצע של ריבוע עוצמת הזרם במחזור:

$$(4.22) \quad \bar{i}^2 = \frac{i_m^2}{2}$$

הערך, השווה לשורש הריבועי של הערך הממוצע של ריבוע עוצמת הזרם, מכונה

הערך הפעיל של עוצמת זרם חילופין, והוא מסומן באמצעות I:



$$(4.23) \quad I = \sqrt{\bar{i}^2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

ניתן למצוא עוצמת זרם ישר, שהאנרגיה הנפלטת על-ידיו בפרק זמן מסוים על קטע בעל התנגדות R תהיה שווה לאנרגיה, שפולט זרם חילופין באותו פרק זמן ועל אותו קטע מעגל. לשם כך דרוש שעוצמת הזרם הישר תהיה שווה לערך הפעיל של עוצמת זרם החילופין. **הערך הפעיל של עוצמת זרם חילופין שווה לעוצמת הזרם הישר, הגורם לפליטת של אותה כמות חום באותו פרק זמן בקטע של מוליך שזרם בו זרם חילופין.**

את הערך הפעיל של מתח החילופין מגדירים באופן דומה לערך הפעיל של עוצמת הזרם:

$$(4.24) \quad U = \sqrt{\bar{u}^2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

אם נחליף בנוסחה (4.17) את הערכים המרביים של עוצמת הזרם והמתח בערכים הפעילים, נקבל:

$$(4.25) \quad I = \frac{U}{R}$$

זהו **חוק אום** לקטע של מעגל זרם חילופין המכיל נגד.

בדומה לתנודות מכניות, כך גם בתנודות חשמליות אין אנו מתעניינים בערכי עוצמות הזרם, המתח ובערכים אחרים בכל רגע ורגע, אלא במאפיינים הכלליים של התנודות – כמשרעת, זמן מחזור, תדירות – ובערכים הפעילים של הזרם והמתח ובהספק הממוצע. הערכים הפעילים – הם שנמדדים באמצעות האמפרמטרים והוולטמטרים של זרם חילופין.

מדידת הערכים הפעילים מעשית יותר, מכיוון שהם מגדירים במישורין את ההספק הממוצע \bar{p} של זרם חילופין, כפי שהוא מכונה: **ההספק של זרם חילופין בקטע המעגל:**

$$P = I^2 R = UI$$

תנודות עוצמת הזרם במעגל, המכיל נגד, זהות במופע לתנודות המתח. ההספק במעגל זרם חילופין מוגדר על-ידי הערכים הפעילים של עוצמת הזרם ושל המתח.



?

1. כיצד קשורים זה לזה עוצמת זרם החילופין והמתח במעגל הכולל נגד?

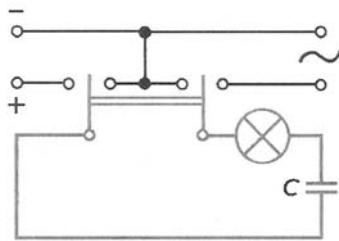
2. ברשתות חשמל ביתיות משתמשים בזרם חילופין בעל מתח של 220 או 127 וולט. מהם ערכי המשרעת של המתח ברשתות האלה?

3. מהם הערכים הפעילים של עוצמת הזרם ושל המתח?

§33 קבל במעגל זרם חילופין

זרם ישר אינו יכול לזרום במעגל דרך קבל, שהרי המעגל פתוח: לוחות הקבל מופרדים זה מזה על-ידי חומר דיאלקטרי מבודד. לעומת זאת עשוי זרם חילופין לזרום במעגל דרך קבל, ואפשר להוכיח זאת באמצעות ניסוי פשוט.

נציב מקור מתח קבוע ומקור זרם חילופין, כך שמתח ההדקים של מקור המתח הקבוע ישווה לערך הפעיל של מתח החילופין. המעגל כולל קבל ונורת להט (ציור 83) המחוברים בטור. כאשר מפעילים מתח קבוע (הבורר במצב שמאלי), אין הנורה מאירה; אולם כאשר מפעילים מתח חילופין (הבורר במצב ימני), נדלקת הנורה אם קיבול הקבל גדול מספיק.



ציור 83

כיצד יכול זרם חילופין לזרום במעגל מנותק (הרי המטענים אינם יכולים לנוע בין לוחות הקבל!)? כאן מתרחשות טעינה ופריקה רב-פעמיות של הקבל בהשפעת זרם החילופין. הזרם, העובר במעגל במהלך הטעינות והפריקות של הקבל, מחמם את חוט הלהט.

נמצא כיצד משתנה בזמן עוצמת הזרם במעגל הכולל את הקבל בלבד, כאשר אפשר להזניח את התנגדות החוטים והתנגדות לוחות הקבל (ציור 84).

