כיצד נעים כוכבי הלכת (הפלנטות)? ניתן להשיב בקצרה: בהתאם לחוק הכבידה העולמית; הרי כוחות הכבידה הם הכוחות היחידים הפועלים על כוכבי הלכת.

מכיוון שמסות כוכבי הלכת קטנות בהרבה בהשוואה למסת השמש, אזי כוחות המשיכה בין כוכבי הלכת לבין עצמם כמעט ואינם משפיעים על תנועתם. כל כוכב לכת נע כפי ש"מכתיב" לו כוח הכבידה, הפועל בינו לבין השמש.

חוקי התנועה של כוכב לכת סביב השמש נקבעים על-ידי חוק הכבידה העולמית.

הגילויים באשר לחוקי התנועה של כוכבי הלכת נוסחו לראשונה על-ידי האסטרונום הגרמני **יוהנס קפלר**, לפני גילוייו של **ניוטון**, וללא ידיעת חוק הכבידה. **קפלר** צפה בתנועות הכוכבים במשך יותר מ- 20 שנה, וסיכם את תוצאות התצפיות בניסוח חוקים המגדירים את תנועתם.

ניעזר בחוק הכבידה העולמית כדי "להוכיח" אותם, כפי שעשה בזמנו ניוטון.

מהתצפיות של **קפלר** התברר שמסלולי כוכבי הלכת קרובים מאוד למעגליים.

השאלה המתבקשת: כיצד קשור משך זמן המחזור של סיבוב כוכב הלכת סביב השמש לרדיוס המסלול?

כוח המשיכה הפועל על כוכב לכת בהשפעת השמש שווה ל-

$$F = G\frac{mM}{r^2}$$

כאשר: m – מסת כוכב הלכת; M – מסת השמש; r– המרחק ביניהם.

על-פי החוק שניסח **ניוטון**, מעניק כוח זה לכוכב הלכת תאוצה:

$$a = \frac{F}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

מכיוון שמסלול התנועה מעגלי, תאוצה זו היא התאוצה הצנטריפטלית:

$$G\frac{M}{r^2} = a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

כאשר: ω – תדירות סיבובית; T – מחזור הסיבוב.

מכאן מחלצים את משך זמן המחזור:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

הביטוי הכופל את r^3 מכיל את הערכים המאפיינים את השמש, והוא שווה עבור כל כוכב לכת הסובב סביבה.

לכן עבור שתי פלנטות כלשהן נקבל:

$$\frac{T_1{}^2}{T_2{}^2} = \frac{r_1{}^3}{r_2{}^3}$$

שוויון זה מכונה **החוק השני של קפלר**.

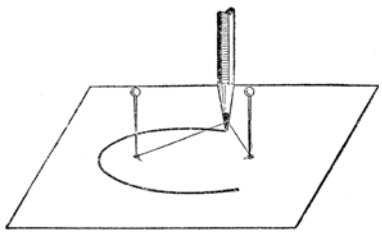
חוק זה משווה את היחס שבין ריבועי משך זמן המחזור ליחס שבין החזקות השלישיות של רדיוסי המסלול עבור שני כוכבי לכת כלשהם.

כאמור, חוק זה נוסח לראשונה על-ידי **קפלר**, ומאוחר יותר הסביר אותו **ניוטון** באמצעות חוק הכבידה העולמית.

תנועה מעגלית של גוף שמימי סביב גוף אחר היא רק אחת מהאפשרויות.

מסלולי התנועה של גוף סביב גוף אחר בהשפעת כוח הכבידה יכולים להתרחש באופנים שונים; אולם כפי שמוכיח החישוב וכפי שגילה **קפלר**, כל המסלולים שייכים לקבוצה אחת של עקומות המכונות **אליפטיות**.

אם נקשור חוט רפה לשתי סיכות הנעוצות בדף נייר, נמתח אותו באמצעות חוד של עיפרון ונצייר עקומה כך שהחוט יישאר מתוח, אזי תתקבל עקומה המכונה **אליפסה**. הנקודות שבהן תקועות הסיכות מכונים **מוקדים**.



ציור 34א

אם אורך החוט הרפה יהיה גדול בהרבה מהמרחק שבין הסיכות, תהיה האליפסה קרובה מאוד למעגל.

החוק הראשון שניסח **קפלר** קובע שכוכבי לכת נעים במסלולים אליפטיים, כאשר השמש נמצאת באחד המוקדים.

האליפסות, שבהן נעים כוכבי הלכת, קרובים מאוד למעגלים. המסלול השונה ביותר ממעגל הוא של כוכב הלכת הקרוב ביותר לשמש, כוכב חמה (מרקורי), שבמסלולו הקוטר הארוך של האליפסה גדול ב- 2% מהקוטר הקצר.

אולם קיימים גופים שמימיים אחרים, הנעים במסלולים מוארכים מאוד. לגופים הנעים במסלולים אלה שייכים כוכבי שביט, ה"מבקרים" את מערכת השמש אחת לכמה שנים.

כאשר כוכב שביט מתקרב לשמש מהירותו גדלה, וכאשר הוא מתרחק ממנה פוחתת מהירותו. קל להסביר תצפית זו: הרי כוח המשיכה גדל ביחס הפוך לריבוע המרחק שבין כוכב השביט לשמש, עם הכוח גדלה התאוצה, ועמה גדלה המהירות.

חוק שינוי מהירות הגוף, הנע סביב השמש, בתלות המרחק למוקד שבו נמצאת השמש מצא את ביטויו בחוק השני שניסח **קפלר**:

רדיוס-וקטור של כוכב לכת הנע במסלול אליפטי, כאשר באחד המוקדים נמצאת השמש, עובר גזרה אליפטית בפרק זמן מסוים. החוק השני של **קפלר** קובע, ששטח הגזרה במקומות שונים של המסלול זהה בפרקי זמן זהים, כלומר, הרדיוס-וקטור מכסה שטחים שווים במשכי זמן שווים.

אחת מההשלכות של חוק זה היא העובדה, שמהירותו של כל כוכב לכת גבוהה יותר כאשר קרוב הוא לשמש, כאשר גודלו של הרדיוס-וקטור קטן יותר; וכדי ששטח הגזרה יישאר קבוע בפרק זמן מסוים, אורך הקשת שעוברת הפלנטה בפרק זמן זה צריך להיות ארוך יותר, וכך גם המהירות בה משייט הכוכב.

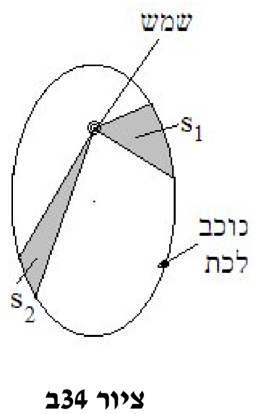
לסיכום, שלושת **חוקי קפלר** הם:

החוק הראשון

כוכבי לכת נעים במסלולים אליפטיים, כאשר השמש נמצאת באחד ממוקדי האליפסה.

החוק השני

רדיוס-וקטור, המחבר את מרכז השמש עם מרכז כוכב הלכת, מכסה שטחים שווים בפרקי זמן שווים: $S_1 = S_2$.



ציור 34ב

החוק השלישי

המרחק מכוכב לכת לשמש R ומשך זמן מחזור הסיבוב T של כוכב הלכת קשורים בביטוי:

$$\frac{T_1}{T_2}=\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

או

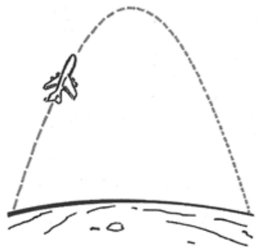
$$\frac{{T_1}^2}{{T_2}^2}=\frac{{r_1}^3}{{r_2}^3}$$

§35 כוח הכבידה ומשקל
הֶעדר משקל

בעקבות שוויון התאוצות, שמקנה הארץ לכל הגופים, תיתכן תחושה של הֶעדר משקל בנפילה חופשית של גופים.

נדמיין מטוס הממריא אל על; למטוס ולנוסעים שבו אותה מהירות. אילו ברגע מסוים היה ניתק המגע בין המטוס לבין האוויר, היו המטוס, הנוסעים וכל החפצים שבתוכו נופלים בנפילה חופשית באותה התאוצה, המכוונת למרכז כדור הארץ. תנועה זו היתה מתרחשת במסלולים פרבוליים זהים (ציור 83).

זה מצב של הֶעדר משקל: הטייס נופל בתא הטייס, ובאותה תאוצה נופלות הדפנות, הרצפה ותקרת התא. כתוצאה מכך ירחף הטייס באופן חופשי **בלא שייגע במצוי סביבו, אף לא יעיק עליו**.



ציור 83

הניסויים, שבהם מתרחש מצב של העדר משקל, בוצעו פעמים רבות. לדוגמה: מטוס מאיץ ומרגע מסוים הוא נע במסלול פרבולי הזהה לזה שהיה קורה בריק. בתא הטייס מתחילות להתרחש תופעות בלתי רגילות: מטוטלת השעון עוצרת במצב נטוי, מים שנשפכו מכוס נשארים באוויר בצורת בועה גדולה, ולידה "קפואים" כל החפצים שבתא ללא תלות בגודלם ובמסתם, כאילו תלויים הם בחוטים בלתי נראים.

אותן תופעות מתרחשות בחללית, הסובבת את כדור הארץ במסלול יציב. בגובה

רב מעל פני כדור הארץ אין אוויר, ולכן אין צורך לקזז את התנגדותו על-ידי פעולת המנועים. הטיסה ממשיכה כך ימים רבים.

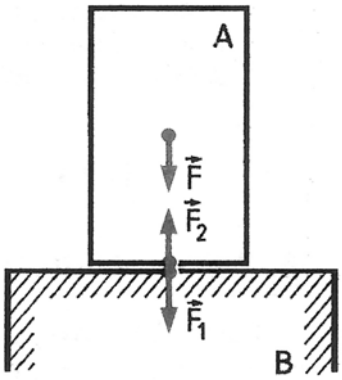
גם אתם יכולים להביא את גופכם למצב של העדר משקל. כל שעליכם לעשות הוא לקפוץ. במשך פרק זמן קצר – כאשר על הגוף יפעל כוח הכבידה בלבד – תהיו במצב של העדר משקל, הזהה לזה שחשים הקוסמונאוטים והאסטרונאוטים בתא החללית.

נלמד עתה במה שונה כוח המשיכה מהמשקל; ומדוע נעדר המשקל במשך הנפילה החופשית – בעוד כוח הכבידה קיים.

כוח המשיכה הכובדית הוא הכוח, שבו מושך כדור הארץ את הגוף הנמצא על פני שטחו או קרוב לפניו. למושג **משקל** משמעות אחרת לגמרי: **המשקל הוא הכוח, שבו הגוף פועל על משטח אופקי, שעליו הוא נמצא, או על קצה חוט, שבו הוא תלוי.**

המשקל אינו אפוא כוח טבע מיוחד, אלא השם שניתן לכוח אלסטי במקרה מאוד מסוים.

המשקל פועל במישרין על צלחת של מאזני קפיץ ומותח את הקפיץ; בהשפעת הכוח הזה זז גם המנוף של מאזני המנוף. נסביר את הנאמר באמצעות דוגמה פשוטה.



ציור 84

נניח שגוף A נמצא על תומך אופקי B (ציור 84) – למשל צלחת מאזניים. נסמן את כוח הכובד ב- $\vec{F}$, ואת הכוח שמפעיל הגוף על התומך ב-$\vec{F}_1$. גודלו של כוח תגובת התומך $\vec{F}_2$ שווה לגודל כוח המשקל $\vec{F}_1$. הכוח $\vec{F}_2$ פועל בכיוון הנגדי לכוח המשקל $\vec{F}_1$. נדגיש: הכוח של תגובת התומך פועל על הגוף המונח עליו.

בזמן שכוח הכובד $\vec{F}$ נוצר בפעולה הדדית בין הארץ לבין הגוף, נוצר כוח המשקל $\vec{F}_1$ כתוצאה מפעולה הדדית אחרת לגמרי: בין הגוף A לבין התומך B. לכן יש לכוח המשקל תכונות שונות מאלה של כוח הכובד, והחשובה ביותר ביניהן:

גודלו של כוח המשקל תלוי בתאוצת התומך. בהעברת הגוף מהקוטב לקו המשווה משתנה משקלו עקב התאוצה הצנטריפטלית, הקשורה בסיבוב היומי של כדור הארץ, בה נתון התומך.

ננתח מקרה מוחשי מעט יותר:

גוף מונח על צלחת של מאזני קפיץ בתוך מעלית, הנעה בתאוצה $\vec{a}$. בהתאם לחוק השני של ניוטון:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_2$$

כאשר: m – מסת הגוף; $\vec{F}$ - כוח הכובד; $\vec{F}_2$ - תגובת הצלחת התומכת.

את הציר Oy של מערכת הצירים הקשורה בארץ נכוון כלפי מטה. משוואת התנועה להיטלי התאוצה והכוחות על ציר זה היא:

$$ma_y = F_y + F_{2y}$$

אם התאוצה מכוונת כלפי מטה, אזי לאחר שנבטא את רכיבי הווקטורים באמצעות ערכיהם המוחלטים נקבל:

$$ma = F - F_2$$

מכיוון שלפי החוק השלישי של ניוטון $F_2 = F_1$, נקבל:

$$ma = F - F_1$$

מכאן ברור שבמקרה אחד בלבד, כאשר $a = 0$ שווה כוח המשקל $\vec{F}_1$ לכוח משיכת הגוף אל כדור הארץ ($F_1 = F$). אם $a \neq 0$, נקבל:

$$F_1 = F - ma = m(g - a)$$

אם כן, משקל הגוף תלוי בתאוצה שבה נע התומך.

כאשר המעלית נופלת באופן חופשי, דהיינו $a = g$, אזי: $F_1 = F\,(g - g) = 0$

במצב של העדר משקל לא מפעילים הגופים כוח על התומך, ולכן לא פועל עליהם כוח התגובה של התומך. במצב זה חשים "אובדן משקל" – כאילו נעלם כוח המשיכה של כדור הארץ.

?

1. **מהו השוני העיקרי בין כוח הכבידה לכוחות אחרים?**
2. **האם מתקיים חוק הכבידה העולמי עבור גופים בעלי צורה כלשהי?**

חוקי קפלר

3. **אילו כוחות נקראים כוחות מרכזיים?**
4. **מה הן היחידות של קבוע הכובד G?**
5. **מהי הסיבה שכדור הארץ מקנה לכל הגופים, ללא תלות במסתם, תאוצה שווה?**
6. **מהו מצב "העדר משקל"?**
7. **מהו משקלו של גוף?**
8. **האם צנחן נמצא במצב של העדר משקל בעת הצניחה?**

כוחות אלסטיים

§36 עיוות וכוחות אלסטיים

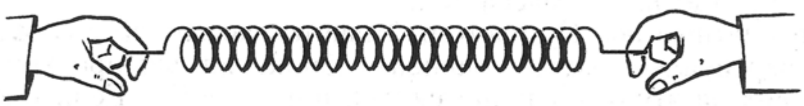
כוחות הכבידה פועלים תמיד בין גופים. אין צורך להפעיל אותם וגם אין אפשרות לבטלם בדרך כלשהי. במובן זה שונים הכוחות האלסטיים מכוחות הכבידה.

כדי שגופים שונים או חלקים שונים של אותו גוף יפעלו זה על זה באמצעות כוחות אלסטיים, חייב להתקיים תנאי אחד: הגופים צריכים להיות מעוותים.

עיוות הוא שינוי בנפח הגוף או בצורתו.

הכוחות האלסטיים נוצרים אך ורק תוך כדי עיוות גופים. עוצמתם תלויה בגודל העיוותים.

כדי שגומי או קפיץ יפעילו כוח כלשהו, יש למתוח אותם, כלומר לעוותם (ציור 85).



ציור 85

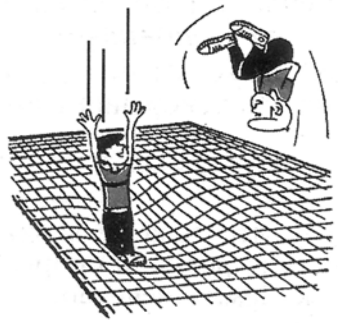
כדי שטרמפולינה תקפיץ להטוטן, יש לעקם אותה (ציור 86). עיקום המשטח נוצר עקב נפילת הלהטוטן מגובה כלשהו על הטרמפולינה. כאשר נעלם העיוות, נעלם גם הכוח האלסטי. גופים מוצקים מתנגדים לשינוי נפחם וצורתם, ובכל ניסיון לעוות אותם נוצרים בהם כוחות אלסטיים המתנגדים לשינוי בנפחם ובצורתם.

נוזלים אינם שומרים על צורתם. מזיגת מים מקנקן לכוס לא תגרום להופעת כוחות אלסטיים.

לעומת זאת, נסו לדחוס נוזל בתוך משאבה או בבקבוק – והכוח האלסטי יופיע מיד.

באופן דומה יופיע כוח אלסטי, כאשר דוחסים אוויר במשאבה.

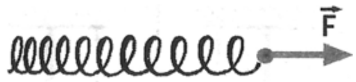
לסיכום: כוחות אלסטיים נוצרים תמיד תוך כדי ניסיון לשנות נפח או צורה של גוף מוצק, לשנות נפח של נוזל, ולהפעיל לחץ על גז.



ציור 86

עיוות הגוף נוצר כאשר חלקים שונים שלו מבצעים העתקים שונים. לדוגמה: כאשר אתם מותחים חוט גומי, חלקים שונים שלו זזים למרחקים שונים. למרחק הכי גדול מועתקים הקצוות, ואילו החלק האמצעי נותר במקומו. כך החוט מתעוות ונוצרים בו כוחות אלסטיים.

עניין רב מהווה עיוות קפיץ, המונח באופן חופשי על השולחן, ושמופעל עליו כוח בקצהו האחד: בעת הפעלת הכוח יהיו מתוחים יותר החלקים הקרובים לנקודת האחיזה של הכוח החיצוני (ציור 87).



ציור 87

בסמוך לנקודת האחיזה פועל הכוח האלסטי שבקפיץ, שמעניק תאוצה לכל מסת הקפיץ; אך סמוך לקצה החופשי של הקפיץ מעניק הכוח האלסטי שבקפיץ אותה תאוצה למסה קטנה יותר של הגוף, לחלקו הנותר של הקפיץ, ומכאן – בכוח קטן יותר; לכן עיוותו של הקפיץ סמוך לקצה החופשי קטן יותר.

כך, בבלימת גוף נע באמצעות כוח המופעל על אחד מחלקי הגוף, נוצרים עיוותים ומתגלים כוחות אלסטיים.

