פרק 2 קינמטיקה של גוף קשיח

בכל הסעיפים הקודמים למדנו על תנועה של נקודה. על תנועתו של כל הגוף אפשר ללמוד לפי תנועותיהן של הנקודות המרכיבות אותו.

§20 התנועה ההעתקית של הגוף

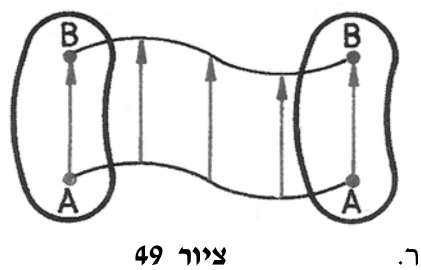
תנועת הגוף ידועה כאשר אנו יודעים כיצד נעה כל נקודה בגוף הנע.

עד כה הקדשנו תשומת לב רבה לתיאור תנועה של נקודה. המושגים **קואורדינטה, מהירות, תאוצה** ו**מסלול** הוגדרו עבור נקודה בלבד. תיאור התנועה של גוף במקרה הכללי מהווה בעיה קשה, והיא מורכבת במיוחד אם הגוף מתעוות באופן משמעותי תוך כדי תנועתו. קל יותר לתאר את תנועת הגוף, כשמקומם **היחסי** של חלקיו השונים אינו משתנה. גוף כזה מכונה **גוף קשיח**. במציאות לא קיימים גופים קשיחים באופן מוחלט; אולם באותם מקרים, שבהם הגופים האמיתיים מתעוותים מעט תוך כדי תנועתם, אפשר לתאר אותם כקשיחים. תנועה של גוף קשיח מורכבת למדי, ולכן נתמקד בשני סוגי התנועה הבסיסיים ביותר: **התנועה ההעתקית והתנועה הסיבובית**.

תנועה העתקית

התנועה הפשוטה ביותר של גוף קשיח היא התנועה ההעתקית. בסוג תנועה זה של גוף קשיח נע כל ישר המועבר בגוף במקביל לעצמו.

בתנועה העתקית מבצעות כל נקודות הגוף העתקים שווים, עוברות במסלולים זהים דרכים שוות, והמהירות והתאוצה של כל נקודה בכל רגע שווֹת. נוכיח זאת.



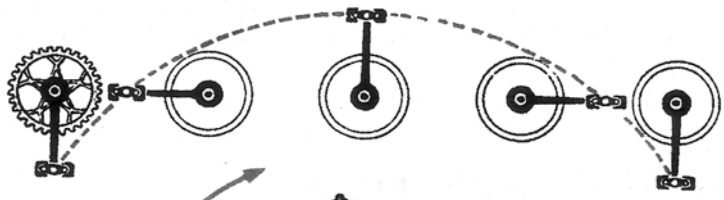
ציור 49

נניח שגוף נע בתנועה העתקית (ציור 49).

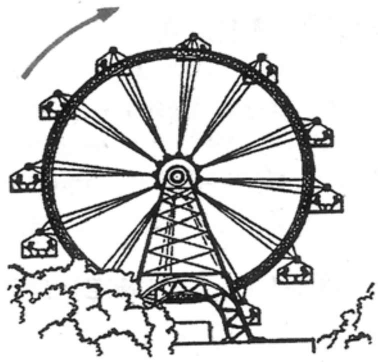
נחבר שתי נקודות כלשהן עליו, A ו- B, בקו ישר.

הקו AB נשאר מקביל לעצמו. המרחק |AB| אינו משתנה, מכיוון שהגוף הוא קשיח. בתנועה ההעתקית נשארים קבועים גודלם וכיוונם של וקטורי $\overrightarrow{AB}$, ולכן מסלולי הנקודות B ו- A זהים, שהרי אפשר לבנות כל אחד מהווקטורים על-ידי העתקה מקבילה של האחר.

ציור 49 מראה, שהעתקי הנקודות A ו- B שווים ומתבצעים בזמן שווה, ולכן לנקודות A ו- B יש מהירויות ותאוצות שוות. מכאן שעל מנת לתאר תנועה של גוף קשיח די לתאר תנועה של נקודה אחת כלשהי בו. אפשר להשתמש במושגי המהירות והתאוצה של גוף, רק כאשר הוא נמצא בתנועה העתקית, כי בכל תנועה אחרת שלו נעות נקודותיו במהירויות ובתאוצות שונות, והשימוש במושגי **מהירות הגוף** ו**תאוצת הגוף** חסר משמעות.