המתח על הקבל:

$$u = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C}$$

זרם חילופין

הוא שווה למתח בין קצות המעגל. לכן:

$$(4.26) \quad \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t$$

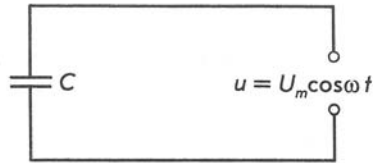
מטען הקבל משתנה לפי חוק הרמוני:

$$(4.27) \quad q = CU_m \cos \omega t$$

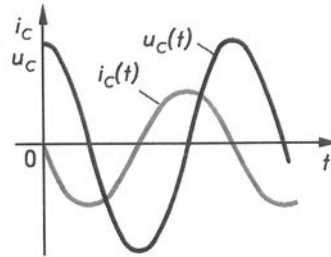
עוצמת הזרם, השווה לנגזרת של המטען בזמן:

$$(4.28) \quad i = q' = -U_m C \omega \sin \omega t = U_m C \omega \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

ובכן, תנודות הזרם מקדמות את תנודות המתח על הקבל ב- $\frac{\pi}{2}$ (ציור 85):



ציור 84



ציור 85

ברגע שבו מתחיל הקבל להיטען, עוצמת הזרם מרבית, והמתח שווה לאפס.

לאחר שהמתח מגיע למרבו, מתאפסת עוצמת הזרם, וכך הלאה.

המשרעת של הזרם שווה:

$$(4.29) \quad I_m = U_m C \omega$$

$$(4.30) \quad \frac{1}{\omega C} = X_C$$

אם נסמן:

ובמקומם של ערכי המשרעת של הזרם ושל המתח נשתמש בערכים הפעילים,

נקבל:

$$(4.31) \quad I = \frac{U}{X_C}$$

גודל X_C , ההפכי למכפלת התדר המחזורי בקיבול החשמלי של הקבל, מכונה

התנגדות קיבולית או **היגב קיבולי** (היגב - reactance). תפקידו של ערך זה דומה

לתפקידה של ההתנגדות האקטיבית R בחוק אום (4.17). הערך הפעיל של עוצמת

הזרם קשור לערך הפעיל של המתח על הקבל, בדיוק כפי שקשורים בחוק אום

עוצמת הזרם והמתח בקטע של מעגל זרם ישר. זו הסיבה המאפשרת לפרש את



הגודל X_C כ"התנגדות" של קבל לזרם חילופין (ההיגב הקיבולי).

ככל שגדול יותר קיבול הקבל, כן גדולה יותר עוצמת זרם הטעינה מחדש. קל לראות זאת בשינוי עוצמת האור של הנורה כאשר מגדילים את קיבול הקבל. בעוד התנגדותו של הקבל לזרם ישר אינסופית, התנגדותו לזרם חילופין סופית, וערכה X_C . עם הגדלת הקיבול היא קטנה, והולכת וקטנה עם גידול התדירות.

ניתן להבחין בזאת אם כמקור למעגל, המתואר בצור 83, ישמש מחולל זרם חילופין בעל תדירות מתכווננת. בהגדלה אטית של תדירות זרם החילופין ניתן להבחין בהגדלה של עוצמת ההארה של הנורה. היא נגרמת בגלל הגדלת עוצמת הזרם על חשבון הקטנת ההיגב הקיבולי X_C של הקבל.

לסיכום: במהלך רבע מחזור, כאשר הקבל נטען למתח מרבי, נאצרת האנרגיה בקבל כאנרגיית שדה חשמלי. ברבע הבא של המחזור, כאשר הקבל מתפרק, מוחזרת אנרגיה זו לרשת.

התנגדות מעגל המכיל קבל פרופורציונלית הפוך למכפלת התדירות בקיבול.

$$\text{תנודות הזרם מקדימות את תנודות המתח ב- } \frac{\pi}{2}.$$

?

1. כיצד קשורים זה בזה הערכים הפעילים של הזרם והמתח על הקבל במעגל זרם חילופין?
2. האם נפלטת אנרגיה במעגל המכיל קבל בלבד (כאשר ניתן להזניח את ההתנגדות האקטיבית)?
3. מפסק במעגל מהווה סוג של קבל. מדוע, אם כן, מנתק הוא את המעגל מיידית?

זרם חילופין

§34 סליל השראה במעגל זרם חילופין

השראות במעגל משפיעה על עוצמת זרם החילופין. את זאת ניתן להוכיח באמצעות ניסוי פשוט.

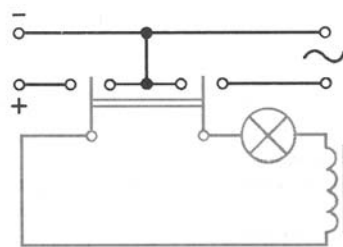
נרכיב מעגל, הכולל סליל בעל השראות גדולה ונורת להט (ציור 86). בעזרת הבורר ניתן לחבר את המעגל למקור מתח ישר או למקור מתח חילופין, כאשר ערך המתח הישר ישווה לערך הפעיל של מתח החילופין. הניסוי מראה שנורה מאירה בעוצמה רבה יותר, כאשר המתח קבוע. מסתבר אפוא שהערך הפעיל של זרם החילופין קטן יותר מעוצמת הזרם הישר.