בנפילת כדור גומי ובפגיעתו בקרקע נבלמים החלקים התחתונים של הכדור באופן חד, בעוד חלקיו העליונים ממשיכים לנוע מטה עקב התמדתם. כתוצאה מכך מתעוות הכדור, ונוצרים כוחות אלסטיים הבולמים אותו. מאחר שהעיוות רב יותר בחלקו התחתון של הכדור, יהיו הכוחות האלסטיים שם חזקים יותר.

להבדיל מכוחות הכבידה, הפועלים תמיד בין הגופים, להיווצרות כוחות אלסטיים דרוש תנאי: הגופים חייבים להיות מעוותים.

כאשר העיוותים קטנים, הקשר בין הכוח האלסטי לבין גודל העיוות הוא פשוט. את החוק המקשר ביניהם גילה אגב ניסוי המדען האנגלי **רוברט הוק**, בן-זמנו של **ניוטון**.

קל להבין את **חוק הוק** עבור עיוות אלסטי קטן של חוט גומי, הנמתח בהשפעת כוח המופעל בקצהו.

נניח שבמצב רפוי אורך חוט הגומי הוא l_0 (ציור 88א). את ציר הקואורדינטות Ox נכוון לאורך החוט, ואת ראשית הציר נקבע בגובה קצה החוט התחתון, כאשר החוט במצב רפוי. בהשפעת הכוח המופעל על החוט (השווה למשקל הצלחת עם המשקולות המונחות בה) יתארך החוט לאורך l, וקואורדינטת הקצה התחתון תהיה שווה ל-x (ציור 88ב).

הכוח האלסטי של החוט המתוח יאזן את כוח הכבידה הפועל על הצלחת והמשקולות. נסמן את התארכות החוט ב- Δl:

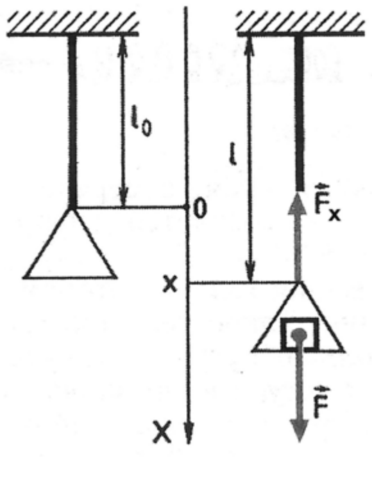
$$\Delta l = l - l_0 = x \qquad (4.9)$$

על-ידי הוספת משקולות במהלך הניסוי ניתן להיווכח ביחס הישר שבין הכוח האלסטי לבין שינוי אורך חוט הגומי. זו המהות של **חוק הוק**:

בעיוות אלסטי של התארכות (או של התקצרות), נמצא גודל הכוח האלסטי ביחס ישר לערך המוחלט של שינוי אורך הגוף.

חוק הוק נרשם בצורה הבאה:

$$F = k\,|\Delta l| = k\,|x|$$



א) ב)

ציור 88

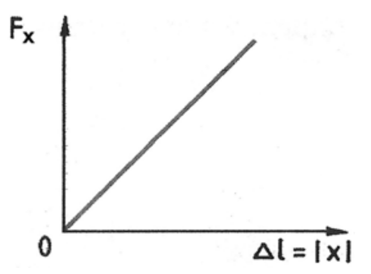
מקדם הפרופורציה k מכונה **מקדם האלסטיות** או **קשיחות**. מכיוון שסימני

הקואורדינטה x והיטל הכוח האלסטי על ציר Ox מנוגדים, אפשר לרשום גם כך :

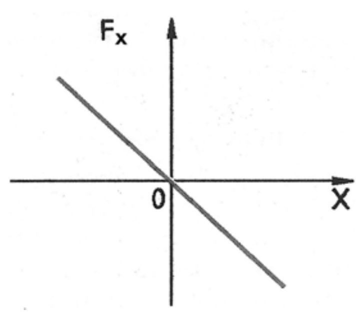
$$F_x = -kx \qquad (4.11)$$

בחוקיות זאת אפשר להיווכח בניסויי התארכות של מוטות מפלדה, מברזל, מאלומיניום ושל מוטות של גופים מוצקים אחרים. גם עיוות הקפיץ הסלילוני האלסטי מתואר על-ידי חוק הוק.

התלות של גודל הכוח האלסטי בערך המוחלט של העיוות |x| מתוארת בציור 89 ; התלות של היטל הכוח האלסטי F_x ב-x מתוארת בציור 90.



ציור 89



ציור 90

חוק הוק מתקיים במדויק בעיוותים קטנים בלבד. בעיוותים גדולים כבר אין שינוי האורך ביחס ישר לכוח המופעל, ובעיוותים גדולים מאוד הגוף נהרס.

?

1. **באיזה תנאי נוצרים כוחות אלסטיים ?**
2. **איך נוצרים עיוותים בגופים ?**
3. **מדוע קפיצת להטוטן על טרמפולינה מגובה רב אינה מסוכנת ?**
4. **מדוע מקטין השימוש בבולמי זעזועים את רעידות המכונית ?**
5. **באילו תנאים מתקיים חוק הוק ?**

§38 תפקיד כוחות החיכוך

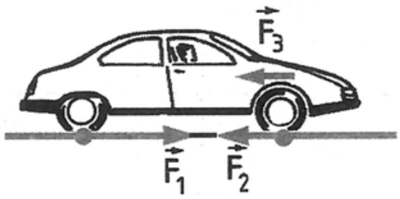
סוג נוסף של כוחות בעלי חשיבות רבה במכניקה הוא **כוחות החיכוך**. כוחות אלה פועלים במקביל לכיוון תנועת משטחי גופים, הנמצאים במגע ישיר.

השוני העיקרי בין כוחות החיכוך לבין כוח הכבידה והכוחות האלסטיים הוא בתלות כוח החיכוך במהירות היחסית שבין משטחי הגופים הנמצאים במגע.

כוחות החיכוך מתנגדים לתנועה היחסית של הגופים הנמצאים במגע. בתנאים מסוימים מונעים כוחות החיכוך את התנועה בכלל. תפקידם של כוחות החיכוך אינו רק בבלימה של תנועת הגוף; בכמה מקרים חשובים מאוד לא היתה התנועה יכולה להיווצר ללא פעולתם של כוחות החיכוך.

ציור 91 ממחיש את חשיבותם של כוחות החיכוך. כוח החיכוך $\vec{F}_2$, הפועל מצדו של משטח הכביש על הגלגלים הקדמיים של מכונית נוסעת, וכוח התנגדות האוויר $\vec{F}_3$ מכוונים לאחור ועשויים לתרום לבלימת תנועת המכונית. הכוח החיצוני היחיד, שעשוי להגביר את מהירות המכונית, הוא כוח החיכוך $\vec{F}_1$, הפועל על הגלגלים האחוריים (במקרה של הנעה אחורית). אילו לא היה קיים כוח זה, היתה המכונית עומדת במקום, אף אם היו מסתובבים גלגליה.

בדומה לכך כוח החיכוך, הפועל על כפות הרגליים, מעניק לגוף את התאוצה הנדרשת כדי להתחיל בהליכה או לעצור.



ציור 91

עבודת המנוע, המסובב את גלגלי המכונית, ומאמץ שרירי הרגליים גורמים להיווצרות כוחות החיכוך. כוחות אלה נוצרים בתנאי שקיימת תנועה יחסית בין גופים (כמו צמיגים או כפות רגליים בתנועתם היחסית לקרקע).

כוח החיכוך מתנגד להחלקה, והודות לו מואצת המכונית ומואץ גופנו; אך ללא מאמץ של המנוע או של שרירי הרגליים הגברת המהירות הודות לכוח החיכוך בלבד אינה אפשרית.

מצד אחד יש לנקוט את האמצעים כדי להקטין את כוחות החיכוך, המתנגדים

לתנועה, על-ידי סיכה של חלקים נעים במנוע ותכנון מיוחד של צורת החרטום של מטוס סילון, כדי שיקטין את התנגדות האוויר; אך מצד שני יש צורך לעתים להגדיל את החיכוך על-ידי פיזור חול על מדרכה המכוסה קרח, לבל יחליק הולך הרגל.

כוחות החיכוך תלויים במהירות היחסית שבין הגופים ובטיבם של המשטחים המתחככים. בתנועת גוף מוצק במים או באוויר תלוי כוח החיכוך במידות הגוף ובצורתו.

חיכוך הוא תופעה רחבת היקף. יש מקרים שהחיכוך מועיל ואנו מבקשים להגדילו ככל האפשר. במקרים אחרים הוא מזיק, ואנו מבקשים להקטינו.

?

1. **הביטו מסביבכם. האם אתם מבחינים בתופעות של חיכוך חיובי?**
2. **מדוע מייצרים את ידיות כלי העבודה מחוספסות?**
3. **מדוע חרוטות על צמיגי מכוניות בליטות מורכבות?**

§39 כוחות החיכוך בין משטחי גופים מוצקים

תחילה נדון ב"חיכוך יבש", שמשמעו: חיכוך בין משטחי מגע של גופים מוצקים.

חיכוך סטטי

נסו להזיז באצבעכם ספר עבה המונח על שולחן. הספר יישאר במקומו, עד שהכוח הפועל עליו יגיע לערך מסוים. עובדה זאת שגורה, אך למעשה מוזרה היא ואינה מובנת.

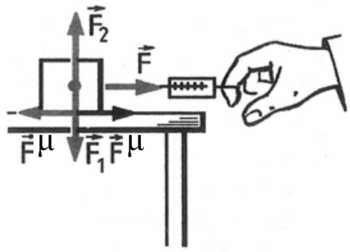
מה משמעותה של פעולה זו? הפעלתם כוח מסוים על הספר, והוא כּוּוַן לאורך המשטח – אבל הספר נשאר במקומו. אם כן, בין הספר לבין השולחן נוצר כוח, שכוּון כנגד הכוח שהפעלתם אתם על הספר, ושווה לו בגודלו. אתם הגברתם את כוח הדחיפה, אבל הספר עדיין נשאר במקומו. המסקנה: כוח החיכוך גדל בַּד-בְּבַד עם גידול הכוח הדוחף.

כוח חיכוך, הפועל בין שני גופים שאינם זזים זה ביחס לזה, מכונה כוח חיכוך

כוח חיכוך

סטטי. כאשר תאוצת הגוף שווה לאפס, שווה כוח חיכוך זה בגודלו ונגדי בכיוונו לכוח הפועל על הגוף, ומקביל למישור המגע של הגוף עם הגוף האחר. אם כוחות אחרים אינם פועלים במקביל למישור זה, יהיה כוח החיכוך שווה לאפס.

הערך המקסימלי של כוח החיכוך, שעבורו המשטחים עדיין אינם מחליקים זה על גבי זה, מכונה כוח חיכוך סטטי מרבי. כאשר הכוח הפועל על גוף נייח יעלה, וְלוּ במקצת, על כוח החיכוך הסטטי המרבי, יתחיל הגוף לנוע.



ציור 92

עבור כוח חיכוך סטטי מרבי מתקיים חוק כמותי די פשוט, אך לא מדויק במיוחד: נעמיס על המנסרה משקולת כמשקלה של המנסרה עצמה. עקב כך יגדל הכוח האנכי $\vec{F}_1$, שמפעילה המנסרה על השולחן, פי שניים. בהתאם לחוק השלישי של ניוטון, שווה כוח זה לכוח התגובה $\vec{F}_2$ של השולחן הפועל על המנסרה מצדו של המשטח (גם על השולחן פועל כוח חיכוך F_μ'; ראו ציור 92). לכן, גם הכוח $\vec{F}_2$ יגדל פי שניים. אם נמדוד פעם נוספת את כוח החיכוך הסטטי המרבי, ניווכח שגם הוא גדל פי שניים.

אם נעמיס על המנסרה משקולות שונות ובכל פעם נמדוד את כוח החיכוך הסטטי המרבי, נגלה ש**הגודל המרבי של כוח החיכוך הסטטי נמצא ביחס ישר לגודל כוח התגובה של התומך.** עובדה זו נתגלתה לראשונה על-ידי הפיזיקאי הצרפתי **שארל אוגוסטין דה-קולון**.

אם נסמן את גודל כוח החיכוך הסטטי המרבי באמצעות $F_{\mu max}$, ניתן יהיה לרשום:

$$F_{\mu max} = \mu\, F_2 \qquad (4.12)$$

כאשר: μ - מקדם פרופורציונליות המכונה **מקדם החיכוך הסטטי**. מקדם החיכוך הסטטי מאפיין את שני המשטחים שבמגע, וערכו תלוי בחומר שממנו עשויים המשטחים ובמידת העיבוד שלהם. ערכו של מקדם החיכוך הסטטי נמדד באופן ניסויי. **כוח החיכוך הסטטי המרבי אינו תלוי בגודל שטח המגע שבין המשטחים הנמצאים במגע:** אם נסובב את המנסרה, ונניח אותה על צִדָּהּ בעל השטח הקטן יותר, לא ישתנה הכוח הנמדד $F_{\mu max}$.

האם תוכלו להסביר עובדה מביכה זו? רמז: חשבו על שיעור העקה ליחידת שטח של המשטחים, המחליקים זה על גבי זה.

כוח החיכוך הסטטי משתנה מאפס עד הערך המרבי השווה ל- μF_2. מדוע?

כאשר על הגוף פועל כוח מסוים $\vec{F}$, הוא זז קצת (באופן בלתי נראה לעין), עד שהחספוסים המזעריים של שני המשטחים נתפסים זה בזה, ומופיע כוח נגדי המאזן את הכוח $\vec{F}$. כאשר יגדל הכוח $\vec{F}$, יזוז הגוף עוד קצת, עד שהחספוסים ייתפסו מחדש, וכוח החיכוך יגדל עוד.

רק כאשר יתקיים $F > F_{\mu max}$, לא יניב כל "סידור" של חספוסי המשטחים כוח חיכוך שיאזן את הכוח $\vec{F}$, ותחל החלקה (תנועה יחסית בין המשטחים).

תוך כדי הליכה או ריצה פועל על כפות הרגליים כוח חיכוך סטטי – אלא אם כן הן מחליקות. כוח דומה פועל על הגלגלים המניעים של המכונית. על הגלגלים המוּנעים פועל כוח חיכוך סטטי הבולם את התנועה, אך כוח זה קטן בהרבה מהכוח הפועל על הגלגלים המניעים (אחרת לא היתה המכונית זזה ממקומה).

בעבר, כאשר טרם הבינו את יכולתו של כוח החיכוך הסטטי "להתאים את עצמו" לכוח החיצוני ולקבל ערכים שונים, הוטל ספק ביכולתה של רכבת לנסוע על מסילות חלקות. סברו כי החיכוך, הדוחף את גלגלי ההנעה של הקטר, יהיה שווה בגודלו לחיכוך, הבולם את גלגלי הקרונות, אף הוצע לצייד את גלגלי ההנעה בגלגלי שיניים ולבנות עבורם מסילות שיניים מיוחדות.

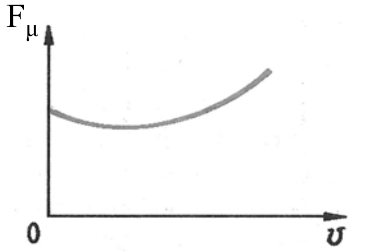
חיכוך בהחלקה (חיכוך קינטי)

חיכוך תוך כדי החלקה (תנועה יחסית בין המשטחים במגע) תלוי לא רק במצב המשטחים המחליקים, אלא גם במהירות היחסית בין המשטחים המחליקים זה על גבי זה. תלות זו במהירות היחסית מורכבת מאוד. הניסיון מראה שלעתים קרובות בתחילת התנועה, כאשר המהירות היחסית קטנה, כוח החיכוך קטן מעט מכוח החיכוך הסטטי המרבי. רק לאחר מכן, כאשר המהירות היחסית גדלה, גדל כוח חיכוך לערך הגדול מ- $F_{\mu max}$.

קרוב לוודאי שהבחנתם כי קשה להזיז ממקומו גוף כבד כארגז – אך קל יותר להניע אותו לאחר שכבר החל בתנועה. תופעה זו, ניתן להסבירה: בעת התנועה

היחסית בין המשטחים מנתרים החספוסים זה על גבי זה; אין סיפֵּק בידי הבליטות לחדור לשקעים – וכבר נגררים הם אלה לעומת אלה.

ציור 93 ממחיש את תלות גודל כוח החיכוך הקינטי בגודל המהירות היחסית. עבור מהירות יחסית לא גבוהה לא שונה החיכוך הקינטי בהרבה מכוח החיכוך הסטטי המרבי; בקירוב טוב אפשר לתאר אותו כקבוע, שגודלו שווה לכוח החיכוך הסטטי המרבי:



ציור 93

$$F_\mu \approx F_{\mu max} = \mu F$$

לכוח חיכוך ההחלקה (הקינטי) תכונה חשובה: תמיד הוא מכוון בניגוד לכיוון המהירות היחסית של המשטח שבמגע.

את כוח החיכוך הקינטי אפשר להקטין בהרבה באמצעות סיכה. ברוב המקרים זו שכבה דקה של נוזל (בדרך כלל סוג של שמן מינרלי) בין המשטחים. החיכוך בין שכבות הנוזל, הצמודות למשטחים מוצקים, קטן בהרבה מאשר החיכוך בין משטחים יבשים. מכונה מודרנית כמנוע המכונית אינה יכולה לעבוד ללא סיכה. מערכת סיכה מיוחדת נכללת בתכנון של כל מכונה.

כוח החיכוך תלוי במהירות היחסית שבין משטחי הגופים. זה ההבדל העיקרי בינו לבין כוח הכבידה ולבין הכוחות האלסטיים, התלויים במרחקים שבין הגופים.

§40 כוחות התנגדות לתנועת גופים מוצקים בנוזלים ובגזים

כאשר גוף קשיח נע בנוזל או בגז, פועל עליו **כוח התנגדות התווך**. זהו סוג אחר של כוח החיכוך: הוא מכוון כנגד כיוון מהירות הגוף בתווך ומאט את תנועתו.

כוח התנגדות התווך שונה מכוח החיכוך בגבול שבין משטחים. כוח התנגדות התווך נוצר רק בעת קיום תנועה יחסית בין הגוף לבין התווך; כוח התנגדות סטטי של תווך על גוף הנמצא בתוכו אינו קיים.

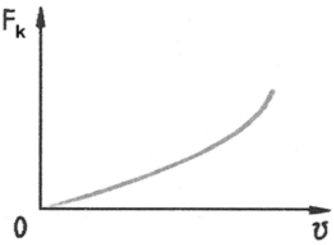
הנה דוגמה פשוטה: קל להזיז קוביית עץ השטה במים בנשיפה קלה; אך נסו להזיז בנשיפה חזקה את אותה קובייה כשהיא מונחת על שולחן – ולא תצליחו.