ציור 50



ציור 51

תנועה של מגירת שולחן הכתיבה, תנועתן של בוכנות מנוע המכונית, תנועת קרונות הרכבת בקטע ישר של המסילה – תנועות העתקיות הן. גם תנועה מורכבת עשויה להיות תנועה העתקית: תנועת הדוושות של אופניים ותאי הנוסעים בגלגל הענק (ציורים 50, 51).

?

1. **באילו תנאים אפשר להתייחס לגוף כמו לגוף קשיח?**
2. **מהי תנועה העתקית?**
3. **תנו דוגמאות נוספות של תנועה העתקית.**
4. **מדוע רק במקרה של תנועה העתקית של גוף אפשר להתייחס למהירות ולתאוצה של הגוף כולו – ולא רק של נקודות בודדות?**
5. **מה המשמעות של תיאור תנועת הגוף?**

§21 תנועה סיבובית של גוף קשיח
מהירות קווית ומהירות זוויתית

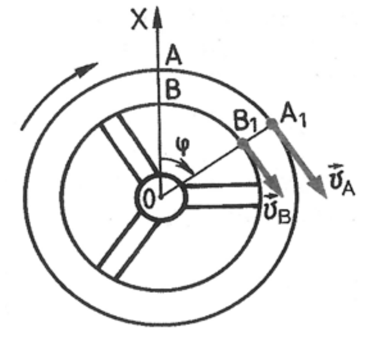
תנועה סיבובית של גוף קשיח סביב **ציר הקבוע במקומו** – אף היא תנועה בסיסית פשוטה.

סיבוב של גוף קשיח סביב ציר נייח הוא תנועה, שבה כל נקודות הגוף נעות במעגלים, שמרכזיהם נמצאים על ישר אחד הניצב למישור של כל מעגל. קו זה הוא ציר הסיבוב (ציור 52).

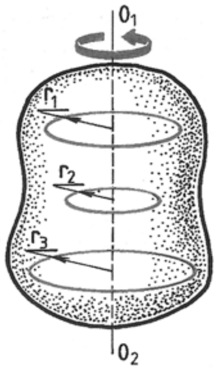
בהנדסה פוגשים בסוג תנועה זה לעתים קרובות: סיבובי הצירים של מנועים ומחוללים, גלגלים של מכוניות, רכבות, טורבינות ומדחפי מטוסים.

המהירות הזוויתית

כל נקודה של הגוף המסתובב נעה במעגל, ונקודות שונות עוברות דרכים שונות באותו פרק הזמן Δt. לדוגמה: $\cup AA_1 > \cup BB_1$, ולכן מהירות הנקודה A גדולה מזו של נקודה B (ראו ציור 53), אולם רדיוסי המעגלים מסתובבים במשך הזמן Δt **באותה זווית** φ. זווית זו נמדדת בין שתי הקרניים, היוצאות מנקודה אחת על הציר ומאונכות לה: קרן אחת – Ox, קבועה במרחב, והקרן השנייה – OA, קשורה לגוף (ראו ציור 53).



ציור 53



ציור 52

נניח שגוף מבצע תנועה מעגלית קצובה, כלומר בכל פרקי זמן שווים הוא מסתובב בזוויות שוות. מהירות הסיבוב של הגוף מוגדרת כמנה של זווית הסיבוב של כל קרן הקשורה לגוף בפרק הזמן שארך הסיבוב; מנה זו היא **המהירות הזוויתית**.

לדוגמה: אם גוף אחד מסתובב בכל שנייה בזווית $\frac{\pi}{2}$, והשני – בזווית $\frac{\pi}{4}$, מסתובב הגוף הראשון מהר יותר מהשני פי 2.

המהירות הזוויתית של תנועה סיבובית קצובה סביב ציר קבוע היא היחס שבין זווית הסיבוב φ לבין פרק הזמן Δt, שבמהלכו התבצע הסיבוב. מהירות זו משותפת לכל נקודות הגוף.