תופעה זאת מוסברת על-ידי ההשראות העצמית. בסעיף 15 של פרק 2 למדנו, שכאשר מחברים סליל למקור מתח קבוע, עולה עוצמת הזרם בהדרגה. שדה המערבולת החשמלי, הנוצר במהלך עליית הזרם בסליל, בולם את תנועת האלקטרונים, ורק כעבור זמן-מה מגיעה עוצמת הזרם לערכה המרבי (המיוצב), המתאים למתח הקבוע הנתון.

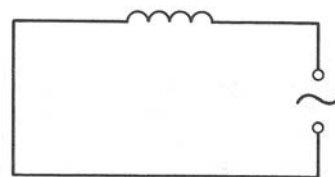
כאשר משתנה המתח במהירות, לא תגיע עוצמת הזרם לאותם ערכים, שהיתה מגיעה אליהם בתנאי מתח קבוע.

הערך המרבי של זרם החילופין (המשרעת) מוגבל אפוא על-ידי ההשראות של המעגל, והוא יהיה קטן יותר בהשראות גדולה ובתדירות גדולה של המתח המופעל.

נמצא את עוצמת הזרם במעגל, הכולל סליל, אשר ההתנגדות האקטיבית שלו זניחה (ציור 87). קודם נמצא את הקשר בין המתח על הסליל לבין הכא"מ המושרה הנוצר בו.



ציור 86



ציור 87

אם התנגדות הסליל שווה לאפס, תשווה גם עוצמת השדה החשמלי בתוכו בכל רגע בזמן לאפס – אחרת תהיה עוצמת הזרם, על-פי חוק אום, אינסופית. שוויון השדה לאפס מתאפשר, מכיוון שעוצמת שדה המערבולת החשמלי \vec{E}_i , הנוצר על-ידי השדה המגנטי המשתנה, שווה בכל נקודה בגודלה ומנוגדת במגמתה לשדה קולון \vec{E}_C , הנוצר במוליך על-ידי המטענים, הנמצאים על הדקי המקור ובמוליכי המעגל. מהשוויון $\vec{E}_i = -\vec{E}_C$ נובע, שהעבודה הסגולית של שדה המערבולת (כלומר, הכא"מ של ההשראות העצמית) שווה בגודלה ומנוגדת במגמתה לעבודה הסגולית של שדה קולון. נזכר: ערך עבודה סגולית של שדה קולון שווה למתח בין קצות הסליל, ונרשום:

$$e_i = -u$$

כאשר הזרם משתנה לפי חוק הרמוני, $i = I_m \sin \omega t$, שווה הכא"מ של ההשראות העצמית:

$$(4.32) \quad e_i = -Li' = -L\omega I_m \cos \omega t$$

מכיוון ש- $u = -e_i$, המתח בין קצות הסליל ישווה ל:

$$u = L\omega I_m \cos \omega t = L\omega I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

כאשר: $U_m = L\omega I_m$ – משרעת המתח.

תנודות המתח על הסליל מקדימות אפוא את תנודות הזרם ב- $\frac{\pi}{2}$; ובמילים אחרות: תנודות הזרם מפגרות אחר תנודות המתח ב- $\frac{\pi}{2}$.

ברגע שהמתח על הסליל מגיע למרבו, תשווה עוצמת הזרם לאפס (ציור 88).
ברגע שהמתח על הסליל מתאפס, תהיה עוצמת הזרם מרבית.

המשרעת של זרם בסליל היא:

$$(4.33) \quad I_m = \frac{U_m}{\omega L}$$

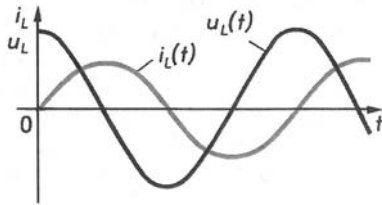
אם נסמן:

$$(4.34) \quad \omega L = X_L$$

ונשתמש במקום במשרעת של הזרם והמתח בערכים הפעילים שלהם, נקבל:

(4.35)

$$I = \frac{U}{X_L}$$



ציור 88

הגודל X_L , השווה למכפלת התדירות המחזורית בהשראות, מכונה **התנגדות השראית** או **היגב השראתי**.

בהתאם לנוסחה (4.35), קשור הערך הפעיל של עוצמת הזרם לערך הפעיל של המתח בביטוי הדומה לחוק אום עבור מעגל זרם ישר.

ההתנגדות ההשראית תלויה בתדירות. אין זיקה בין זרם ישר להשראות של סליל. כאשר $\omega = 0$, שווה ההתנגדות ההשראית לאפס ($X_L = 0$).

ככל שמשתנה המתח במהירות רבה יותר, גדול יותר הכא"מ של ההשראות העצמית, וקטנה יותר המשרעת של עוצמת הזרם.