גודל כוח התנגדות התווך F_k תלוי במידות הגוף, בצורתו ובטיב שטח פניו; בתכונות התווך (נוזל או גז) שבתוכו הגוף נע; ובמהירות היחסית שבין הגוף לבין התווך.

התלות של גודל כוח התנגדות התווך במהירות היחסית מומחשת בציור 94. כאשר המהירות היחסית שווה לאפס, כוח התנגדות התווך אינו פועל על הגוף ($F_k = 0$). עם הגדלת המהירות היחסית גדל כוח התנגדות התווך תחילה לאט, אחר כך מהר יותר ויותר. במהירויות נמוכות נמצא כוח התנגדות התווך ביחס ישר למהירות הגוף יחסית לתווך:

$$F_k = k_1 v \qquad (4.13)$$

כאשר k_1 – **מקדם ההתנגדות**, התלוי במידות הגוף, בצורתו, בטיב פני השטח שלו ובתכונות הצמיגות של התווך. את מקדם ההתנגדות k_1 של גופים בעלי צורה פחות או יותר מורכבת כמעט אי-אפשר לחשב באופן תיאורטי, ובדרך כלל הוא נמדד באופן ניסויי.



ציור 94

במהירויות יחסיות גבוהות התלות של כוח התנגדות התווך במהירות היא בקֵרוב ריבועית:

$$F_k = k_2 v^2 \qquad (4.14)$$

כאשר k_2 – מקדם התנגדות התווך, השונה מ- k_1.

ללא ניסוי קשה לקבוע איזו מהנוסחאות, (4.13) או (4.14), מתאימה למקרה מסוים.

?

1. **מה ההבדל העיקרי בין כוחות החיכוך לבין כוח הכבידה והכוחות האלסטיים?**
2. **באילו תנאים נוצרים כוחות חיכוך?**
3. **במה תלויים הגודל והכיוון של כוח החיכוך הסטטי?**
4. **באילו גבולות יכול להשתנות כוח החיכוך הסטטי?**

5. **איזה כוח מעניק תאוצה למכונית או לקטר הרכבת?**
6. **האם תמיד קטן כוח החיכוך הקינטי מכוח החיכוך הסטטי?**
7. **האם ביכולתו של כוח החיכוך הקינטי להגדיל את מהירות הגוף?**
8. **מה ההבדל העיקרי בין כוח התנגדות התווך בנוזלים ובגזים לבין כוח החיכוך בין שני גופים מוצקים?**
9. **הביאו דוגמאות של פעולות "חיוביות" ופעולות "מזיקות" של כוחות חיכוך מכל הסוגים.**

דוגמאות לפתרון תרגילים

פתרון התרגילים בפרק זה נעשה באותן שיטות שבעזרתן פתרנו תרגילים בנושאי הדינמיקה: תנועה בקו ישר ותנועה מעגלית; אך הפעם נשתמש בתלות הכוחות במרחקים בין הגופים (או בין חלקי גוף) ובמהירותם.

1. **משקולת שמסתה $m = 2$ kg מורמת באמצעות דינמומטר קפיצי בתאוצה של $a = 2.5\ m/sec^2$. קבוע הקפיץ $k = 1000$ N/m.**

מצאו את מידת התארכות הקפיץ.

פתרון

בהתאם לחוק הוק, המבטא את הקשר בין גודל הכוח האלסטי $\vec{F}$, הנוצר בהתארכות הקפיץ, לגודל ההתארכות $|\Delta l|$, מקבלים: $F = k\,|\Delta l|$.

מכאן נובע: $$|\Delta l| = \frac{F}{k}$$

כדי למצוא את הכוח F ניעזר בחוק השני של ניוטון. מלבד הכוח האלסטי $\vec{F}$ פועל על המשקולת כוח הכבידה $\vec{F}_1$.

בהתאם לחוק השני של ניוטון: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_1$.

נעתיק את ציר Oy, כך שהקפיץ יהיה ממוקם לאורכו (ציור 95). במקרה זה יירשם החוק השני של ניוטון עבור היטלי הווקטורים על הציר Oy כך:

$$ma_y = F_y + F_{1y}.$$

אם נכוון את הציר Oy כלפי מעלה, יתקיים:

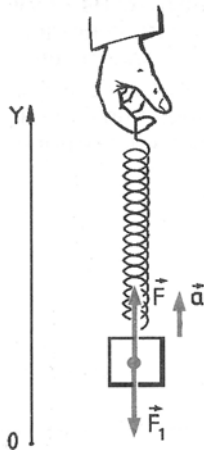
$a_y = a, F_y = F, F_{1y} = -mg$

לכן: $F = ma + mg = m(a + g)$

מציבים:

$$\left|\Delta l\right| = \frac{m(a+g)}{k},$$

$$\left|\Delta l\right| = \frac{2\ kg\left(2.5\frac{m}{sec^2} + 9.8\frac{m}{sec^2}\right)}{1000\frac{N}{m}} \approx 0.025\ m$$

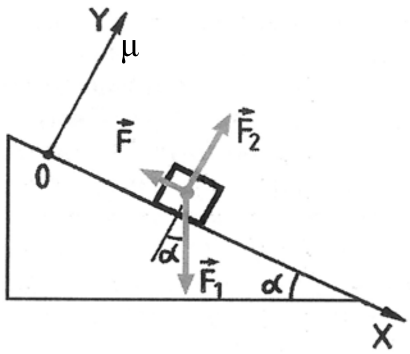


ציור 95

2. כתוצאה מדחיפה החלה לבנה לגלוש כלפי מטה במישור משופע, היוצר זווית של $\alpha = 30°$ לאופק. מקדם החיכוך הקינטי בין הלבנה לבין המישור הוא $\mu = 0.6$. מצאו את גודל התאוצה של הלבנה ואת כיוונה.

<u>פתרון</u>

נכוון את הציר Ox לאורך המישור המשופע כלפי מטה, ואת הציר Oy – במאונך למישור המשופע כלפי מעלה. מכיוון שהלבנה נעה לאורך הציר Ox, עשויה תאוצתה להיות מכוונת לאורך ציר זה בלבד, כלפי מעלה או מטה. כדי למצוא את גודל וקטור התאוצה ואת כיוונו, נחשב את היטל הווקטור על ציר Ox.



ציור 96

לצורך זה נרשום את החוק השני של ניוטון עבור ההיטלים על ציר Ox.

במקרה הנתון: $ma_x + F_{1x} + F_{2x} + F_{\mu x}$

נשתמש בביטויים: $F_{1x} = mg \sin\alpha,\ F_{2x} = 0, F_{\mu x} = - F_\mu$

לכן: $ma_x = mg \sin\alpha - F_\mu$

נחלץ:
$$a_x = \frac{mg\sin\alpha - F_\mu}{m} \qquad (4.15)$$

את גודלו של כוח החיכוך נבטא באמצעות מקדם החיכוך μ וגודל הכוח $\vec{F}_2$:

$$F_\mu = \mu F_2$$

נשתמש בחוק השני של ניוטון: $ma_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{\mu}y$

מכיוון ש: $a_y = 0$ (הרי תאוצת הלבנה מכוונת במאונך לציר Oy), וגם:

$$F_{1y} = -\,mg\cos\alpha,\ \ F_{2y} = F_2,\ F_{\mu y} = 0$$

אזי:
$$-\,mg\cos\alpha + F_2 = 0$$

מכאן נחלץ:
$$F_2 = mg\cos\alpha$$

ועבור כוח החיכוך נקבל:
$$F_\mu = \mu F_2 = \mu\, mg\cos\alpha$$

נציב את הערך של F_μ בנוסחה (4.15), ונקבל:

$$a_x = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (4.16)$$

מהנוסחה (4.16) נובע שהיטל התאוצה על הציר Ox עשוי להיות חיובי או שלילי או שווה לאפס: אם $\sin\alpha > \mu\cos\alpha$, אזי: $a_x > 0$ (וקטור התאוצה מכוון לאורך המישור המשופע כלפי מטה); אם $\sin\alpha = \mu\cos\alpha$, אזי: $a_x = 0$ (הלבנה נעה ללא תאוצה); ולבסוף, אם $\sin\alpha < \mu\cos\alpha$, אזי: $a_x < 0$ (וקטור התאוצה מכוון לאורך המישור המשופע כלפי מעלה).

עבור המקרה הנתון נקבל: $a_x = -\,0.2\,\frac{m}{sec^2}$. מכאן שתאוצת הלבנה מכוונת לאורך המישור המשופע כלפי מעלה, וגודלה שווה ל- $a = 0.2\,\frac{m}{sec^2}$.

מקבץ תרגילים 7

1. רדיוס הירח קטן בערך פי 3.7 מרדיוס כדור הארץ R, ומסת הירח קטנה פי 81 ממסת כדור הארץ m. מהי תאוצת הנפילה החופשית על פני הירח?

2. קצהו האחד של חוט גומי רתום, ולקצהו השני קשורה קובייה שמסתה 100 גרם. מתחו את חוט הגומי ב- 4 ס"מ ושחררו את הקובייה. מה גודל התאוצה

שהעניק החוט לקובייה ברגע ההתחלתי? כדי למתוח את חוט הגומי ב-1 ס"מ צריך להפעיל כוח של 0.1 ניוטון. יש להניח שעל הקובייה פועל כוח אלסטי בלבד.

3. **בבלימה פתאומית החלה מכונית להחליק על הכביש (הגלגלים ננעלו ואינם מסתובבים, אלא מחליקים על הכביש). מהי תאוצת המכונית, וכעבור כמה זמן לאחר הבלימה תעצור, אם המהירות ההתחלתית שווה ל- $v_0 = 20$ m/s, ומקדם החיכוך בין הגלגלים לבין הכביש $\mu = 0.8$?**

4. **משקולת שמסתה 97 ק"ג נמשכת במישור אופקי במהירות קבועה באמצעות חבל, הנטוי מעלה בזווית $30°$ מעל קו האופק. מקדם החיכוך 0.2. מצאו את כוח המתיחות של החבל. פתרו את התרגיל גם אם דוחפים את המשקולת באמצעות מוט, הנטוי מטה לקו האופק בזווית $30°$.**

תקציר פרק 4

ככלל עוסקת המכניקה בשלושה סוגי כוחות: כוחות כבידה, כוחות אלסטיים וכוחות חיכוך.

כוח הכבידה בין שני גופים נקודתיים בעלי מסות m_1 ו- m_2, הנמצאים במרחק R זה מזה, מוגדר על-ידי חוק הכבידה העולמית:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

כאשר: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ - קבוע הכבידה העולמית.

לכוח הכבידה תכונה ייחודית: גוף נתון מעניק לכל הגופים האחרים תאוצה שווה.

הכוחות האלסטיים נוצרים תוך כדי עיוות אלסטי של הגופים. בעת מתיחה או כיווץ מוטות ב- $|\Delta l|$, נוצר כוח אלסטי שגודלו, בהתאם לחוק הוק, שווה ל:

$$F = k \cdot |\Delta l|$$

שלא ככוחות הכבידה והכוחות האלסטיים, תלויים **כוחות החיכוך** במהירות התנועה של הגופים, האחד יחסית לאחר.

כוח חיכוך

בין הגופים המוצקים, הנמצאים במגע ובמנוחה זה יחסית לזה, פועל **כוח חיכוך סטטי**. גודלו שווה לכוח הפעיל המנסה להביא לתנועה יחסית בין המשטחים; כיוונו של כוח החיכוך הסטטי לאורך תנועת משטח המגע, ומגמתו הפוכה למגמת תנועתו. הערך המרבי של כוח החיכוך הסטטי שווה ל:

$$F_{\mu max} = \mu F$$

כאשר: μ – מקדם החיכוך; F – גודל כוח התגובה הנורמלי הפועל על הגוף מצדו של התומך.

כוח חיכוך קינטי נוצר בהחלקה הדדית בין גופים מוצקים. ערכו, בקירוב, כערך כוח החיכוך הסטטי המרבי.

כוח ההתנגדות, הנוצר בתנועה אטית של גוף מוצק בנוזל או בגז, נמצא ביחס ישר למהירות הגוף, ובתנועה מהירה – נמצא בקירוב ביחס ישר לריבוע המהירות.

חוקי השימור במכניקה

בכל מערכת, בה פועלים גופים זה על זה, כבמערכת השמש או בהתנגשותם של כדורי ביליארד, משתנות הקואורדינטות של הגופים והמהירות שלהם באופן רצוף ללא הרף. קביעה זו אינה מפתיעה.

במערכת של גופים, **שעליה לא פועלים כוחות חיצוניים** (המכונה **מערכת סגורה**) קיימים כמה גדלים שאינם משתנים בזמן. גדלים נשמרים אלה הם: תנע, אנרגיה ותנע זוויתי, והם מקיימים חוקי שימור המתאימים לטיבם. בתוכנית הבית-ספרית של לימודי הפיזיקה נלמדים בדרך כלל שני חוקי שימור בלבד: חוק שימור התנע וחוק שימור האנרגיה. ערכם של חוקי השימור במכניקה ובפרקי הפיזיקה אחרים רב לאין שיעור: חוקים אלה יאפשרו לנו לפתור בדרך פשוטה יחסית – ללא ניתוח הכוחות שפועלים על הגופים – שורה של בעיות מעשיות חשובות. בטבע תפקידם של חוקי השימור, שהתגלו במכניקה, חשוב ומכריע וחורג בהרבה מעבר לתחום המכניקה. כאשר אי-אפשר להשתמש בחוקי ניוטון, אין חוקי שימור התנע, האנרגיה והתנע הזוויתי מאבדים את ייחודם כאמצעי לפתרון בעיות בדרך פשוטה. הם שימושיים הן עבור גופים בעלי מידות רגילות והן עבור גופים קוסמיים וחלקיקי יסוד. השימוש רב-ההיקף בחוקי השימור במגוון תופעות הטבע מקנה להם את חשיבותם המיוחדת.

פרק 5 חוק שימור התנע

§41 תנע של גוף נקודתי
ניסוח אחר של החוק השני של ניוטון

נגדיר את הערך הפיזיקלי החדש – **תנע של גוף נקודתי** – באמצעות ניסוח שונה של החוק השני של ניוטון.

את החוק השני של ניוטון, $\vec{F} = m\vec{a}$, אפשר לרשום בצורה אחרת, כפי שפרסם אותה **ניוטון** בעבודתו העיקרית: **היסודות המתמטיים של פילוסופיית הטבע**.

כאשר פועל כוח קבוע על גוף (גוף נקודתי), תהיה גם התאוצה קבועה:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

כאשר: $\vec{v}_1$ ו- $\vec{v}_2$ - הערך ההתחלתי והערך הסופי של מהירות הגוף, בהתאמה.

נציב את הביטוי לתאוצה בחוק השני של ניוטון, ונקבל:

$$\frac{m\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right)}{\Delta t} = \vec{F}$$

או:

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\cdot\Delta t \qquad (5.1)$$

במשוואה זו מופיע ערך פיזיקלי חדש: **תנע של גוף נקודתי**.

התנע של גוף נקודתי הוא הערך של מכפלת מסת הגוף במהירותו.

נסמן את התנע באות $\vec{p}$:

$$\vec{p} = m\cdot\vec{v} \qquad (5.2)$$

נוסחה (5.2) מראה ש**תנע הוא ערך וקטורי**. מכיוון ש- $m > 0$, כיוון התנע ככיוון המהירות (ראו ציור 97). נסמן באמצעות $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$ את התנע ברגע הזמן ההתחלתי, ובאמצעות $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$ - את התנע ברגע הסופי. אזי: $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}$ הוא שינוי התנע בפרק הזמן Δt. כעת המשוואה (5.1) תירשם כך:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \qquad (5.3)$$

מכיוון ש- $\Delta t > 0$, כיווני הווקטורים $\Delta\vec{p}$ ו- $\vec{F}$ זהים. בהתאם לנוסחה (5.3), **שינוי**

ציור 97

התנע של גוף נקודתי נמצא ביחס ישר לכוח הפועל עליו, וכיוונו ומגמתו זהים לכיוון הכוח ומגמתו.

זהו ניסוחו המקורי של החוק השני של ניוטון.

מכפלת כוח במשך זמן פעולתו מכונה **מִתקף הכוח**. לכן אפשר לומר ש**שינוי תנע הגוף הנקודתי שווה למתקף הכוח הפועל עליו.** משוואה (5.3) מלמדת, ששינויי תנע זהים עשויים להתקבל כתוצאה מפעולת כוח גדול במשך זמן קצר, או כתוצאה מפעולת כוח קטן במשך זמן ארוך.

ליחידה הפיזיקלית של התנע אין שם מיוחד, והביטוי באמצעות יחידות פיזיקליות בסיסיות הוא:

$$1 \text{ יחידת תנע} = 1\ \text{kg} \cdot 1\frac{\text{m}}{\text{sec}} = 1\ \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{sec}}$$

כדי למצוא תנע של גוף שאינו נקודתי פועלים כך:

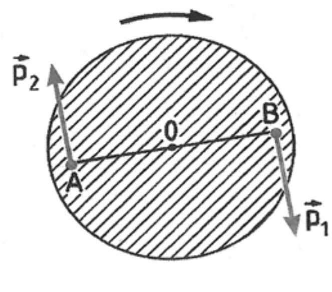
מחלקים באופן דמיוני את הגוף לחלקים קטנים בודדים (גופים נקודתיים); מחשבים עבור כל חלק את התנע שלו; לאחר מכן מחברים את כולם (לפי כללי חיבור וקטורים). וקטור התנע של גוף שווה לסכום של כל וקטורי התנע של החלקים, המרכיבים את הגוף.

תנע של גוף עשוי להיות שווה לאפס, אפילו כשהוא בתנועה. לדוגמה: דיסק מלא, המסתובב סביב ציר קבוע העובר דרך מרכז הדיסק. לשני החלקים הקטנים A ו-B, בעלי מסה שווה, הנמצאים בשני קצוות מנוגדים של הדיסק, יש מהירות שווה בגודלה (ראו ציור 98).

מכאן שלכל אחד מהם תנע ששווה בגודל, ומנוגד במגמתו: $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

ובהתאם: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$

שוויון שכזה מתקיים לכל זוג נקודות תואם בדיסק.



ציור 98

?

1. **נקודה מסתובבת במעגל במהירות קבועה. האם משתנה התנע של הנקודה?**
2. **כיצד נמדוד תנע של גוף?**

3. מכונית מתחילה לנסוע. להיכן מכוון וקטור שינוי התנע של המכונית?

4. דסקית גולשת על משטח קרח בקו ישר ובתאוטה. להיכן מכוון וקטור שינוי התנע של הדסקית?