קל לגלות את תלות ההתנגדות ההשראית בתדירות, אם כסֶפֶק למעגל המתואר בציור 86 נצטייד במחולל זרם חילופין בעל תדירות משתנה. יש גם לדאוג לכך שתהיה אפשרות לשנות את ההשראות של הסליל (למשל, על-ידי חיבור מספר ליפופים שונה במעגל). כאשר התדירות או ההשראות גדלה, תקטן עוצמת הזרם במעגל, ואתה תפחת עוצמת ההארה של הנורה. זו עדות להגדלת ההתנגדות המעגל עם הגדלת ההשראות L והגדלת התדירות ω .

סליל השראה מהווה התנגדות לזרם חילופין. התנגדות זו מכונה **התנגדות השראית**, והיא שווה למכפלת התדירות בהשראות. במעגל בעל השראות מפגרות תנודות הזרם במופע של $\frac{\pi}{2}$ אחר תנודות המתח.

?

1. כיצד קשורים הערכים הפעילים של הזרם ושל המתח על סליל בעל התנגדות אקטיבית זניחה?
2. מדוע יש לכא"מ של השראות עצמית ולמתח על סליל סימנים נגדיים?

סליל/ במעגל זרם חילופין

כשלמדנו על תנודות מכניות מאולצות, הכרנו תופעה חשובה: תהודה. התהודה מופיעה כאשר התדירות העצמית של תנודות המערכת שווה לתדירות השינוי של הכוח החיצוני. אם החיכוך קטן, גדלה משרעת התנודות המאולצות המיוצבות באופן חד. הדמיון של חוקי התנודות במכניקה לאלה שבאלקטרומגנטיות מאפשר להסיק על טיבה של התהודה במעגל חשמלי, כאשר הוא מהווה מעגל תנודות בעל תדירות עצמית מסוימת בתנודותיו.

בתנודות מכניות ניכרת היטב תופעת התהודה בערכים קטנים של מקדם החיכוך μ . תפקידו של מקדם החיכוך בתנודות מכניות דומה לתפקיד ההתנגדות האקטיבית R בתנודות מעגל חשמלי: הרי ההתנגדות האקטיבית במעגל גורמת להפיכת אנרגיית הזרם לאנרגיה פנימית של המוליך (המוליך מתחמם), ולכן ניכרת התהודה במעגל תנודות חשמלי כאשר קטנה ההתנגדות האקטיבית R .

אם ההתנגדות האקטיבית קטנה, מוגדרת התדירות העצמית של התנודות במעגל על-ידי הנוסחה:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

עוצמת הזרם של התנודות המאולצות מגיעה למקבץ, כאשר תדירות המתח המאלץ המופעל במעגל שווה לתדירות העצמית של מעגל התנודות:

$$(4.36) \quad \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

תהודה במעגל חשמלי היא תופעה של גידול חד במשרעת התנודות המאולצות של עוצמת הזרם, כאשר תדירות המתח המאלץ החיצוני שווה לתדירות העצמית של המעגל.

משרעת עוצמת הזרם בתהודה

בדומה לאשר נלמד במהלך התהודה במכניקה, כך גם במהלך התהודה במעגל תנודות חשמלי: נוצרים תנאים אופטימליים לאספקת אנרגיה למעגל ממקור חיצוני. ההספק במעגל מרבי כאשר המופע של עוצמת הזרם שווה למופע של המתח. כאן קיים דמיון מלא לתנודות המכניות: התהודה מתרחשת כאשר המופע של הכוח

המאלץ החיצוני (התואם למתח במעגל) שווה למופע של המהירות (התואמת לעוצמת הזרם).

הערך המרבי של עוצמת הזרם אינו מתייצב מיד לאחר הפעלת מתח מאלץ חיצוני; התייצבות התנודות מתרחשת באופן הדרגתי: משרעת התנודות של עוצמת הזרם גדלה עד אשר האנרגיה, הנפלטת בנגד במשך מחזור שלם, משתווה לאנרגיה, הנכנסת למעגל באותו משך זמן:

$$\frac{I_m^2 R}{2} = \frac{U_m I_m}{2}$$

לאחר פשוט תיראה המשוואה כך:

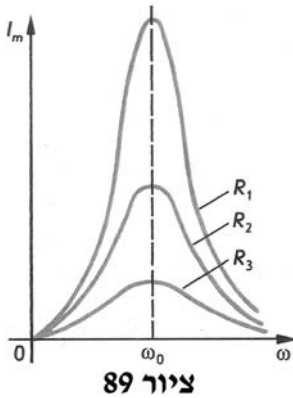
$$I_m R = U_m$$

מכאן מוצאים את משרעת התנודות היציבות של עוצמת הזרם בזמן התהודה:

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

כאשר $R \rightarrow 0$, תגדל עוצמת הזרם בתהודה לאינסוף: $(I_m)_{Res} \rightarrow \infty$. ולהפך:

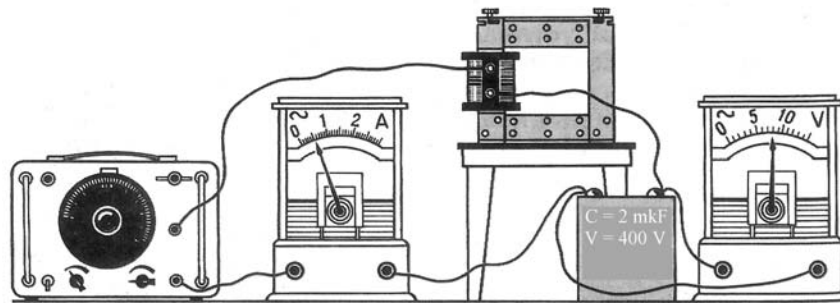
כאשר R גדל, הערך המרבי של עוצמת הזרם קטן, ועבור ערכים גדולים של R כבר אין טעם לדון בתהודה. תלות המשרעת של עוצמת הזרם בתדירות עבור ערכים שונים של התנגדות ($R_1 < R_2 < R_3$) מוצגת בציור 89.



במקביל לגידול עוצמת הזרם במהלך התהודה גדלים באופן חד המתח על הקבל והמתח על סליל ההשראה. כאשר ההתנגדות האקטיבית קטנה, גדולים מתחים אלה בהרבה מהמתח המאלץ. אפשר להיווכח בכך בניסוי הבא:

כדי לחקור תהודה במעגל חשמלי מרכיבים מערך המתואר בציור 90, בו משתמשים במקור מתח מאלץ חיצוני בעל תדירות מתכווננת. בהעלאה הדרגתית של תדירות המתח החיצוני ניתן להבחין באמפרמטר כיצד משתנה עוצמת הזרם במעגל, ובאמצעות הוולטמטר – במתח על הקבל או על סליל ההשראה. במהלך התהודה גדלים ערכים אלה עשרות ואפילו מאות מונים.

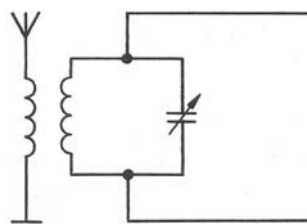
תהודה במעגל חשמלי



ציור 90

שימוש בתהודה בתקשורת רדיו

בתופעת התהודה החשמלית משתמשים בתקשורת רדיו: גלי רדיו מתחנות שידור שונות מעוררים באנטנה של מקלט רדיו זרמים משתנים בעלי תדירות שונה, מכיוון שכל תחנה משדרת בתדר משלה. באמצעות ההשראה צמודה האנטנה למעגל התנדודות (ציור 91). עקב השראה אלקטרומגנטית בסליל של המעגל נוצרים כא"מ משתנה בתדירות מתאימה ותנדודות מאולצות של עוצמת זרם באותה תדירות; אולם תנדודות הזרם ותנדודות המתח במעגל תהיינה משמעותיות אך ורק בהיווצרות תהודה במעגל. לזאת מתכוונים כאשר אומרים, שמכל תדרי התנדודות המעוררות באנטנה "בוחר" המעגל את אותן תנדודות, שתדירותן שווה לתדירות העצמית שלו. כוונן המעגל לתדר הדרוש ω_0 מתבצע בדרך כלל על-ידי שינוי קיבולו של הקבל. כך מתבצע חיפוש התחנה המשדרת הרצויה במקלט הרדיו.



ציור 91

נזקים אפשריים מתופעת התהודה במעגל חשמלי

בחלק המקרים עלולה תופעת התהודה במעגל חשמלי להזיק מאוד: אם אין המעגל מתוכנן לעבודה בתנאי תהודה, תגרום הופעתה לתאונה. זרמים גדולים מדי עלולים לחמם חוטים במידה רבה, ומתחים גבוהים מדי יגרמו לפריצת הבידוד.

תאונות מסוג זה קרו לעתים קרובות במאה ה-19, כאשר חוקי התנדודות החשמליות טרם נלמדו היטב, ולא ידעו לחשב את תדירויות התהודה של מעגלים חשמליים.

במהלך תנודות אלקטרומגנטיות מאולצות עשויה להתרחש תהודה: גידול חד של משרעת הזרם ושל משרעת המתח, כאשר תדירות המתח המאלץ החיצוני משתווה לתדירות העצמית של המעגל. על תופעת התהודה מבוססת כל תקשורת הרדיו.

?

1. האם עשויה משרעת עוצמת הזרם בתהודה להיות גדולה יותר מעוצמת זרם קבוע במעגל בעל אותה התנגדות אקטיבית ומתח קבוע?
2. למה שווה הפרש המופע בין תנודת עוצמת הזרם לבין תנודת המתח בזמן התהודה?
3. מהו התנאי, שבו תהיינה ניכרות תכונות התהודה של המעגל?

§36 מתנד מבוסס טרנזיסטור תנודות משוב

התנודות המאולצות, שנלמדו עד כה, מעוֹכְרוֹת בהשפעת מתח משתנה, הנוצר על-ידי גנרטורים בתחנות חשמל. גנרטורים אלה אינם מסוגלים ליצור תנודות בעלות תדירות גבוהה הנחוצה לתקשורת רדיו, וכדי ליצור אותם יש לסובב רוטור במהירות גבוהה למדי. את התנודות בעלות תדירות גבוהה יוצרים בעזרת מכשירים אחרים, כמתנד מבוסס טרנזיסטור. הוא מכונה כך בגלל החלק המרכזי בו – הרכיב הבנוי ממוליכים למחצה: הטרנזיסטור. המתנד הוא מכשיר מורכב, ולא קל להבין את עקרון פעולתו.