§42 חוק שימור התנע

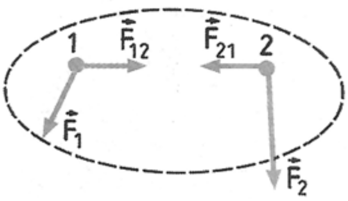
חוק שימור התנע הוא תוצאה ישירה של החוקים השני והשלישי של ניוטון.

למען הפשטות נניח שהמערכת כוללת שני גופים בלבד. אלה עשויים להיות שני כוכבים, שני כדורי ביליארד או שני גופים אחרים. על גופי המערכת פועלים הכוחות החיצוניים $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}_2$.

הכוחות, שמפעילים גופי המערכת האחד על משנהו, הם כוחות פנימיים במערכת. נסמן אותם באמצעות $\vec{F}_{1,2}$ ו- $\vec{F}_{2,1}$ (ראו ציור 99). לפי החוק השלישי של ניוטון: $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$. מכאן נובע שסכום הכוחות הפנימיים תמיד שווה לאפס:

$$\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = 0 \qquad (5.4)$$

כתוצאה מפעולת כוחות על גופי המערכת משתנה התנע של הגופים. אם הפעולה ההדדית מתרחשת בפרק זמן קצר, ניתן לרשום לכל גוף במערכת את החוק השני של ניוטון כך:



ציור 99

$$\Delta\vec{p}_1 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_{1,2}\right)\Delta t,$$
$$\Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_2 + \vec{F}_{2,1}\right)\Delta t$$

נסכם את השוויונים, ונקבל:

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)\Delta t \qquad (5.5)$$

באגף השמאלי של השוויון (5.5) נמצא את סכום שינויי התנע של כל גופי המערכת, כלומר את שינוי התנע של המערכת כולה (את סכום וקטורי התנע של כל גופי המערכת):

$$\Delta\vec{p}_{sys} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 \qquad (5.6)$$

בעזרת השוויון (5.6) אפשר לרשום את השוויון (5.5) כך:

$$\Delta \vec{p}_{sys} = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)\Delta t$$

$$\Delta \vec{p}_{sys} = \vec{F}\,\Delta t \qquad (5.7)$$

כאשר: $\vec{F}$ – סכום כל הכוחות החיצוניים הפועלים על גופי המערכת.

הוכחנו אפוא משפט חשוב: **רק לכוחות חיצוניים היכולת לשנות את התנע של מערכת, כאשר וקטור שינוי התנע של המערכת $\Delta \vec{p}_{sys}$ מכוון במקביל לווקטור הכוח החיצוני השקול ובמגמתו. הכוחות הפנימיים משנים את ערכי התנע של כל חלק גוף בנפרד, אך הם אינם יכולים לשנות את התנע הכולל של המערכת.**

משוואה (5.7) מתקיימת עבור כל פרק זמן Δt – בתנאי ששקול הכוחות החיצוניים נשאר קבוע.

ממשוואה (5.7) נובע חוק שימור התנע: אם השקול של הכוחות החיצוניים הפועלים על המערכת שווה לאפס, אזי $\Delta \vec{p} = 0$, ותנע המערכת איננו משתנה, כלומר נשמר:

$$\vec{p}_{sys} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = \text{const} \qquad (5.8)$$

זהו אפוא **חוק שימור התנע: כאשר שקול הכוחות החיצוניים שווה לאפס, תנע המערכת נשמר.**

התנע של מערכת נשמר במערכת סגורה, מכיוון שבמערכת זו לא פועלים על הגופים כוחות חיצוניים כלל; אולם תחום השימוש של חוק שימור התנע רחב יותר: גם אם קיימים כוחות חיצוניים הפועלים על המערכת – אך השקול שלהם שווה לאפס – נשמר התנע של המערכת.

התוצאה נכונה גם למערכת שבה מספר גופים כלשהו:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \ldots = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 + m\vec{u}_3 + \ldots \qquad (5.9)$$

כאשר: $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \ldots$ - מהירויות הגופים ברגע ההתחלתי, ו- $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \ldots$ - המהירויות ברגע הסופי, בהתאמה.

מכיוון שתנע הוא ערך וקטורי, מהווה משוואה (5.9) רישום מקוצר של שלוש המשוואות להיטלי התנע על צירי הקואורדינטות.

אם שקול הכוחות החיצוניים אינו שווה לאפס – אבל סכום היטלי הכוחות על

כיוון מסוים שווה לאפס – נשמר היטל התנע הכולל של המערכת בכיוון הזה ואינו משתנה.

לדוגמה: מערכת גופים על הקרקע או קרוב לפני הקרקע אינה יכולה להיות סגורה, מכיוון שעל כל הגופים פועל כוח הכבידה; אך כוח הכבידה אינו פועל בכיוון אופקי, וסכום היטלי התנע של כל הגופים בכיוון זה יישאר קבוע (אם נתעלם מכוחות החיכוך).

?

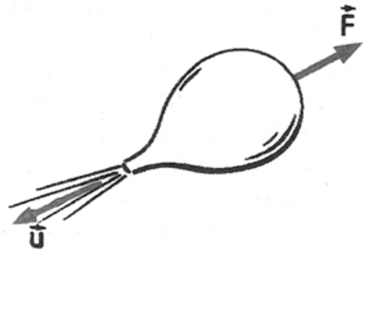
1. **נסחו את חוק שימור התנע.**
2. **באיזה מקרה ניתן להשתמש בחוק שימור התנע?**
3. **כדור הנע אופקית פוגע בקובייה המונחת על השולחן ונתקע בה. האם אפשר להשתמש בחוק שימור התנע כדי למצוא את מהירות הקובייה עם הכדור בתוכה כאשר פועלים עליהם כוחות חיצוניים: כוח הכבידה, כוח התגובה הנורמלי וכוח החיכוך? ובהיעדר כוח החיכוך, האם ניתן יהיה למצוא את מהירותה? הסבירו.**

§43 הנעה סילונית

רבה חשיבותו של חוק שימור התנע בחקר ההנעה הסילונית. ההנעה הסילונית היא תנועת גוף הנוצרת עקב התפרקות חלק כלשהו משלו במהירות כלשהי יחסית לגוף. לדוגמה: פליטת חומרי השריפה ממנוע מטוס הסילון. כתוצאה מכך נוצר **כוח רתע**, הדוחף את הגוף.

קל מאוד לצפות בהנעה סילונית: די לנפח בלון ולשחררו. הבלון יעוף מהר (ראו ציור 100). משך זמן המעוף יהיה קצר, וכוח הרתע יפעל על הבלון כל עוד נמשכת זרימת האוויר מהבלון החוצה.

ל**כוח הרתע** תכונה ייחודית: הוא נוצר ללא השפעה של גופים חיצוניים, כלומר מתרחשת פעולה הדדית בין הטיל לבין זרם החומרים הנפלט ממנו. לעומתו הכוח, שמעניק תאוצה להולך רגל, לאונייה במים או למטוס בעל מנוע מדחף, נוצר מפעולה הדדית של הגופים האלה עם הקרקע, עם המים או עם האוויר.



ציור 100

תוך כדי שריפת הדלק נוצר לחץ בתא המנוע, וכתוצאה מכך מקבלים חומרי השריפה מהירות מסוימת, כלומר תנע, יחסית לטיל. על-פי חוק שימור התנע יקבל אפוא הטיל עצמו תנע זהה בגודלו באותו כיוון, אך במגמה הפוכה.

מסת הטיל הולכת וקטנה; מכאן שבמהלך טיסתו הטיל הוא גוף בעל מסה משתנה. לכן קשה יהיה לחשב את תנועתו בעזרת החוק השני של ניוטון, המתקיים לגבי גוף נקודתי בעל מסה קבועה בלבד. זו דוגמה לשימוש בחוק שימור התנע במָקום, שבו השימוש בחוקו השני של ניוטון מורכב הרבה יותר.

מנועי סילון

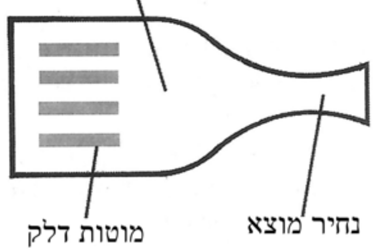
עקב ריבוי הטיסות לחלל התפתחה בימינו מאוד הנדסת מנועי הסילון. השימוש בהם רווח במטוסי נוסעים ובמטוסים צבאיים, בטילים מטאורולוגיים, בטילים צבאיים בעלי טווחים שונים, בטילי ארטילריה ("קטיושות") ועוד.

בחלל אי-אפשר להשתמש במנועים מסוג אחר אלא במנועי סילון, מכיוון שבחלל אין תווך (מוצק, נוזלי או גז), המעניק לטיל תאוצה באמצעות דחיפה חיצונית. השימוש במנועי סילון במטוסים ובטילים בתוך האטמוספרה מעניק לכלי תעופה אלה עוצמה רבה יותר מעוצמת מנוע מדחף.

מנועי הסילון מתחלקים לשני סוגים עיקריים: מנועי טיל ומנועי אוויר.

במנועי טיל הן חומרי הדלק והן החומר המחמצן, הנחוץ לשריפתם, נמצאים בתוך המנוע עצמו או במכלי דלק. המבנה של מנוע טיל, הפועל באמצעות דלק מוצק, מתואר בציור 101.

את אבקת השריפה או את הדלק והמחמצן מכניסים לתא השריפה של המנוע.

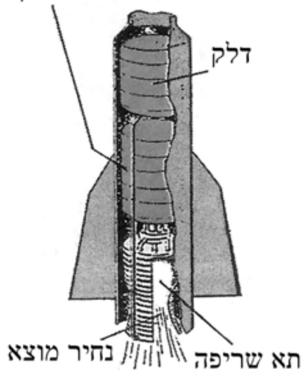


ציור 101

במהלך השריפה נוצרים גזים בטמפרטורה גבוהה מאוד, ואלה לוחצים על דופנות התא. כוח הלחץ על הקיר קדמי גדול יותר מאשר על הקיר האחורי, שם נמצא צינור המפלט, וכתוצאה מכך נוצר כוח, הדוחף את הטיל קדימה.

כשמקטינים את קוטר צינור המפלט, גדלה מהירות הפליטה של הגזים, ומתגבר כוח הרתע: זרם צר יותר של גז מלווה בהגדלת מהירותו, אם דרך חתך משטחי קטן יותר עוברת ביחידת הזמן אותה כמות גז שעוברת דרך חתך גדול יותר.

מנועי טיל פועלים גם באמצעות דלק נוזלי. במנועים מסוג זה משתמשים בנפט, אלכוהול, אנילין, מימן נוזלי ובעוד דלקים, וכחומר מחמצן משמשים חמצן נוזלי, מי חמצן, חומצה חנקנית ועוד. חומר הדלק והמחמצן מאוחסנים במכלים נפרדים, ובאמצעות משאבות מובאים לתא השריפה. הטמפרטורה בתא השריפה מגיעה עד 3000°C וללחץ עד 50 אטמוספרות (ציור 102).



ציור 102

למעט ההבדל בסוג הדלקים, פועל מנוע זה כמו מנוע הפועל באמצעות דלק מוצק. מנועים בעלי דלק נוזלי מותקנים בטילי שיגור לוויינים ובתחנות חלל, ומנועי אוויר מותקנים בעיקר במטוסים. ההבדל העיקרי בין מנועי אוויר למנועי טיל הוא זה: החומר המחמצן במנועי אוויר הוא החמצן המצוי באטמוספרה.

מנועי סילון מותקנים לא רק בטילים, אלא גם ברוב המטוסים המודרניים.

§44 טיסות לחלל

את יסודות התיאוריה של ההנעה הסילונית וההוכחה המדעית של יִיתָכנוּת הטיסות לחלל פיתח ופרסם לראשונה המדען והמהנדס הרוסי **ק' ציאולקובסקי** בעבודתו **חקר החלל החיצון באמצעות אמצעים סילוניים**.

ציאולקובסקי הציע גם את רעיון השימוש בטילים רב-שלביים, שבו כל שלב מהשלבים שמרכיבים את הטיל מכיל מנוע ואספקת דלק עצמיים. בתום שריפת הדלק שבו מתנתק השלב מהטיל, ולכן לא מתבזבז הדלק להאצת מכל הדלק הריק בהמשך הטיסה.

הרעיון של **ציאולקובסקי** לבניית תחנת חלל גדולה, שתימצא במסלול סביב כדור הארץ, שממנה ישוגרו טילים אל כוכבי לכת אחרים של מערכת השמש, טרם התממש, אולם אין ספק שתחנה כזו תיבנה במוקדם או במאוחר.

לוויין כדור הארץ הראשון שוגר על-ידי הרוסים באוקטובר 1957. הרוסים היו גם הראשונים ששיגרו באפריל 1961 ספינת חלל מאוישת. **יורי גָגָרין,** שהטיס את החללית, נחשב לאדם הראשון שיצא את גבולות כדור הארץ.

קונסטנטין ציאולקובסקי (1857 – 1935)

מדען רוסי, ממציא בתחום האווירודינמיקה, תורת המטוסים וספינות האוויר. אבי המדע של הטיסות לחלל. הוכיח לראשונה אפשרות מעשית להגיע למהירויות המילוט, והציע את רעיון תחנות חלל קבועות ומאוישות.

יורי גָגָרין (1934 - 1968)

טייס-חלל, האדם הראשון שביצע טיסה לחלל. לראשונה בתולדות האנושות, באפריל 1961, טס לחלל בספינת החלל "ווֹסטוק" והקיף את כדור הארץ בשעה ו- 48 דקות.

הישגים רבים בתחום הטיסות לחלל נזקפים גם לזכותם של מדענים ומהנדסים אמריקאים: שני האסטרונאוטים מצוות החללית "אפולו-11", **נ' ארְמְסטרוֹנג** ו-**א' אולדרין**, נחתו לראשונה, ביולי 1969, על פני הירח, נטלו דגימות קרקע, והציבו את דגל ארצות הברית על קרקע הירח.

אלה היו צעדיה הראשונים של האנושות לקראת יציאתה אל מעבר לגבולות כדור הארץ לגרמי שמים אחרים.

צעדים אלה הובילו גם להתפתחות מדעי כדור הארץ כגיאוגרפיה, אקולוגיה, מזג האוויר, חיפושי נפט ועוד. נוסדו מדעי טבע חדשים, המבוססים על צילומי שטחים גדולים של פני כדור הארץ במקום הרכבת פסיפס של שטח פני כדור הארץ, המורכב ממיליוני תמונות שצולמו מגובה נמוך.

במבט מן החלל ניתן לעקוב אחר התפתחויות של מבנים גיאולוגיים ענקיים כשברי עומק של פני כדור הארץ, המהווים מקומות בעלי סבירות גבוהה להימצאות אוצרות טבע רבים. מהחלל התגלו מבנים גיאולוגיים חדשים – טבעות, הדומות להרי געש הנצפים על פני הירח ומאדים.

בתחנות החלל הסובבות את כדור הארץ שוקדים על פיתוח טכנולוגיות לייצור חומרים, שאי-אפשר לייצר בתנאי הכובד השוררים על פני כדור הארץ. מחיר החומרים האלה (גבישים בעלי דרגת ניקיון גבוהה במיוחד) מתקרב למחיר שיגור תחנות החלל עצמן.

?

1. **האם יכולה סירת מפרש לנוע בעזרת זרם אוויר, הנושב ממאוורר חזק המותקן עליה, כאשר הזרם מכוון אל המפרש? ומה יקרה כאשר לא יפגע הזרם במפרש?**
2. **האם יוכל טיל לנוע בריק?**
3. **הסבירו את הופעת כוח הרתע.**
4. **צינור מים להשקיה מונח מגולגל על הקרקע. כאשר פותחים את זרם המים, הצינור מתיישר. מדוע?**
5. **תמנון ומדוזה שוחים באמצעות פליטת מים שבלעו קודם לכן. מהו עקרון התנועה שלהם?**

דוגמאות לפתרון תרגילים

חוק שימור התנע מסייע בפתרון תרגילים שבהם יש למצוא מהירות – לא כוח ולא תאוצה.

כדי לפתור את התרגיל יש לרשום את החוק בצורתו הווקטורית:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \ldots = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 + m\vec{u}_3 + \ldots$$

כאשר: $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \ldots$ - מהירויות הגופים ברגע ההתחלתי;

וכאשר: $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \ldots$ - המהירויות ברגע הסופי, בהתאמה.

לאחר מכן רושמים את המשוואה עבור ההיטלים על צירי המערכת שנבחרה עבור התרגיל הנתון. בחירת מערכת הצירים נקבעת לפי נוחות הפתרון. אם, לדוגמה, נעים כל הגופים לאורך קו אחד, כדאי לכוון את ציר הקואורדינטות לאורך קו זה.

לעתים יהיה עלינו בפתרון תרגילים להשתמש במשוואות קינמטיות.

בחלק מהתרגילים ניעזר בחוק שינוי התנע, הרשום בצורתה של משוואה (5.3).

1. **שני גופים, שמסותיהם $m_1 = 0.5\ kg$ ו- $m_2 = 0.2\ kg$, נעים במישור אופקי חלק זה לקראת זה במהירויות $v_1 = 1\ m/sec$ ו- $v_2 = 4\ m/sec$, בהתאמה. מצאו את המהירות $\vec{v}$ של הגופים לאחר התנגשות מרכזית ופלסטית לחלוטין.**

הערה: לאחר התנגשות פלסטית נעים שני הגופים כגוף אחד, ולכן באותה מהירות.

פתרון

נכוון את הציר Ox לאורך הקו העובר דרך מרכזי הגופים, במגמת המהירות $\vec{v}_1$.

מכיוון שלאורך הציר Ox לא פועלים כוחות (אין חיכוך), נשמר סכום היטלי התנע על ציר זה (סכום היטלי התנע של שני הגופים לפני ההתנגשות שווה להיטל התנע של שני הגופים לאחר ההתנגשות):

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = (m_1 + m_2)v_x$$

שהרי כאמור, לאחר ההתנגשות הפלסטית נעים הגופים באותה מהירות משותפת.

מכיוון ש- $v_{1x} = v_1$, ו- $v_{2x} = - v_2$, מקבלים:

$$v_x = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2} \approx - 0.4\frac{m}{sec}$$

לאחר ההתנגשות ינועו הגופים במגמה השלילית של ציר Ox במהירות $0.4\frac{m}{sec}$.

2. יחס המסות של שני כדורי פלסטלינה הוא $m_2/m_1 = 4$. הכדורים התנגשו והחלו לנוע יחד במישור אופקי חלק במהירות $\vec{u}$ (ראו ציור 104, מבט מעל). מצאו את המהירות של הכדור הקל לפני ההתנגשות, אם ידוע שמהירותו היתה גדולה פי 3 מזו של הכדור הכבד ($v_1 = 3v_2$), וכיווני התנועה של הכדורים היו מאונכים זה לזה, כמתואר. החיכוך ניתן להזנחה.

פתרון

מכיוון שהמהירויות $\vec{v}_1$ ו- $\vec{v}_2$ של הכדורים מאונכות זו לזו, נוח לכוון את צירי הקואורדינטות במקביל למהירויות אלה.

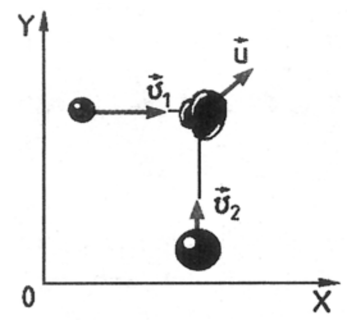
בהתאם לחוק שימור התנע נקבל:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

נרשום את המשוואה הזאת בהיטלים על הצירים Ox ו-Oy של המערכת שנבחרה, כמתואר בציור 104:

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = (m_1 + m_2)u_x$$

$$m_1v_{1y} + m_2v_{2y} = (m_1 + m_2)u_y$$



ציור 104

מכיוון ש:

$$v_{1x} = v_1,\ v_{2x} = 0,\ v_{1y} = 0,\ v_{2y} = v_2$$

נקבל סופית:

$$u_x = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{3}{5} v_2,$$

$$u_y = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{4}{5} v_2$$

גודל המהירות $\vec{u}$ שווה: $u = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2} = v_2$

לכן: $v_2 = u$, ובהתאם $v_1 = 3u$.

מקבץ תרגילים 8

1. **קרון רכבת נייח, שמסתו $2x10^4$ kg, מתחבר לקרון שני, הנע לקראתו במהירות 1 m/sec. מסת הקרון השני $3x10^4$ kg. מה תהיה מהירות הקרונות לאחר ההתחברות?**
2. **על עגלה, שמסתה 500 ק״ג והנוסעת במהירות 0.2 מ׳/ש׳ בדרך אופקית, הטילו מלמעלה 100 ק״ג כורכר. מה תהיה מהירות העגלה עם הכורכר?**
3. **אדם שמסתו 50 ק״ג קופץ על רפסודה שמסתה 100 ק״ג, השטה לאורך החוף במהירות 1 מ׳/ש׳. האדם קופץ במהירות 1.5 מ׳/ש׳ בניצב לקו החוף. מה תהיה מהירותם המשותפת של הרפסודה והאדם?**
4. **האם תגדל מהירותו של טיל, אם מהירות פליטת הגזים, יחסית למהירות הטיל, קטנה ממהירות הטיל עצמו, והגזים הנפלטים נעים בעקבות הטיל במגמת תנועתו? הסבירו.**
5. **מהו כוח הרתע על כתף היורה מרובה אוטומטי, אם מסת הקליע 10 גרם, מהירותו ביציאה מהקנה 300 מ׳/ש׳, והרובה יורה 300 כדורים בדקה?**
6. **צייד יורה מסירת גומי קלה. מה מהירות הסירה ברגע הירי, אם מסת הצייד 70 ק״ג, מסת הקליע 35 גרם, ומהירות הקליע הממוצעת 320 מ׳/ש׳?**

   זווית הקנה לאופק בזמן הירי $60°$.
7. **מהי מהירות הרתיעה של תותח, שמסתו 300 ק״ג והיורה פגז שמסתו 30 ק״ג? מהירות הפגז יחסית לקרקע 200 מ׳/ש׳, וזווית הקנה לקו האופק $60°$.**

תקציר פרק 5

מן החוקים השני והשלישי של ניוטון נובעת מסקנה חשובה: חוק שימור התנע.

התנע של גוף נקודתי, שמסתו m ומהירותו $\vec{v}$, הוא:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

התנע של מערכת גופים שווה לסכום הווקטורי של ערכי התנע של כל גופי המערכת.

אם שקול הכוחות החיצוניים, הפועלים על המערכת, שווה לאפס, התנע נשמר.

פרק 6. חוק שימור האנרגיה

האנרגיה היא הערך הנשמר החשוב ביותר לא רק במכניקה – אלא בפיזיקה בכלל. לא קל להבין מהי אנרגיה, אך ברור כי היא קשורה באופן הדוק לעבודה. לכן נתחיל מלימוד העבודה הנעשית על-ידי כוח – מושג זה פשוט ומובן יותר.

§45 עבודה הנעשית על-ידי כוח

בכל פעולותינו היומיומיות אנחנו נעזרים בשרירינו כדי להניע גופים סביבנו ולתמוך בתנועתם, או עוצרים גופים נעים.

גופים אלה הם כלי עבודה (פטיש, עט, מסור); משחקים (כדורים, דיסקים, כלי שחמט); והעובדים בתעשייה ובחקלאות מניעים כלי עבודה. אומנם בעידן העכשווי מצטמצם תפקיד הפועל בהפעלת מכונות, אך בכל מכונה ניתן למצוא חיקוי של כלי עבודה פשוטים: במכונת תפירה יש המחט, המסור החשמלי מניע מסור רגיל, וכדומה.

מנועים. הפעלת מכונות מאפשרת להגדיל את יעילות העבודה עשרות מונים הודות לשימוש במנועים.

מטרת כל מנוע היא הנעת גופים ותמיכה בתנועתם. זו נבלמת הן על-ידי חיכוך רגיל והן על-ידי החיכוך הנוצר בתהליך העבודה (סכין אמורה לא רק להחליק על פני משטח הגוף, אלא גם לחתוך אותו; אֵת אמור לחפור בתוך האדמה, וכדומה). בפעולות אלה צריך המנוע להפעיל כוח על הגוף הנע, ונקודת האחיזה של הכוח נעה עם הגוף.

מושג העבודה בחיי היומיום. כאשר אדם או מנוע מפעילים כוח על גוף נע, הם מבצעים עבודה. תיאור יומיומי זה של העבודה היווה בסיס להגדרת אחד המושגים החשובים במכניקה: **עבודת הכוח**. בטבע מתבצעת תמיד העבודה כשעל גוף נע פועל כוח (או כמה כוחות) מצדו של גוף אחר (או גופים אחרים). כך מבצע כוח הכבידה עבודה כאשר נופלות טיפות גשם, או כאשר מידרדרת אבן מצוק; בו-זמנית מבצעים עבודה גם כוחות החיכוך הפועלים על הטיפות הנופלות או על האבן (התנגדות האוויר). גם כוח אלסטי מבצע עבודה – לדוגמה, כאשר מתיישר העץ שהתעקם על-ידי הרוח.

הגדרת העבודה. החוק השני של ניוטון, הרשום בצורה $\Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot\Delta t$, מאפשר לקבוע כיצד משתנה מהירות הגוף $\vec{v}$ בגודלה ובכיוונה, אם פועל עליו כוח $\vec{F}$ בפרק זמן Δt.

במקרים רבים צריך לחשב את שינוי גודל המהירות כאשר על גוף פועל כוח $\vec{F}$ במהלך ההעתק $\Delta\vec{r}$. השפעת הכוח על הגוף, הגורמת לשינוי גודל המהירות, מתאפיינת הן על-ידי הכוח הן על-ידי ההעתק שמבצע הגוף. ערך זה במכניקה מכונה **עבודת הכוח**.

אם הכוח מאונך למהירות (ולכן גם להעתק $\Delta\vec{r}$), הוא יגרום לשינוי בכיוון המהירות בלבד – ולא בגודלה. לדוגמה: התאוצה בתנועה קצובה במעגל, ועָמה הכוח הגורם לה, מאונכים למהירות ולקשת (למשיק לה) בכל רגע.

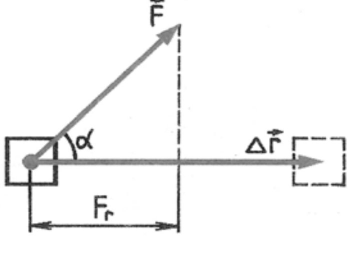
שינוי גודל המהירות מתאפשר במקרה אחד בלבד: כאשר היטל הכוח F_r על כיוון ההעתק של הגוף **שונה** מאפס. היטל זה קובע את תוצאות פעולת הכוח, המשנה את גודל מהירות הגוף וגם מבצע את העבודה. לכן אפשר לתאר את העבודה כמכפלת ההיטל F_r בגודל ההעתק $|\Delta\vec{r}|$ (ראו ציור 105):

$$W = F_r|\Delta\vec{r}| \tag{6.1}$$

אם נסמן את הזווית בין הכוח להעתק ב- α,

אזי: $F_r = F\cos\alpha$. לכן העבודה שווה ל:

$$W = F|\Delta\vec{r}|\cos\alpha \tag{6.2}$$



ציור 105

עבודת הכוח שווה למכפלת גודל הכוח בגודל ההעתק ובקוסינוס הזווית ביניהם.

הנוסחה (6.1) מתקיימת כאשר הכוח קבוע, וההעתק של הגוף מתרחש בקו ישר. את הקטעים הקטנים של המסלול ניתן תמיד לתאר כישרים, ואת הכוח בקטע קטן – כקבוע .

להבדיל מכוח ומהעתק, אין העבודה ערך וקטורי, אלא ערך סקלרי. הרי חסרת משמעות היא האמירה: לעבודה, המתבצעת על-ידי טרקטור בשדה, יש כיוון במרחב. העבודה עשויה להיות חיובית, שלילית או שווה לאפס.

סימן העבודה מוגדר על-פי הסימן של קוסינוס הזווית שבין הכוח להעתק:

אם $\alpha < 90°$, אזי $W > 0$, מכיוון שקוסינוס של זווית חדה הוא חיובי.

כאשר $\alpha > 90°$, העבודה היא שלילית, מכיוון שקוסינוס של זווית קהה הוא שלילי.

כאשר $\alpha = 90°$ (הכוח מאונך להעתק), לא מתבצעת עבודה כלל. כך לא מבצע כוח הכבידה עבודה, כאשר גוף נע במישור אופקי. כוח הכבידה גם אינו מבצע עבודה, כאשר לוויין נע במסלול מעגלי סביב כדור הארץ.

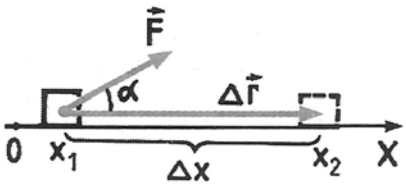
אם פועלים על גוף כמה כוחות, ישווה היטל הכוח השקול בכיוון ההעתק לסכום ההיטלים של כל הכוחות על כיוון זה:

$$F_r = F_{1r} + F_{2r} + \ldots$$

לכן נקבל עבור העבודה של הכוח השקול:

$$W = F_{1r}\left|\Delta \vec{r}\right| + F_{2r}\left|\Delta \vec{r}\right| + \ldots = W_1 + W_2 + \ldots \qquad (6.3)$$

כאשר על גוף פועלים כמה כוחות, שווה אפוא העבודה הכוללת (סכום העבודות של כל הכוחות) לעבודת הכוח השקול.



ציור 106

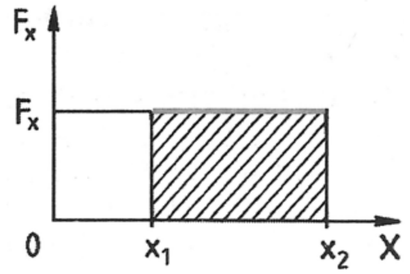
את העבודה, שבוצעה על-ידי כוח, ניתן להציג באופן גרפי: נתאר בגרף את תלות היטל הכוח בקואורדינטת גוף, הנע בקו ישר.

נניח שהגוף נע לאורך ציר Ox (ראו ציור 106). אזי:

$$F\cos\alpha = F_x,\quad \left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta x$$

עבור עבודת הכוח נרשום:

$$W = F\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha = F_x\cdot\Delta x$$



ציור 107

שטח המלבן, המסומן בציור 107, שווה בערכו המספרי לעבודת הכוח, הפועל על הגוף במהלך תנועתו מנקודה ששיעורה x_1 לנקודה ששיעורה x_2.

יחידת העבודה

את יחידת העבודה אפשר לקבוע באמצעות הנוסחה הבסיסית (6.2). אם תוך כדי העתקת הגוף ביחידת מרחק פועל עליו כוח, שגודלו שווה ליחידה אחת של כוח וכיוונו בכיוון התנועה ($\alpha = 0$), תהיה גם העבודה שווה ליחידה אחת. במערכת היחידות הבינלאומית (SI) נמדדת העבודה בג׳אולים (J):

$$1J = 1N\cdot 1m = 1\ N\cdot m$$

ג׳אול אחד הוא כמות העבודה, המבוצעת על-ידי כוח בגודל של ניוטון אחד (1N) לאורך העתק של מטר אחד (1m), כאשר הכיוונים של הכוח וההעתק מתלכדים.

לעתים קרובות משתמשים ביחידת עבודה גדולה יותר: קילוג׳אול:

$$1\ kJ = 1000\ J$$

בפרק זה ניתנה ההגדרה של עבודת הכוח $\vec{F}$ בהעתקת גוף ב- $\Delta\vec{r}$, כאשר הזווית α היא הזווית שבין שני הווקטורים: $W = F\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha$.

?

1. **מהי ההגדרה של עבודה במכניקה?**
2. **האם יכול כוח חיכוך סטטי לבצע עבודה? הסבירו.**
3. **הציגו דוגמה לכוח חיכוך קינטי, המבצע עבודה מועילה.**
4. **כיצד מוגדרת יחידת העבודה?**

§46 הֶסְפֵּק

לעתים אין די בידיעת העבודה, אלא חשוב גם משך הזמן שבמהלכו בוצעה. לכן יש להגדיר ערך פיזיקלי נוסף: **הֶסְפֵּק**.

העבודה יכולה להתבצע גם בפרק זמן ארוך וגם בפרק זמן קצר מאוד. למשך זמן הביצוע יש חשיבות רבה. משך הזמן, שבמהלכו מתבצעת העבודה, מגדיר את יעילות מבצעהּ. מנוע קטנטן יכול לבצע עבודה רבה מאוד, אבל לשם כך יזדקק לזמן רב. לכן, כאמור, מוגדר ערך נוסף המאפיין את מהירות הביצוע: **הֶסְפֵּק**.

הספק הוא היחס בין העבודה W לפרק הזמן Δt שבמהלכו בוצעה:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \qquad (6.4)$$

במילים אחרות: מספרית שווה ההספק לעבודה שבוצעה ביחידת זמן.

נציב במקומה של העבודה W את ביטויה (6.2), ונקבל:

$$P = F\frac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{\Delta t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha \qquad (6.5)$$

ההספק שווה אפוא למכפלת גודל וקטור הכוח בגודל וקטור המהירות ובקוסינוס הזווית ביניהם.

במערכת SI נמדד ההספק בוואטים (W). הספק שווה לוואט אחד (1W), אם עבודה של ג׳אול אחד (1J) מתבצעת במשך שנייה אחת (1sec).

משתמשים גם ביחידות גדולות יותר:

1 kW (קילוואט) = 1000 W

1 MW (מגאוואט) = 1,000,000W

את ההספק ניתן להגדיל הן על-ידי הגדלת הכוחות הפועלים הן על-ידי הגברת מהירות התנועה.

כאשר מערכת גופים יכולה לבצע עבודה, משמע שאצורה בה אנרגיה.

כדי לבצע עבודה נחוץ כוח כלשהו, שיפעל על הגוף הנע כל הזמן. מנועי חום מספקים כוח עד שייגמר הדלק, ומנוע חשמל – עד אשר ינתקו אותו מהרשת; אך מנועים אלה הם מערכות מורכבות ואינם נלמדים במסגרת המכניקה.

נתבונן במערכות פשוטות של גופים נעים, הפועלים האחד על האחר, כגון פעולת כוח הכבידה שבין גופים, או מנגנונים הניתנים לעיוות במידה מסוימת (קפיץ או חוט גומי מתעוותים באופן משמעותי; אבן, עץ, מתכת – מעט כל כך, שאפשר לא להתחשב בעיוותם כלל). נניח שבגופים לא מתרחשים תהליכים כימיים, ושבמערכת אין גופים טעונים חשמלית ולא עוברים בה זרמים חשמליים – שהרי במכניקה עוסקים אנו.

קל לגלות שמשקולות, המורמות מעל הקרקע – כמו גם מנגנונים המכילים קפיצים לחוצים – מסוגלים לפעול על גוף נע ולבצע עבודה בפרק זמן מסוים בלבד. במוקדם או במאוחר הקפיץ יתיישר, המשקולת תרד לקרקע, והכוחות יחדלו לבצע עבודה.

כשמתבצעת עבודה על מערכת, הדבר ניכר בה. כאשר מותחים קפיץ של שעון קפיצי, מוענקת למערכת (מנגנון הקפיץ) היכולת לבצע עבודה בפרק זמן ממושך. הקפיץ תומך בתנועה של גלגלי השיניים, במחוגים ובמטוטלת, המושפעת גם מן ההתנגדות המתמדת של כוחות החיכוך. במהלך עבודתו של השעון קטנה יכולתו של הקפיץ לבצע עבודה, ומצבו של הקפיץ משתנה.

באופן דומה משתנים, תוך כדי ביצוע העבודה, מצבי המנגנונים מבצעי העבודה, כמו גז שדחיסותו פוחתת.

כאשר גוף או מערכת גופים יכולים לבצע עבודה, משמע שאצורה בהם אנרגיה.

במהלך ביצוע עבודה מכנית עוברים הגוף או מערכת הגופים ממצב אחד למצב אחר, שבו האנרגיה האצורה במערכת קטנה יותר: המשקולת יורדת, הקפיץ מתיישר, הגוף הנע עוצר. במהלך ביצוע העבודה פוחתת האנרגיה האצורה במהלך התמרתה לאנרגיה אחרת באופן הדרגתי. כדי שהמערכת תקבל שוב את היכולת

לבצע עבודה, יש לשנות את מצבה: להגביר את מהירויות הגופים, להרים גופים מעלה או לעוותם. כדי להגיע לכך צריכים כוחות חיצוניים להשקיע במערכת עבודה חיובית.

במכניקה אנרגיה היא ערך, המוגדר על-ידי מצב המערכת: מיקומם של הגופים, מצבם האלסטי ומהירויותיהם. העשרת המערכת באנרגיה כרוכה בעבודת כוחות חיצוניים על המערכת.