מערכות של תנודות משוב

תנודות מאולצות בלתי מרוסנות מתקיימות במעגל בהשפעת מתח מאלץ, מחזורי וחיצוני, אולם אפשריות גם שיטות אחרות לייצר תנודות בלתי מרוסנות.

במעגל, שעשויות להתקיים בו תנודות אלקטרומגנטיות חופשיות, נמצא מקור אנרגיה. אם המערכת עצמה תשלוט על אספקת האנרגיה במעגל התנודות כדי לקזז את איבודי האנרגיה בנגד, עשויות להיווצר במעגל תנודות בלתי מרוסנות.

מערכת, שמתחוללות בה תנודות בלתי מרוסנות בזכות אספקת האנרגיה מהמקור הנמצא בתוך המערכת, מכונה מערכת תנודות משוב. תנודות בלתי מרוסנות, המתקיימות במערכת ללא השפעת כוחות מחזוריים חיצוניים, מכונות **תנודות משוב.**

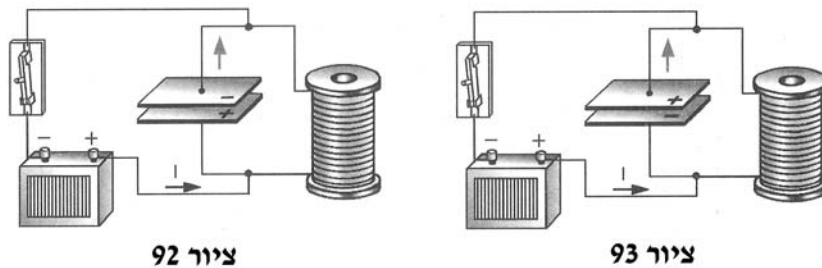
תהודה במעגל חשמלי

מתנד מבוסס-טרנזיסטור הוא דוגמה למערכת תנודות משוב: במעגל תנודות זה קבל שקיבולו C, סליל השראה שהשראותו L, מקור אנרגיה וטרנזיסטור.

כיצד ניתן לחולל תנודות בלתי מרוסנות במעגל?

אם ייטען הקבל הנמצא במעגל תנודות זה, ייווצרו תנודות דועכות (מרוסנות). בסוף כל מחזור תנודות יהיה המטען על לוחות הקבל קטן יותר מאשר בתחילת המחזור. המטען הכולל נשמר, אולם המטען החיובי על הלוח האחד והמטען השלילי על הלוח האחר הולכים וקטנים באותה מידה. כך הולכת אנרגיית התנודות ופוחתת, משום שהאנרגיה פרופורציונית לריבוע המטען על אחד מלוחות הקבל (ראו נוסחה 4.1). כדי שהתנודות לא ירוסנו יש לקזז את איבודי האנרגיה בכל מחזור.

אפשר להוסיף למעגל אנרגיה על-ידי טעינת הקבל. לשם כך יש לחבר את המעגל באופן מחזורי למקור מתח קבוע. לוח הקבל צריך להתחבר להדק המקור החיובי רק באותם פרקי זמן, בהם לוח זה טעון במטען חיובי; והלוח השלילי – להדק המקור השלילי, כאשר לוח זה טעון במטען שלילי (ציור 92). רק כך יטען המקור את הקבל ויוסיף לו אנרגיה. ואילו אם נסגור את המפסק ברגע שבו הלוח, המחובר להדק החיובי, טעון במטען שלילי, והלוח, המחובר להדק השלילי, טעון במטען חיובי, יתפרק הקבל דרך המקור (ציור 93), ואנרגיית הקבל תקטן.



מקור מתח קבוע, המחובר לקבל כל הזמן, לא יוכל אפוא לקיים בו תנודות בלתי מרוסנות: במשך מחצית זמן המחזור תיכנס אנרגיה למעגל, ובמהלך המחצית השנייה של זמן המחזור תחזור האנרגיה למקור. תנודות בלתי מרוסנות ייווצרו במעגל, אם יחובר המקור למעגל באותם פרקי זמן, שבהם אפשרית אספקת אנרגיה לקבל. יש להבטיח פעילות אוטומטית של המפסק (או השסתום, כפי שהוא מכונה לעתים קרובות). עבור תנודות בעלות תדירות גבוהה צריך המפסק לפעול במהירות

תהודה במעגל חשמלי

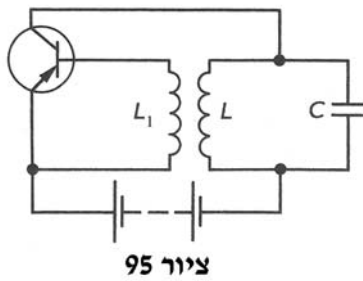
גבוהה מאוד. כמפסק כזה, הפועל באופן מתמיד, משמש הטרנזיסטור.