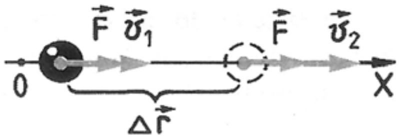
§48 האנרגיה הקינטית ושינוייה

במכניקה מוגדר מצב המערכת על-ידי מקומם של הגופים ומהירותם. ראשית נמצא כיצד תלויה האנרגיה במהירות.

נחשב את העבודה של כוח קבוע $\vec{F}$, הפועל על גוף (גוף נקודתי) שמסתו m, הנע בקו ישר. נניח שכיווני הכוח והמהירות זהים. במקרה זה זהים גם כיוון וקטור ההעתק $\Delta\vec{r}$ ווקטור הכוח (ראו ציור 108). לכן העבודה של כוח $\vec{F}$ שווה:

$$W = F\left|\Delta\vec{r}\right|$$

נבחר את ציר הקואורדינטות Ox כך שכל הווקטורים: $\vec{F}, \vec{v}_1, \vec{v}_2$ ו- $\Delta\vec{r}$ יהיו מכוונים בכיוון החיובי של הציר. עתה ניתן לרשום: $\Delta r_x = \Delta x$, ואת הנוסחה לעבודה אפשר לרשום כך:



ציור 108

$$W = F\,\Delta x \qquad (6.6)$$

בהתאם לחוק השני של ניוטון:

$$F = ma \qquad (6.7)$$

מכיוון שהנקודה נעה בתאוצה קבועה, ניתן למצוא את שינוי הקואורדינטה Δx במעבר מהמצב ההתחלתי למצב הסופי על-פי הנוסחה הקינמטית:

$$\Delta x = v_1 t + \frac{at^2}{2} \qquad (6.8)$$

נציב את הביטויים (6.7) ו- (6.8) בנוסחה (6.6), ונקבל:

$$W = ma\left(v_1 t + \frac{at^2}{2}\right) = \frac{m}{2}\left(2v_1 at + a^2t^2\right)$$

מכיוון שבמקרה הנתון :

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

אזי :

$$W = \frac{m}{2}\left(2v_1(v_2 - v_1) + (v_2 - v_1)^2\right) = \frac{m}{2}\left(v_2^{\ 2} - v_1^{\ 2}\right)$$

או :

$$W = \frac{mv_2^{\ 2}}{2} - \frac{mv_1^{\ 2}}{2} \qquad (6.9)$$

אפשר להוכיח שהנוסחה (6.9), שהתקבלה עבור תנועת גוף שפועל עליו כוח קבוע בקו ישר, מתקיימת גם במקרים שהכוח הפועל על הגוף משתנה, והגוף נע במסלול עקום.

לסיכום : עבודת הכוח במעבר גוף ממקום התחלתי למקום סופי שווה לשינוי הערך $\frac{mv^2}{2}$. ערך זה מבטא אנרגיה שאצורה בגוף הנע במהירות $\vec{v}$. אנרגיה זאת מכונה **אנרגיה קינטית** (מהמילה היוונית "קינמה", שפירושה : תנועה).

האנרגיה הקינטית האצורה בגוף שווה למחצית מכפלת המסה בריבוע מהירות הגוף.

נסמן את האנרגיה הקינטית באמצעות E_k :

$$\boxed{E_k = \frac{mv^2}{2}} \qquad (6.10)$$

האנרגיה נמדדת באותן יחידות שבהן נמדדת עבודה ; בדקו זאת בהצגת היחידות בביטוי שהתקבל ב-(6.10).

על-סמך משוואה (6.10) אפשר עתה לרשום את משוואה (6.9) כך :

$$W = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k \qquad (6.11)$$

השוויון (6.11) מבטא את המשפט של שינוי האנרגיה הקינטית : **שינוי האנרגיה הקינטית של גוף (גוף נקודתי) בפרק זמן מסוים שווה לעבודה, שביצע הכוח הפועל על הגוף בפרק זמן זה.**

האנרגיה הקינטית, האצורה בגוף הנע, תלויה במסת הגוף ובמהירותו בלבד. כפי שנראה בהמשך, האנרגיה המכנית הכוללת האצורה במערכת תלויה במהירות הגופים ובמרחקים ביניהם. כדי לחשב את אותו חלק של האנרגיה, התלוי במרחק שבין הגופים, יש להקדים ולנתח את העבודות של כוח הכבידה ושל הכוח האלסטי.

בגוף, הנע במהירות v, אצורה אנרגיה קינטית; היא שווה לעבודה, שיש לבצע כדי להגדיל את מהירות הגוף מהערך אפס לערך v.

?

1. **במה תלויה האנרגיה המכנית של מערכת גופים?**
2. **שרטטו גרף של אנרגיה קינטית כתלות בגודל המהירות.**
3. **על גוף, שמסתו m ומהירותו $\vec{v}_0$, התחיל לפעול כוח, המכוון נגדית למגמת מהירות. כעבור זמן-מה השתנתה מגמת המהירות, ולאחר מכן השתווה גודל המהירות לזה שהיה למהירות ההתחלתית. איזו עבודה ביצע הכוח בזמן זה?**
4. **מהירויות של שלושה גופים בעלי מסות m_1, m_2 ו- m_3 הן: v_1, v_2 ו- v_3, בהתאמה. רשמו ביטוי לאנרגיה הקינטית של המערכת.**
5. **האם תלויה האנרגיה הקינטית בבחירת מערכת הייחוס? הסבירו.**

§49 עבודת כוח הכבידה

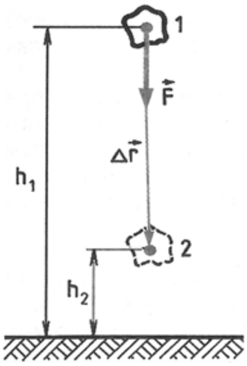
נחשב עתה עבודה לא בעזרת החוק השני של ניוטון – אלא באמצעות הביטוי לכוחות, הפועלים בין הגופים כפונקציה של המרחק ביניהם. חישוב זה יאפשר לנו להגדיר את מושג **האנרגיה הפוטנציאלית**, שאינה תלויה במהירות הגופים, אלא במרחק שביניהם (או במרחק בין חלקי אותו גוף).

נחשב את עבודת כוח הכבידה בנפילת גוף אנכית כלפי מטה. ברגע ההתחלתי היה הגוף בגובה h_1 מעל פני הקרקע, וברגע הסופי – בגובה h_2 (ראו ציור 109). גודל ההעתק של הגוף: $\left|\Delta\vec{r}\right| = h_1 - h_2$.

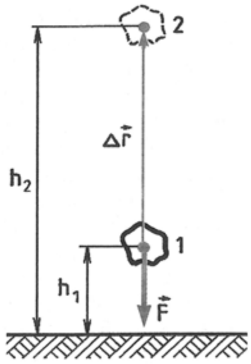
כיווני כוח הכבידה $\vec{F}_g$ וההעתק $\Delta\vec{r}$ זהים. בהתאם להגדרת העבודה (ראו נוסחה (6.2)) מקבלים:

$$W = F_g \cdot \left|\Delta\vec{r}\right| \cdot \cos 0^\circ = mg\left(h_1 - h_2\right) = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.12)$$

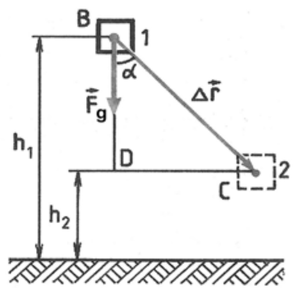
נניח כעת שהגוף נזרק אנכית כלפי מעלה מנקודה, הנמצאת בגובה h_1 מעל פני הקרקע, והוא מגיע לגובה h_2 (ראו ציור 110). הווקטורים $\vec{F}_g$ ו- $\Delta\vec{r}$ מכוונים במגמות מנוגדות, וגודל ההעתק שווה ל: $\left|\Delta\vec{r}\right| = h_2 - h_1$. עבודת כוח הכבידה תירשם כך:



ציור 109



ציור 110



ציור 111

$$W = F_g \cdot \left|\Delta\vec{r}\right| \cdot \cos 180^\circ = mg\left(h_2 - h_1\right)(-1) = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.13)$$

אם גוף נע לאורך קו ישר, וכיוון ההעתק יוצר זווית α עם כיוון כוח הכבידה (ראו ציור 111), תהיה עבודת כוח הכבידה שווה ל:

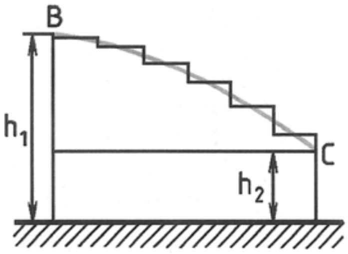
$$W = F_g \cdot \left|\Delta\vec{r}\right| \cdot \cos\alpha = mg \cdot \left|\overrightarrow{BC}\right| \cdot \cos\alpha$$

המשולש ישר-הזווית BCD מראה ש: $\left|\overrightarrow{BC}\right| \cdot \cos\alpha = \left|BD\right| = h_1 - h_2$

לכן:

$$W = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.14)$$

הנוסחאות (6.12), (6.13), (6.14) מאפשרות להבחין בחוקיות חשובה: עבור תנועה בקו ישר שווה עבודת כוח הכבידה בכל אחד מהמקרים להפרש שני ערכים, התלויים במקומו של הגוף ברגע ההתחלתי וברגע הסופי. ערכים אלה מוגדרים על-ידי גובה הגוף (h_1 ו- h_2, בהתאמה) מעל פני הקרקע.



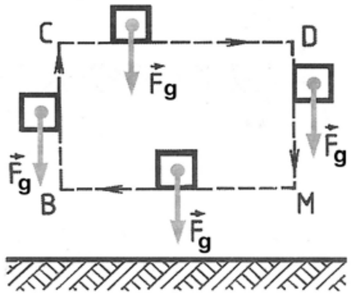
ציור 112

זאת ועוד; עבודת כוח הכבידה בהעברת גוף שמסתו m ממקום אחד לאחר אינה תלויה בצורת המסלול שבו נע הגוף. ואכן, אם הגוף נע לאורך הקו BC (ראו ציור 112), שווה העבודה בעקומה זו לעבודה בהעברת הגוף לאורך קו מדורג, העשוי מקטעים אופקיים ואנכיים קטנים. לאורך הקטעים האופקיים שווה עבודת כוח הכבידה לאפס, מכיוון שהכוח מאונך להעתק; סכום העבודות לאורך הקטעים האנכיים שווה לעבודה, שהיה מבצע כוח הכבידה בהעברת הגוף בקו אנכי שאורכו $h_1 - h_2$.

אם כן, העבודה בהעברת הגוף לאורך העקומה BC שווה:

$$W = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.15)$$

בתנועת גוף במסלול סגור תשווה עבודת כוח הכבידה לאפס. ואכן, נניח שגוף נע בלולאה סגורה BCDMB (ראו ציור 113).



ציור 113

בקטעים BC ו- DM מבצע הכוח $\vec{F}$ עבודות שוות בגודלן, אך מנוגדות בסימנן. סכום העבודות האלה שווה לאפס. לכן שווה לאפס העבודה בכל הלולאה הסגורה.

כוחות בעלי תכונות כאלה מכונים **כוחות משמרים**.

לסיכום: עבודת כוח הכבידה אינה תלויה בצורת המסלול של תנועת הגוף; היא מוגדרת על-ידי המקום ההתחלתי והמקום הסופי של הגוף. בהעברת הגוף במסלול סגור תשווה עבודת כוח הכבידה לאפס.

נפתֵחַ את הביטוי לאנרגיה שאצורה בגוף, הנמצא בגובה כלשהו מעל הקרקע, וגם עבור שתי מסות הנמשכות על-פי חוק הכבידה העולמית.

בסעיף הקודם פיתחנו ביטוי לעבודת כוח הכבידה, כאשר הגוף נמצא קרוב לפני הקרקע. כך ניתן להניח שאין כוח הכבידה תלוי בגובה בו מצוי הגוף מעל הקרקע. אולם הנחה זו נכונה כאשר גובה הגוף h מעל הקרקע קטן בהרבה מרדיוס כדור הארץ.

עבודת כוח הכבידה היא גודל חשוב מאוד; נחשב אותה במקרה של שני גופים קטנים, הפועלים אחד על משנהו על-פי חוק הכבידה העולמית:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

כאשר: m_1 ו- m_2 – מסות הגופים; r – המרחק ביניהם (הגופים אינם קטנים בהכרח; חשוב רק שמידותיהם תהיינה קטנות מאוד בהשוואה למרחק שביניהם).

בהשפעת כוח המשיכה התקרבו מעט הגופים זה לזה. תחילה היה המרחק ביניהם r_1, ובסוף – r_2. העבודה שבוצעה על-ידי כוח המשיכה היא:

$$W = F(r_1 - r_2)$$

כאשר: F – ערך הכוח בנקודת תָּוֶךְ r_0 הנמצאת באמצע הקטע בין המסות.

ואז:

$$W = G\frac{m_1 m_2}{r_0^2}(r_1 - r_2)$$

אם r_1 ו- r_2 נבדלים במעט זה מזה, ניתן להחליף את הריבוע r_0^2 במכפלה r_1r_2, ונקבל:

$$W = G\frac{m_1 m_2}{r_1 r_2}(r_1 - r_2) = G\frac{m_1 m_2}{r_2} - G\frac{m_1 m_2}{r_1}$$

עבודה זאת בוצעה על חשבון אנרגיית הכבידה:

$$W = E_{p1} - E_{p2}$$

כאשר: E_{p1} – הערך ההתחלתי של האנרגיה הפוטנציאלית; E_p – הערך הסופי.

נשווה בין שתי הנוסחאות, ונמצא את הביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית של הכבידה:

$$E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

על-פי הנוסחה, עבור מרחקים גדולים תהיה האנרגיה הפוטנציאלית $E_p = 0$. דבר זה הגיוני, מכיוון שבמרחקים כאלה השפעת הכבידה לא תורגש; אולם כאשר הגופים מתקרבים, האנרגיה הפוטנציאלית הולכת וקטנה, שכן על חשבונה מתבצעת עבודה, וערכה יהיה שלילי; והרי בנוסחה נמצא הסימן מינוס!

כאשר מדובר בתנועה בסמוך לפני כדור הארץ, ניתן להחליף את הביטוי לכוח הכבידה במכפלה mg, ואז: $E_{p1} - E_{p2} = mgh$.

נוסחת כוח הכבידה העולמית מתקיימת גם עבור גופים גדולים. אם צורתם כדורית, המרחק ביניהם הוא המרחק שבין מרכזי הכדורים. אם כך, על פני כדור הארץ שווה האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף ל:

$$E_{p0} = -G\frac{Mm}{R}$$

כאשר: R – רדיוס כדור הארץ.

לכן האנרגיה הפוטנציאלית (של המערכת כדור הארץ והמסה m) בגובה h מעל פני הקרקע תהיה:

$$E_{ph} = -G\frac{Mm}{R} + mgh$$

אנרגיית הכבידה קובעת את חוזק ה"קשר" בין הגופים לבין כדור הארץ. כיצד ניתן "לנתק" את הקשר הזה? כיצד אפשר להבטיח שגוף הנזרק מעלה לא יחזור אל הקרקע? יש להעניק לגוף מהירות התחלתית גבוהה; מהי הדרישה המזערית לערך מהירות זו?

במהלך ההתרחקות מכדור הארץ תגדל האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף ששוגר כלפי מעלה (הערך המוחלט של E_p תקטן) עד שהיא תתאפס. לפני השיגור היתה לגוף אנרגיה פוטנציאלית השווה ל- $-G\frac{Mm}{R}$ (ליתר דיוק יש לומר "אנרגיה פוטנציאלית של המערכת כדור הארץ והגוף הנתון"; אולם מכיוון ששיגור הגוף אינו משנה את מהירותו ואת האנרגיה הקינטית של כדור הארץ, אפשר לייחס את שינויי

האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה פוטנציאלית של הגוף עצמו).

לכן כדי "לנתק" את הגוף מכדור הארץ יש להעניק לגוף מהירות כזו, שהאנרגיה הכללית שלו תהיה חיובית. במקרה זה גם במרחק אינסופי מהארץ, כאשר האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף תהיה אפסית, הוא עדיין ינוע במהירות כלשהי, המונעת את חזרתו אל כדור הארץ. כל עוד תהיה האנרגיה הכללית שלילית (הערך המוחלט של האנרגיה הפוטנציאלית יהיה גדול מהאנרגיה הקינטית), לא יוכל הגוף "להתגבר" על משיכת כדור הארץ, ולא יוכל להתנתק ממנו.

באופן כזה הגענו לתנאי פשוט: מהירות הגוף צריכה להיות גדולה מהערך המכונה **מהירות המילוט השנייה**, שניתן לחשב אותה מהשוויון:

$$\frac{mv_2^{\,2}}{2} = G\frac{Mm}{R}, \quad v_2^{\,2} = 2G\frac{M}{R}$$

נשתמש בביטוי של g:

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

ונקבל סופית:

$$v_2^{\,2} = 2gR$$

נציב ערכים מתאימים, ונקבל:

$$v_2 \approx 11\ \frac{km}{sec}$$

ערך זה גדול פי $\sqrt{2} = 1.41$ ממהירות המילוט הראשונה $v_1 = \sqrt{gR}$, שיש להעניק ללוויין כדי שיסוב במסלול בסמוך לפני כדור הארץ.

מה ערכה של מהירות המילוט v_3, הדרושה כדי להתגבר על משיכת כדור הארץ והשמש, ולטוס לכוכבים רחוקים?

נמצא קודם את ערך המהירות הדרושה להימלטות מהשמש בלבד.

כפי שהראינו כעת, המהירות הדרושה כדי להתגבר על כוח המשיכה של כדור הארץ גדולה פי $\sqrt{2}$ ממהירותו של לוויין הסובב בסמוך לפני כדור הארץ. אותם השיקולים תקפים לגבי השמש: מהירות המילוט ממנה צריכה להיות גדולה פי $\sqrt{2}$ ממהירות הלוויין שלה (כלומר כדור הארץ). מכיוון שמהירות התנועה של

כדור הארץ סביב השמש שווה בקירוב ל- 30 km/sec, מהירות המילוט השלישית תהיה 42 km/sec.

זו מהירות גדולה מאוד, אולם כדי לשגר חללית לכוכבים ניתן לנצל את מהירותו של כדור הארץ סביב השמש, ואז נצטרך להוסיף 42 – 30 = 12 km/sec "בלבד".

כדי שלטיל תהיה מהירות כזאת לאחר שיתרחק מכדור הארץ, צריך להעניק לו בעת השיגור מהירות v_3 , ואותה ניתן לחשב באמצעות חוק שימור האנרגיה (v היא המהירות הנוספת):

$$\frac{mv_3^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$v_3^2 = (11)^2 + (12)^2$$

$$v_3 = 16 \text{ km/sec}$$

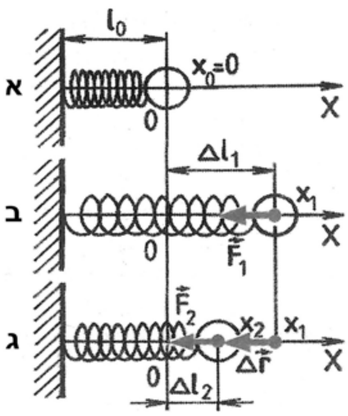
ובכן, מהירות המילוט השנייה של 11 km/sec תעניק לגוף אפשרות לעזוב את כדור הארץ, אולם השמש לא תשחרר אותו, והוא יהפוך ללוויין של השמש. כדי לצאת למסע בין הכוכבים, יש להעניק לטיל מהירות מילוט שלישית בשיעור 16 km/sec.

בדומה לכוח הכבידה, גם הכוח האלסטי הוא כוח משמר. כדי להשתכנע בזאת נחשב את העבודה, שמבצע קפיץ בעת הזזת משקולת.

ציור 114א מתאר קפיץ, שקצהו האחד קשור לקיר, ולקצהו השני קשור כדור. כאשר הקפיץ מתוח, הוא פועל על הכדור בכוח $\vec{F}_1$ (ראו ציור 114ב), המכוון לנקודת שיווי-המשקל, שבה הקפיץ אינו מעוות כלל. ההתארכות ההתחלתית של הקפיץ: Δl_1. נחשב את עבודת הכוח האלסטי בהעברת הכדור מנקודה ששיעורה x_1 לנקודה ששיעורה x_2. ציור 114ג מראה שגודל ההעתק שווה:

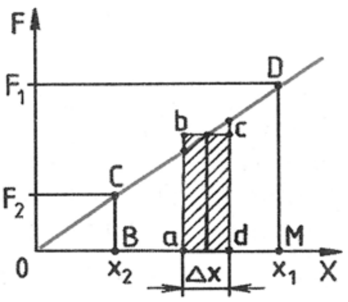
$$\left|\Delta\vec{r}\right| = x_1 - x_2 = \Delta l_1 - \Delta l_2 \qquad (6.16)$$

כאשר: Δl_2 – ההתארכות הסופית של הקפיץ.



ציור 114

אי-אפשר לחשב את העבודה של הכוח האלסטי על-פי הנוסחה (6.2), מכיוון שנוסחה זו נכונה עבור כוח קבוע בלבד, ואילו הכוח האלסטי, שנוצר עקב שינוי עיוות (אורך) הקפיץ, אינו נשאר קבוע. כדי לחשב את העבודה נשתמש בגרף של גודל הכוח האלסטי כפונקציה של קואורדינטת הכדור (ראו ציור 115). נחלק את הקטע BM לקטעים Δx כה קטנים, שאפשר להניח שהכוח לאורך כל אחד מהם נשאר קבוע. עתה נשתמש בשיטה, שבעזרתה פיתחנו את הנוסחה לתלות הקואורדינטות בזמן בעבור תנועה שוות תאוצה, ונקבל שעבודת הכוח האלסטי לאורך ההעתק $\left|\Delta\vec{r}\right| = x_1 - x_2$ שווה בערכה המספרי לשטח הטרפז BCDM.



ציור 115

לכן:

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2}\left(x_1 - x_2\right) = \frac{F_1 + F_2}{2}\left|\Delta\vec{r}\right| \qquad (6.17)$$

בהתאם לחוק הוק, $F_1 = k\,\Delta l_1$ ו- $F_2 = k\,\Delta l_2$. נציב את הביטויים האלה במשוואה (6.17), נביא בחשבון ש- $\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta l_1 - \Delta l_2$, ונקבל:

$$W = \frac{k\Delta l_1 + k\Delta l_2}{2}\left(\Delta l_1 - \Delta l_2\right) = \frac{k[\left(\Delta l_1\right)^2 - \left(\Delta l_2\right)^2]}{2}$$

או בצורה הסופית:

$$W = \frac{k\left(\Delta l_1\right)^2}{2} - \frac{k\left(\Delta l_2\right)^2}{2} \qquad (6.18)$$

ניתחנו כאן מקרה, שבו זהות מגמות הכוח האלסטי וההעתק. ניתן היה למצוא את עבודת הכוח האלסטי גם כאשר מגמתו נגדית לזו של ההעתק, או כאשר הוא יוצר אִתו זווית כלשהי, וכך בהעברת גוף בעקומה בעלת צורה כלשהי.

בכל המקרים האלה של תנועת גוף בהשפעת הכוח האלסטי היינו מגיעים לאותו ביטוי לערך העבודה (6.18). העבודה של הכוח האלסטי תלויה בעיוותי הקפיץ Δl_1 ו- Δl_2, כלומר במצבו ההתחלתי ובמצבו הסופי.

אם כן, עבודת הכוח האלסטי אינה תלויה בצורת מסלול התנועה של הגוף.

?

1. **מה ערכהּ של עבודת הכוח האלסטי בתנועת גוף במסלול סגור?**
2. **אילו כוחות מכונים כוחות משמרים?**

§51 אנרגיה פוטנציאלית

באמצעות החוק השני של ניוטון הוכחנו, שניתן להציג עבודת כוח כהפרש בין שני ערכים של גודל התלוי במהירות: הפרש הערכים של האנרגיה הקינטית ברגע ההתחלתי וברגע הסופי:

$$W = \frac{mv_2^{\ 2}}{2} - \frac{mv_1^{\ 2}}{2} = \Delta E_k \qquad (6.19)$$

אם כוחות הפעולה ההדדית שבין הגופים הם כוחות משמרים, ניתן להציג (ראו סעיפים 49 ו-50) את העבודה כהפרש בין שני ערכים של גודל, התלוי במָקום

היחסי שבין הגופים (או של חלקי אותו גוף):

$$W = mgh_1 - mgh_2 \qquad \text{(לכוח הכבידה)}$$

(6.20)

$$W = \frac{k\Delta l_1^{\,2}}{2} - \frac{k\Delta l_2^{\,2}}{2} \qquad \text{(לכוח אלסטי)}$$

כאן מגדירים הגבהים h_1 ו- h_2 את המקום היחסי בין הגוף לקרקע; Δl_1, Δl_2 מגדירים את המקום היחסי בין שני מצבי סלילי הקפיץ המעוּוּת, או של מידות העיוות של גוף אלסטי, בהתאמה.

הגודל, השווה למכפלת מסת הגוף m בתאוצת הנפילה החופשית g ובגובה h של הגוף מעל פני הקרקע, מכונה **האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף בשדה הכבידה של כדור הארץ** (מהמילה הלועזית "פוטנציה", שפירושה: יכולת). נסמן את האנרגיה הפוטנציאלית באות E_p:

$$\boxed{E_p = mgh} \qquad (6.21)$$

הגודל, השווה למחצית המכפלה של קבוע הקפיץ k בריבוע העיוות Δl, מכונה **האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף המעוות באופן אלסטי**:

$$\boxed{E_{pEl} = \frac{1}{2}k\Delta l^2} \qquad (6.22)$$

בשני המקרים נקבעת האנרגיה הפוטנציאלית על-ידי המקום היחסי שבין גופי המערכת או בין חלקי אותו גוף.

המושג **אנרגיה פוטנציאלית** מאפשר לבטא את עבודתו של כל כוח משמר באמצעות מושג זה.

שינוי הערך של גודל כלשהו הוא ההפרש בין הערך הסופי לערך התחלתי, ולכן:

$$\Delta Ep = E_{p2} - E_{p1}$$

את המשוואות (6.20) אפשר לרשום כך:

$$W = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p \qquad (6.23)$$

נוסחה זו מאפשרת לנסח את ההגדרה של האנרגיה הפוטנציאלית: **אנרגיה פוטנציאלית של מערכת היא גודל, התלוי במקום הגופים; וערכו של שינוי הגודל במעבר המערכת ממצב התחלתי למצב סופי שווה לעבודת כל הכוחות הפנימיים המשמרים בסימן נגדי.**

הסימן "מינוס" בנוסחה (6.23) אינו מעיד שעבודת הכוחות המשמרים היא תמיד שלילית; הוא רק מסמן, שלשינוי האנרגיה הפוטנציאלית ולעבודת הכוחות במערכת תמיד סימנים מנוגדים. לדוגמה: בנפילת אבן אל הקרקע הולכת האנרגיה הפוטנציאלית וקטנה $(\Delta E_p < 0)$, אך כוח הכבידה מבצע עבודה חיובית $(W > 0)$. לכן ל-W ול- E_p סימנים מנוגדים בהתאם לנוסחה (6.23).

רמת האפס של האנרגיה הפוטנציאלית

לפי הנוסחה (6.23) אין עבודת הכוחות מגדירה את האנרגיה הפוטנציאלית עצמה, אלא את גודל השינוי בערכה.

מכיוון שעבודת הכוחות מגדירה את **השינוי** באנרגיה הפוטנציאלית, יש משמעות פיזיקלית רק להשתנות ערך האנרגיה. לכן אפשר לבחור באופן שרירותי את מצב המערכת שבו האנרגיה הפוטנציאלית שווה לאפס. אין תופעה בטבע או בהנדסה, המתאפיינת על-ידי ערך האנרגיה הפוטנציאלית שאצורה בה. החשוב הוא ההפרש שבין הערכים של האנרגיה הפוטנציאלית במצבים הסופי וההתחלתי של מערכת הגופים.

בחירת רמת האפס נעשית בהתאם לנוחות פתרון הסוגיה ובהתאם לפשטות פיתוח הביטויים ליישום חוק שימור האנרגיה.

נוח לבחור מצב, שבו האנרגיה הפוטנציאלית שווה לאפס, או מצב מערכת, שבו האנרגיה מזערית. אז יהיה ערך השינוי באנרגיה הפוטנציאלית חיובי.

האנרגיה הפוטנציאלית של קפיץ היא מזערית (אפסית) בהיעדר עיוות, ושל אבן הנופלת – כאשר היא מונחת על פני הקרקע. לכן במקרה הראשון תהיה האנרגיה האלסטית האצורה בקפיץ:

$$\Delta E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$$

ובמקרה השני תהיה האנרגיה הכובדית שאצורה במסה בשדה הכובד:

$$E_p = mgh.$$

אם נוסיף לביטויים אלה גודל קבוע C, נוכל להבין את משמעותו:

$$E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2} + C,\ \ E_p = mgh + C$$

למשל, אם במקרה השני נניח:

$$C = -mgh_0$$

יתפרש מכך שרמת האפס לערך האנרגיה שאצורה במסה בשדה הכובד נקבעה בגובה h_0 מעל פני הקרקע.

עבודת הכוחות, התלויים במרחקים בין הגופים בלבד (ולא במהירותם), אינה תלויה בצורת מסלולו של הגוף. לכן אפשר להציג את העבודה כהפרש ערכים של פונקציה מיוחדת, המכונה **אנרגיה פוטנציאלית של מערכת**, במצביה הסופי וההתחלתי.

?

1. **במה דומות האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית?**
2. **במה שונות האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית?**
3. **האם עשויה אנרגיה פוטנציאלית להיות שלילית?**

§52 חוק שימור האנרגיה במכניקה

עבודה חיובית של כוחות פנימיים במערכת סגורה מגדילה את ערך האנרגיה הקינטית ומקטינה את ערך האנרגיה הפוטנציאלית. לעומתה מגדילה עבודה שלילית את ערך האנרגיה הפוטנציאלית ומקטינה את ערך האנרגיה הקינטית. במאזן אנרגטי כולל נמצא שערך האנרגיה, האצורה במערכת סגורה, נותר קבוע. עובדה זו מכונה **חוק שימור האנרגיה.**

נפנה פעם נוספת למערכת גופים פשוטה, הכוללת את כדור הארץ וגוף המורם מעל פני הקרקע – אבן, למשל.

האבן נופלת בהשפעת כוח הכבידה. אם נזניח את כוח התנגדות האוויר, שווה העבודה, שנעשתה על-ידי כוח הכבידה בהעברת האבן מנקודה אחת לאחרת, לשינוי (הגדלה) ערך האנרגיה הקינטית של האבן:

$$W = \Delta E_k \qquad (6.24)$$

בו-בזמן שווה עבודה זו לפחיתת האנרגיה הפוטנציאלית של האבן:

$$W = -\Delta E_p \qquad (6.25)$$

בל נשכח את קיומה של עבודת כוח הכבידה העולמי, הפועל מצדה של האבן על כדור הארץ; אך עקב מסתו הגדולה של כדור הארץ, ניתן להזניח את שינויי מהירותו ומקומו, ולכן לא נכניס עבודה זו למאזן האנרגטי של המערכת.

מכיוון שבנוסחאות (6.24) ו- (6.25) שווים אגפי שמאל, שווים גם אגפי הימין:

$$\Delta E_k = -\Delta E_p \qquad (6.26)$$

השוויון (6.26) מראה, שהגידול בערך האנרגיה הקינטית של המערכת שווה להקטנת ערך האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת, ולהפך. מכאן נובע ש:

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

או:

$$\Delta(E_k + E_p) = 0 \qquad (6.27)$$

השינוי בסכום ערכי האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית שווה לאפס.

הגודל E, השווה לסכום ערכי האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית של המערכת, מכונה האנרגיה המכנית של המערכת:

$$E = (E_k + E_p) \qquad (6.28)$$

מכיוון שלפי משוואה (6.27) שווה שינוי ערך האנרגיה הכוללת לאפס, האנרגיה המכנית נשמרת:

$$E = E_k + E_p = const \qquad (6.29)$$

אם כן, **במערכת סגורה, שבה פועלים כוחות משמרים בלבד, האנרגיה המכנית נשמרת.** זו המשמעות של **חוק שימור האנרגיה**. האנרגיה אינה נוצרת ואינה נעלמת, אלא רק מותמרת מצורה אחת לאחרת: מקינטית לפוטנציאלית, ולהפך.

במקרה הנדון: $E_p = mgh$ ו- $E_k = \frac{mv^2}{2}$. נרשום את חוק שימור האנרגיה:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = const$$

או:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 \qquad (6.30)$$

משוואה זו מאפשרת למצוא את מהירות האבן v_2 בכל גובה h_2 מעל פני הקרקע, אם ידועה המהירות ההתחלתית v_1 של האבן בגובה ההתחלתי h_1.

חוק שימור האנרגיה (6.29) מתקיים גם כאשר פועל מספר כלשהו של גופים וכוחות משמרים בין הגופים. E_k יסמן את סכום האנרגיות הקינטיות של כל

גופי המערכת, ו- E_p – את סכום האנרגיות הפוטנציאליות שלהם.

במערכת, הכוללת גוף שמסתו m וקפיץ שקבועו k, יקבל חוק שימור האנרגיה את הצורה:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta l)^2}{2} = const \qquad (6.31)$$

האנרגיה המכנית הכוללת שווה לסכום האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית של גופי המערכת. במערכת סגורה, שבה פועלים כוחות משמרים בלבד, האנרגיה המכנית נשמרת.

?

1. **מהי האנרגיה המכנית הכוללת של מערכת?**
2. **האם יכולה אנרגיה מכנית של מערכת גופים להישמר, כאשר פועלים עליה כוחות חיצוניים?**
3. **גוף שמסתו m נופל מגובה h מעל פני הקרקע. שרטטו גרפים של אנרגיה פוטנציאלית, של אנרגיה קינטית ושל אנרגיה כוללת כתלות בגובה.**

§53 הפחתת האנרגיה המכנית של מערכת בנוכחות כוחות החיכוך

עד כה לא התחשבנו בעבודת כוחות החיכוך. כעת נראה כיצד משפיעה העבודה של כוחות חיכוך על ערך האנרגיה המכנית.

אם כוחות החיכוך מבצעים עבודה במערכת סגורה בזמן תנועת הגופים האחד יחסית למשנהו, אין האנרגיה המכנית נשמרת. לדוגמה: אם ניתן דחיפה קלה לספר המונח על השולחן, ייעצר הספר כמעט מיד עקב פעולת כוח החיכוך; האנרגיה המכנית שהוענקה לו תיעלם. כוח החיכוך מבצע עבודה שלילית, וכך מפחית את האנרגיה הקינטית האצורה בספר. אולם תוך כדי כך אין האנרגיה הפוטנציאלית גדלה, ולכן האנרגיה המכנית הכוללת הולכת וקטנה. האנרגיה הקינטית אינה מותמרת לאנרגיה פוטנציאלית.

כוחות החיכוך אינם כוחות משמרים

לכוחות החיכוך תכונה מיוחדת: עבודתם איננה קשורה בשינוי (גידול או הפחתה) של האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת. כוחות החיכוך אינם תלויים במרחקים שבין הגופים, אלא בתנועה היחסית שביניהם ובמהירותם. לכן אין עבודת כוחות החיכוך קשורה לשינוי מיקום הגופים.

ההבדל בין כוחות החיכוך לבין הכוחות המשמרים בולט במיוחד כשמנתחים את עבודתם של שני סוגי הכוחות במסלול סגור. כך, למשל, עבודת כוח הכבידה לאורך מסלול סגור תשווה תמיד לאפס. היא חיובית בנפילת הגוף מגובה h, ושלילית בעלייה לאותו גובה. העבודה של כוח התנגדות האוויר שלילית, הן בעליית הגוף כלפי מעלה והן בתנועתו מטה. לכן עבודה זו לאורך המסלול הסגור בהכרח קטנה מאפס.

ניזכר: כאשר מזיזים שולחן מפינה אחת של החדר לפינה אחרת ואחר כך בחזרה, מבצעים עבודה חיובית השונה מאפס. עבודה זו שווה בדיוק לעבודה השלילית של כוחות החיכוך, הפועלים על רגלי השולחן מצדה של הרצפה במסלול הסגור. עבודת כוחות החיכוך תלויה בצורת המסלול (אם נזיז את השולחן לאורך קו ישר וקצר מפינה לפינה או בעקלתון), ואינה מוגדרת על-ידי המצב ההתחלתי והמצב הסופי בלבד. מסתבר אפוא שכוחות החיכוך אינם כוחות משמרים.

העבודה השלילית של כוחות החיכוך מפחיתה את האנרגיה הקינטית של גופים, כמו גם העבודה השלילית של הכוחות, התלויים במרחק שבין הגופים; אולם עבודת כוחות החיכוך איננה גורמת להגדלת האנרגיה הפוטנציאלית. כתוצאה מכך הולכת האנרגיה הכללית של המערכת וקטנה.