נזכיר: הטרנזיסטור מכיל שלושה סוגים של מוליכים למחצה: פולט, בסיס וקולט. לפולט ולקולט נשאי מטען זהים – למשל חורים (מוליכים למחצה מהסוג p), ולנשאים העיקריים של הבסיס מטענים נגדיים – למשל אלקטרונים (מוליכים למחצה מהסוג n). התיאור הסכמתי של הטרנזיסטור מובא בצירוף 94.



פעולת המתנד המבוסס על טרנזיסטור

את הסכמה הפשטנית של המתנד ניתן לראות בצירוף 95. מעגל התנודות מחובר בטור למקור מתח ולטרנזיסטור באופן כזה, שפוטנציאל הפולט חיובי, ושל הקולט – שלילי. במצב כזה הצומו פולט-בסיס (מעבר הפולט) הוא בעל מעבר ישיר ואילו המעבר בסיס-קולט (מעבר הקולט) הפוך ואין זרם במעגל. מצב זה תואם למצב המפסק, הפתוח בצירופים 92 ו-93.



על מנת שייוצר זרם שיטען את הקבל במעגל, יש להקנות לבסיס פוטנציאל שלילי יחסית לפולט באותם פרקי זמן, כשהלוח העליון של הקבל (צירוף 95) יהיה טעון חיובית, והלוח התחתון יהיה טעון שלילית. מצב זה מתאים למצב המפסק הסגור בצירוף 92.

באותם פרקי זמן, כאשר הלוח העליון של הקבל טעון שלילית, והתחתון – חיובית, לא יעבור זרם במעגל. זה יקרה אם לבסיס פוטנציאל חיובי יחסית לפולט. כדי לקזז את איבודי האנרגיה של התנודות, צריך אפוא המתח במעבר הפולט להחליף את סימנו באופן מחזורי בתיאום צמוד עם תנודות המתח במעגל. לשם כך נחוץ **משוב**.

תהודה במעגל חשמלי



ציור 96

במתנד שבו אנו דנים המשוב השראתי. למעבר הפולט מחובר סליל בעל השראות L_1 , הקשור באמצעות השראה לסליל בעל השראות L של המעגל. התנודות במעגל מתעוררות באמצעות השראה אלקטרומגנטית של תנודות המתח על קצות הסליל, ואלה מעוררות גם בסליל של מעבר הפולט. אם מופע תנודות המתח על מעבר הפולט "נכון", פועלות "דחיפות" הזרם במעגל בפרקי הזמן המתאימים, והתנודות יימשכו ללא ריסון. משרעת התנודות במעגל תגדל עד אשר איבודי האנרגיה במעגל יקוזזו על-ידי אספקת האנרגיה מהמקור. הגדלת המתח גורמת להגברת ה"דחיפות" הטוענות את הקבל.

תדירות התנודות העצמיות במעגל מוגדרת על-ידי ההשראות L של הסליל

והקיבול C של הקבל, בהתאם לנוסחת **תומסון**:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

כאשר L ו- C הולכים וקטנים, הולכת וגדלה התדירות. אפשר לגלות את היווצרות התנודות במתנד (עירור המתנד) באמצעות האוסצילוגרף על-ידי חיבור מתח הקבל ללוחותיו האנכיים.

מתנד מסוג זה שימושי במכשירי רדיו רבים: במקלטי רדיו, תחנות שידור, במגברים וכן במחשבים.

המרכיבים הבסיסיים של מערכת משוב

בעזרת הדוגמה של מתנד מבוסס-טרנזיסטור ניתן להגדיר את המרכיבים העיקריים של מערכות משוב (ציור 96):

1. מקור אנרגיה, שבזכותו מתקיימות תנודות בלתי מרוסנות (במתנד טרנזיסטור מקור זה הוא מקור מתח קבוע).
2. מערכת התנודות, כלומר חלק ממערכת המשוב שמתקיימות בו התנודות (במתנד טרנזיסטור זה מעגל תנודות).

תהודה במעגל חשמלי

3. מכשיר, המבקר את אספקת האנרגיה מהמקור למערכת התנודות, המכונה **שסתום** (במתנד טרנזיסטור מבצע תפקיד זה הטרנזיסטור עצמו).

4. מכשיר המבצע משוב, שבאמצעותו שולטת מערכת התנודות בשסתום (במתנד טרנזיסטור זה הקשר ההשראתי בין הסליל שבמעגל התנודות לבין הסליל במעגל פולט-בסיס).

דוגמאות למערכות תנודות משוב אחרות

תנודות משוב מעוֹרְרוֹת במערכות חשמליות וגם במערכות מכניות. למערכות אלה ניתן לשייך את השעון המכני (שעון קיר מבוסס-מטוטלת או שעון יד מבוסס-גלגל שיניים מתנודד). מקור האנרגיה בשעון הוא האנרגיה הכובדית של משקולת תלויה או של קפיץ מתוח.