בכל מערכת, הכוללת גופים גדולים, פועלים כוחות חיכוך. לכן במערכת סגורה של גופים נעים פוחתת האנרגיה המכנית וקטנה בהכרח. לכן דועכות תנודות המטוטלת, עוצרת המכונית כשמנועה דומם וכו׳.

ברם, הפחתת האנרגיה המכנית אינה מסמנת את היעלמותה. בפועל מתרחשת התמרת אנרגיה מכנית לאנרגיות אחרות. בדרך כלל נבחין בפעולת כוחות החיכוך בחימום הגופים, או בלשון הפיזיקאים: גידול האנרגיה הפנימית של המערכת. קל לגלות את תופעת החימום עקב חיכוך; לדוגמה: נשפשף בחוזקה את המטבע

בשולחן. תוך כדי השפשוף מתחמם המטבע, וגדלה האנרגיה הקינטית של האטומים והמולקולות הבונים אותו: עקב פעולת כוחות החיכוך הופכת האנרגיה הקינטית של המטבע לאנרגיה קינטית של תנועה בלתי מסודרת של האטומים והמולקולות שבו.

במנועי הבעירה הפנימית, בטורבינות המונעות בקיטור, במנועי חשמל וכדומה נוצרת אנרגיה מכנית על חשבון הפחתת אנרגיות אחרות: אנרגיה פנימית של החומר, אנרגיה כימית, אנרגיה חשמלית וכו'.

?

1. **באילו מקרים נשמרת האנרגיה המכנית של המערכת?**
2. **מדוע אין כוח החיכוך כוח משמר?**
3. **לאן נעלמת האנרגיה המכנית במערכת, שפועלים בה כוחות החיכוך?**

53א § התנגשויות

בכל התנגשות בין שני גופים נשמר תמיד התנע הכולל של שני הגופים. לא כך לגבי האנרגיה; כפי שנדון בסעיף הקודם, ניתן להסיק שבהכרח קטֵנה היא עקב כוחות חיכוך מסוגים שונים.

אולם כאשר הגופים המתנגשים עשויים מחומר אלסטי, כפלדה או כשנהב, יהיו איבודי האנרגיה מזעריים. בהתנגשויות בין כדורי ביליארד, שעשויים שנהב, מגיעים איבודי האנרגיה עד כדי 3%-4% מהאנרגיה שאצורה בהם.

התנגשויות כאלה, שבהן סכומי האנרגיות הקינטיות לפני ההתנגשות ולאחריה שווים, מכונות **התנגשויות אלסטיות**.

שימור האנרגיה הקינטית בהתנגשות אלסטית מאפשר לפתור שורה של בעיות.

כדוגמה ננתח אירוע התנגשות מרכזית בין כדורים בעלי מסה שונה (כלומר: התנועה מתרחשת לאורך הקו הישר המחבר את מרכזי הכדורים), כאשר אחד מהכדורים (מס' 2) היה נייח לפני ההתנגשות. עבור משוואת התנע נקבל:

$$m_1v_1 = m_1u_1 + m_2u_2$$

וממשוואת האנרגיה:

$$\frac{m_1{v_1}^2}{2} = \frac{m_1{u_1}^2}{2} + \frac{m_2{u_2}^2}{2}$$

כאשר: v_1 – מהירות הכדור הראשון לפני ההתנגשות; u_1 ו- u_2 – מהירויות הכדורים לאחר ההתנגשות.

מכיוון שהתנועה מתרחשת לאורך הקו הישר המחבר את מרכזי הכדורים, רשמנו את המהירויות כערכים סקלריים.

מהמשוואה הראשונה מקבלים:

$$u_2 = \frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - u_1\right)$$

נציב את הביטוי הזה במשוואת האנרגיה:

$$\frac{m_1}{2}\left(v_1^{\,2} - u_1^{\,2}\right) = \frac{m_2}{2}\left(\frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - u_1\right)\right)^2$$

אחד הפתרונות של המשוואה הוא:

$$u_1 = v_1,\ \ u_2 = 0$$

אולם פתרון זה אינו מעניין, מכיוון שמשמעותו היא שהכדורים לא התנגשו בכלל.

לכן מחפשים פתרון אחר.

מצמצמים בשני האגפים ב- $m_1(v_1 - u_1)$, ומקבלים:

$$\frac{1}{2}\left(v_1 + u_1\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - u_1\right)$$

כלומר:

$$m_2 v_1 + m_2 u_1 = m_1 v_1 - m_1 u_1$$

או:

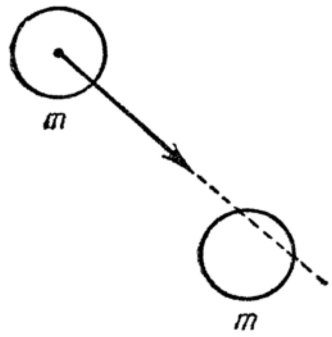
$$\left(m_1 - m_2\right)v_1 = \left(m_1 + m_2\right)u_1$$

מכאן מחלצים את מהירות הכדור הראשון לאחר ההתנגשות:

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot v_1$$

בהתנגשות מרכזית עם כדור נייח מנתר הכדור הפוגע לאחור (u_1 היא שלילית), כאשר מסתו קטנה ממסת הכדור הנייח. אם $m_1 > m_2$ ימשיכו שני הכדורים לנוע בכיוון v_1, כלומר, בכיוון התנועה של הכדור הנייד לפני ההתנגשות.

במשחק ביליארד נראה מקרה של פגיעה מרכזית מדויקת: הכדור הפוגע עוצר, וכדור המטרה נע. את התופעה ניתן להסביר באמצעות פתרון המשוואה: כאשר מסות הכדורים שוות, מתקבל מהמשוואה: $u_1 = 0$ ו- $u_2 = v_1$.



הכדור הפוגע נעצר, והכדור השני נע במהירותו של הכדור הפוגע, כלומר הכדורים מתחלפים במהירויותיהם.

ננתח עוד דוגמה של התנגשות אלסטית: כאשר בין שני כדורים בעלי מסה שווה מתרחשת התנגשות שאינה מרכזית. לפני ההתנגשות הכדור השני נייח, ולכן חוקי שימור התנע והאנרגיה יתנו:

$$m\vec{v}_1 = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 ,$$

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$$

מצמצמים במסה בשני האגפים ומקבלים:

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 ,$$

$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2$$

הווקטור $\vec{v}_1$ הוא סכום וקטורי של שני הווקטורים $\vec{u}_1$ ו- $\vec{u}_2$. המשמעות היא ששלושת הווקטורים מהווים משולש. מהו המשולש הזה? ניזכר במשפט פיתגורס שמבטאת המשוואה השנייה. כלומר: המשולש הוא ישר-זווית, כאשר $\vec{v}_1$ הוא היתר, ו- $\vec{u}_1$ ו- $\vec{u}_2$ הם ניצבים שהזווית ביניהם ישרה.

המסקנה היא, שלאחר כל התנגשות שאינה מרכזית בין שני גופים שמסתם שווה, ינועו הגופים בכיוונים המאונכים זה לזה.

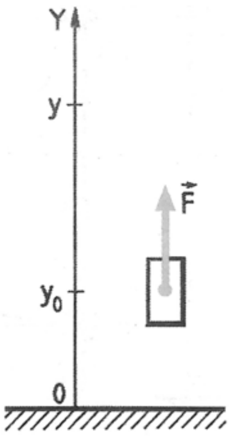
דוגמאות לפתרון תרגילים

בפתרון התרגילים של פרק זה נעשה שימוש גם בחוק שימור האנרגיה.

כאשר משתמשים בחוק שימור האנרגיה, יש קודם כול להגדיר איזה מצב מערכת הוא התחלתי ואיזה סופי. בהמשך יש לרשום את הביטויים לאנרגיית המערכת בשני המצבים ולהשוותם. כאשר רושמים את האנרגיה הפוטנציאלית

שבשדה הכבידה, יש לקבוע את רמת האפס לגובה במקום הנוח ביותר. כל זאת יודגם בתרגילים הבאים.

1. גוף נע אנכית כלפי מעלה בהשפעת כוח $F = 10N$. ברגע ההתחלתי היה הגוף בגובה 1m מעל פני הקרקע. מצאו את מקום הגוף ברגע שהכוח, המעלה את המשקולת, ביצע עבודה שערכה 100J.



ציור 116

פתרון

נקבע את ראשית הציר Oy על פני הקרקע. גובהו ההתחלתי של הגוף $y_0 = 1$ m. כאשר יבצע הכוח $\vec{F}$ את העבודה, יהיה גובהו של הגוף y, ואותו ניתן למצוא באמצעות הנוסחה:

$$W = F_y \cdot \Delta y = F_y(y - y_0)$$

מכאן נחלץ את y:

$$y = y_0 + \frac{W}{F_y}$$

מכיוון ש- $F_y = F$ (ראו ציור 116),

אזי:

$$y = y_0 + \frac{W}{F},\ y = 11\text{ m}$$

2. מותחים קפיץ רפוי ב- $\Delta l = 10$ cm. מצאו את עבודת הכוח המותח, אם ידוע שכדי למתוח את הקפיץ ב- $\Delta l_0 = 1$ cm נדרש כוח של $F_0 = 2$ N. מהי עבודת הכוח האלסטי של הקפיץ?

פתרון

נרשום את ערכי ההתארכות של הקפיץ ביחידות של SI:

$\Delta l_0 = 0.01$ m, $\Delta l = 0.1$ m. נמצא את קבוע הקפיץ.

מחוק הוק $F_0 = k \cdot \Delta l_0$ נובע:

$$k = \frac{F_0}{\Delta l_0},\ k = 200\ \frac{N}{m}$$

העבודה שווה:

$$W = \frac{k\Delta l^2}{2},\ W = 1\text{ J}$$

מגמת הכוח האלסטי מנוגדת למגמת הכוח החיצוני, וגודלו שווה לו. לכן:

$$W_{El} = - W, W = - 1 J$$

3. על חוט שאורכו *l* תלויה משקולת. לאיזה גובה יש להרים את המשקולת (בהטיית החוט ממצבו האנכי), כדי שעקב שחרורה ללא מהירות התחלתית יהיה כוח מתיחות החוט גדול פי 2 מכוח הכבידה, ברגע שהחוט יעבור את מצבו האנכי?

<u>פתרון</u>

ברגע שהחוט עובר את המצב האנכי, פועלים על המשקולת הכוחות $\vec{F}$ ו- $\vec{F}_1$, הנמצאים לאורך קו אחד (ראו ציור 117). לכן תאוצת המשקולת $\vec{a}$ היא תאוצה צנטריפטלית ומכוונת כלפי מעלה.

נשתמש בחוק השני של ניוטון:

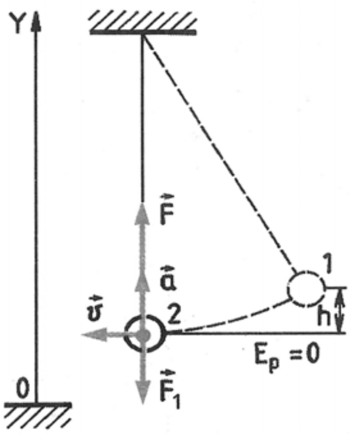
$$\vec{F} + \vec{F}_1 = m\vec{a}$$

נרשום את המשוואה בהיטלים לציר Oy (ראו ציור 117): $F - F_1 = ma$ כאשר

$$a = \frac{v^2}{l}$$

נתחשב בנתון $F = 2F_1$, ונקבל:

$$F_1 = ma,\ \ mg = \frac{mv^2}{l},\ \ v^2 = gl$$



ציור 117

עתה נשתמש בחוק שימור האנרגיה המכנית, ונקבע שבמצב 2 שווה האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף לאפס. לכן האנרגיה הפוטנציאלית במצב 1 שווה: $E_p = mgh$,

כאשר: h – גובה הגוף יחסית לרמת האפס של האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית.

במצב 2 יש לגוף אנרגיה קינטית בלבד:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

בהתאם לחוק שימור האנרגיה:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh,\ \ v^2 = 2gh$$

נתחשב בשוויון: $v^2 = gl$, ונקבל סופית:

$$2gh = gl,\ \ h = \frac{1}{2}l$$

4. קליע שמסתו $m = 20\ g$ פוגע בקוביית עץ, שמסתה $M = 5\ kg$, התלויה על חבל שאורכו $l = 4\ m$ (המערכת מכונה "מטוטלת בליסטית"), ונתקע בו (ציור 118). מצאו את מהירות הקליע v_0, אם ידוע שזווית ההטייה המרבית של החבל מהמצב האנכי היא $\alpha = 14°$.

<u>פתרון</u>

את מהירות הקובייה לאחר שנתקע בה הקליע נמצא מחוק שימור התנע (ראו ציור 118א ו-ב), לאחר שנרשום אותו בהיטלים על ציר Ox: $mv_0 = (m + M)v$.

שלא כתנע, האנרגיה המכנית בתהליך זה **אינה נשמרת**, מכיוון שעל הקליע פועל כוח חיכוך שאינו כוח משמר; חלק מהאנרגיה הופך לחום, וחלק נוסף מושקע בעיוות החומר, ממנו עשויה הקובייה.

מהירות הקובייה עם הקליע היא:

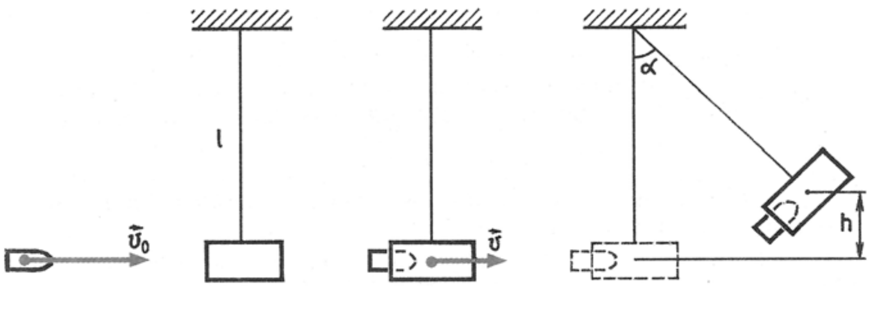
$$v = \frac{mv_0}{m + M} \qquad (6.32)$$

בהתאם לחוק שימור האנרגיה בתהליך ההטיה של המטוטלת, נרשום:

$$\frac{(M + m)v^2}{2} = (M + m)gh$$

כאשר: h – הגובה המרבי שאליו עולה הקובייה. מכאן מקבלים:

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (6.33)$$



ציור 118

את הגובה h אפשר למצוא מידיעת אורך החבל והזווית α (ראו ציור 118ג):

$$h = l - l\cos\alpha,\ \ h \approx 0.12\ m$$

מהביטויים (6.32) ו- (6.33) מקבלים:

$$v_0 = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh}\ ,\ \ v_0 \approx 427\ \frac{m}{sec}$$

מקבץ תרגילים 9

1. ליטר נפט הועלה לקומה 10 ונשרף. לאן נעלמה האנרגיה הפוטנציאלית של הנפט?

2. איזו עבודה תתבצע, אם כוח של 3N יעלה משקולת שמשקלה 1N לגובה 5 מטרים?

3. משקולת, שמסתה 97 ק"ג, מונעת באמצעות חבל במישור אופקי ובמהירות קבועה. החבל יוצר זווית של $30°$ עם המישור. מקדם החיכוך 0.2.
מצאו את עבודת הכוח המושך בחבל, לאחר שהמשקולת עברה מרחק 100 מטר.

4. איזו עבודה מתבצעת בהתכווצות קפיץ ב-10 ס"מ, אם ידוע שלהתכווצות של 1 ס"מ נדרש כוח של 1,000 ניוטון?

5. באיזו מהירות נע קרון רכבת, שמסתו 20,000 ק"ג, על גבי מסילה אופקית בעת התנגשות במחסום, אם בעת הבלימה התכווץ כל אחד משני הקפיצים הבולמים ב-10 ס"מ? נתון שכדי לכווץ את הקפיץ ב-1 ס"מ נדרש כוח של 10,000 ניוטון.

6. כדור עופרת, שמסתו $m_1 = 500\ g$, נע במהירות $v_1 = 10\ m/sec$ ומתנגש בכדור נייח משעווה, שמסתו $m_2 = 200\ g$. לאחר ההתנגשות נעים שני הכדורים יחד. מצאו את האנרגיה הקינטית של הכדורים לאחר ההתנגשות.

7. מכונית שמסתה 1T מתחילה לנסוע בתאוצה קבועה ועוברת מרחק 20 מ' בזמן 2 ש'. איזה הספק מפיק מנוע המכונית?

8. לאיזה גוף אנרגיה גדולה יותר: ללבנה שמסתה 1 ק"ג, המורמת לגובה 1 מטר – או לאבן שמסתה 0.5 ק"ג הנעה במהירות קבועה של 2.5 מ'/ש'?

9. גוף נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות 4.9 מ'/ש'. באיזה גובה תשתווה האנרגיה הקינטית לאנרגיה הפוטנציאלית של הגוף?

תקציר פרק 6

השפעתם של כוחות על גופים עשויה להתבטא בהשקעת עבודה. כוח קבוע $\vec{F}$, המעתיק גוף בקו ישר, מבצע עבודה:

$$W = F\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha$$

כאשר: α - הזווית בין הווקטורים $\vec{F}$ ו- $\Delta\vec{r}$.

היחס בין העבודה לפרק הזמן, שבמהלכו בוצעה, מכונה **הספק**:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

שינוי האנרגיה הקינטית, האצורה בגוף, שווה לסכום עבודת כל הכוחות הפועלים על הגוף:

$$W = \Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

אם הכוחות הפנימיים במערכת הם כוחות משמרים, שווה עבודתם של כוחות אלה לשינוי האנרגיה הפוטנציאלית האצורה בגוף, בסימן נגדי: $W = -\Delta E_p$.

האנרגיה הפוטנציאלית של מערכת שני הגופים – כדור הארץ וגוף, המורם מעליו לגובה לא רב – שווה ל: $E_p = mgh$

כאשר: h – גובה הגוף מעל פני הקרקע.

האנרגיה הפוטנציאלית האצורה בגוף מעוות היא:

$$E_{pEl} = \frac{k\Delta l^2}{2}$$

כאשר: k – קבוע הקפיץ; Δl – העיוות (השינוי באורך).

האנרגיה הפוטנציאלית מוגדרת עד כדי קבוע שרירותי, התלוי בבחירת רמת האפס לגובה.

במערכת סגורה, שבה פועלים כוחות משמרים בלבד, ערך האנרגיה הכוללת נשמר:

$$E = E_k + E_p = const$$

ערך האנרגיה הקינטית תלוי במהירות הגופים, וערך האנרגיה הפוטנציאלית תלוי במרחקים שביניהם.