למערכות משוב נשייך את הפעמון החשמלי, את המשרוקית, את צינורות העוגב ומכשירים רבים אחרים.

הכרנו את סוג התנודות המורכב ביותר: תנודות משוב. במערכות של תנודות משוב נוצרות תנודות בעלות תדירויות רבות ושונות. ללא מערכות מסוג זה לא היו קיימים תקשורת רדיו, טלוויזיה ומחשבים.

?

1. מהי מערכת תנודות משוב?
2. במה נבדלות תנודות משוב מתנודות חופשיות ומתנודות מאולצות?
3. תארו את תכונות הצומת $p-n$ במוליכים למחצה.
4. כיצד בנוי טרנזיסטור?
5. מה תפקידו של הטרנזיסטור ביצירת תנודות משוב?
6. כיצד מתבצע משוב במתנד מבוסס-טרנזיסטור?
7. ציינו את המרכיבים העיקריים של מערכת תנודות משוב.
8. הביאו דוגמאות נוספות של מערכות המבוססות על תנודות משוב.

* * *

תהודה במעגל חשמלי

בזה אנו מסיימים את לימודי התנודות המכניות והאלקטרומגנטיות. מרשימה הזוהת הרבה בין אופקים של התהליכים השונים וזוהת המשוואות המתמטיות, המתארות את התהליכים האלה. זוהת זאת, כפי שראינו, מקילה מאוד על לימודי התנודות.

דוגמאות לפתרון תרגילים

1. המטען המרבי על לוחות הקבל של מעגל תנודות הוא $q_m = 10^{-6} \text{ C}$. המשרעת של עוצמת הזרם במעגל היא $I_m = 10^{-3} \text{ A}$. מצאו את זמן מחזור התנודות. אפשר להזניח את איבודי האנרגיה בחימום המוליכים.

פתרון

בהתאם לחוק שימור האנרגיה, הערך המרבי של אנרגיית השדה החשמלי של הקבל שווה לערכה המרבי של אנרגיית השדה המגנטי של הסליל:

$$\frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2}$$

מכאן:

$$\sqrt{LC} = \frac{q_m}{I_m} \quad \text{או} \quad LC = \frac{q_m^2}{I_m^2}$$

לכן,

$$T = 2\pi \sqrt{LC} = 2\pi \frac{q_m}{I_m} \approx 6.3 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$

2. מסגרת, ששטחה $S = 3000 \text{ cm}^2$ והכוללת $N = 200$ ליפופים, סובבת בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $B = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$. הכא"מ המרבי שמתפתח במסגרת הוא $\varepsilon_m = 1.5 \text{ V}$. מצאו את משך הזמן של סיבוב אחד.

פתרון

המשרעת של כא"מ המושרה בליפוף אחד שווה ל- $BS\omega$. מכיוון שמסתכמים ערכי הכא"מ הנוצרים בליפופים בודדים, תהיה המשרעת של הכא"מ במסגרת

$$\varepsilon_m = NBS\omega \quad \text{הכוללת } N \text{ ליפופים:}$$

מכאן:

$$\omega = \frac{\varepsilon_m}{NBS}$$

תהודה במעגל חשמלי

את משך הזמן של סיבוב אחד אפשר למצוא כך :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi NBS}{\epsilon_m} \approx 3.8 \cdot 10^{-2} \text{ sec}$$

3. סליל בעל התנגדות השראתית (היגב השראתי) $X_L = 500 \Omega$ מחובר למקור

מתח חילופין שתדירותו $\nu = 1000 \text{ Hz}$. הערך הפעיל של המתח $U = 100 \text{ V}$.

מצאו את המשרעת של עוצמת הזרם I_m במעגל ואת השראות הסליל L .

אפשר להזניח את ההתנגדות האקטיבית של הסליל.

פתרון

את ההתנגדות ההשראתית (היגב השראתי) של הסליל ניתן לחשב על-פי

הנוסחה:

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L$$

מכאן מקבלים:

$$L = \frac{X_L}{2\pi\nu} = 0.08 \text{ Hz}$$

מכיוון שמשרעת המתח קשורה בערכו הפעיל על-ידי הביטוי: $U_m = U\sqrt{2}$,

אזי עבור משרעת הזרם מקבלים:

$$I_m = \frac{U_m}{X_L} = \frac{U\sqrt{2}}{X_L} = 0.28 \text{ A}$$

4. במעגל זרם חילופין, שתדירותו $\nu = 500 \text{ Hz}$, מחובר סליל בעל השראות של

$L = 10 \text{ mH}$. איזה קבל יש לחבר במעגל כדי שתופיע בו תהודה?

פתרון

המעגל החשמלי שעליו מדובר הוא מעגל תנודות. במעגל זה תיווצר תהודה,

כאשר תדירות זרם החילופין תשווה לתדירות העצמית של מעגל התנודות

$(\nu = \nu_0)$.

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{מכיוון ש:}$$

אזי גם:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

תהודה במעגל חשמלי