נסמן את המהירות הזוויתית באות יוונית ω (אומגה). לפי ההגדרה:

$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t} \qquad (2.1)$$

המהירות הזוויתית נמדדת ברדיאנים לשנייה: $\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ [1].

לדוגמה: המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב צירו שווה ל- 0.0000727 רדיאן לשנייה; וזאת של דיסק של מכונת השחזה – קרוב ל- 140 רדיאן לשנייה.

את המהירות הזוויתית אפשר לבטא באמצעות **תדירות הסיבוב**, המוגדרת כמספר סיבובים שלמים בשנייה אחת. אם הגוף מבצע ν (האות היוונית "ניו") סיבובים בשנייה, שווה הזמן של סיבוב אחד ל- $\frac{1}{\nu}$. זמן זה נקרא **זמן המחזור** ומסמנים אותו באות T. הקשר בין התדירות לזמן המחזור הוא אפוא:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

לסיבוב מלא של הגוף מתאימה זווית סיבוב של $\varphi = 2\pi$.

לכן בהתאם לנוסחה (2.1):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \qquad (2.2)$$

אם ידועה המהירות הזוויתית בתנועה סיבובית קצובה, והזווית ההתחלתית ברגע הזמן $t_0 = 0$ שווה לאפס: $\varphi_0 = 0$, אפשר לחשב את זווית הסיבוב בזמן t מהנוסחה (2.1):

$$\varphi = \omega t$$

[1] נזכיר שרדיאן אחד שווה לזווית מרכזית הנשענת על קשת, שאורכה שווה לרדיוס המעגל. 1 רדיאן שווה בערך ל- $57°17'48''$. ביחידות הרדיאנים שווה זווית זו ליחס שבין אורך הקשת לבין הרדיוס: $\varphi = l/R$.

עתה יכולים אנו למצוא את שיעור הסיבוב (ההעתק הזוויתי) של נקודות הגוף הסובב בכל רגע.

הקשר בין המהירות הקווית למהירות הזוויתית

לעתים קרובות מכנים את מהירות הנקודה הנעה במעגל **מהירות קווית**, כדי להדגיש את ההבדל בינה לבין המהירות הזוויתית.

ציינו כבר, שלנקודות השונות של הגוף הקשיח המסתובב יש מהירות קווית שונה – אולם מהירות זוויתית שווה.

בין המהירות הקווית של נקודה כלשהי לבין המהירות הזוויתית שלה קיים קשר. נקודה, הנמצאת על מעגל שרדיוסו R, תעבור בסיבוב אחד דרך השווה ל- $2\pi R$. מכיוון שהזמן שחולף בסיבוב אחד הוא זמן המחזור T, אפשר למצוא את גודל המהירות הקווית כך:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu \qquad (2.3)$$

נשתמש בקשר: $\omega = 2\pi\nu$ ונקבל סופית:

$$v = \omega R \qquad (2.4)$$

נוסחה זו מראה, שהנקודות המרוחקות יותר מציר הסיבוב – מהירותן הקווית גדולה יותר. ואכן, הנקודות שעל קו המשווה – מהירותן הקווית $v = 463\ m/sec$; ונקודות הנמצאות בקו הרוחב של סנט-פטרבורג – מהירותן $v = 233\ m/sec$. נקודות הקטבים של כדור הארץ – מהירותן $v = 0$.

את גודל התאוצה של הנקודה, הנעה בתנועה מעגלית קצובה, אפשר לבטא באמצעות המהירות הזוויתית ורדיוס המעגל:

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad v = \omega R$$

לכן:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \qquad (2.5)$$

ככל שנקודת הגוף הקשיח נמצאת רחוק יותר מציר הסיבוב, כן גדולה תאוצתה בערכה המוחלט.

לסיכום: עתה יכולים אנו לתאר במלואה את התנועה של גוף קשיח, המסתובב סביב ציר קבוע בתנועה מעגלית קצובה. בעזרת הנוסחאות:

$$\varphi = \omega t,\ v = \omega R,\ a = \omega^2 R\ .$$

אפשר למצוא את המקום, את גודל המהירות $\vec{v}$ וכיוונה, ואת גודל התאוצה $\vec{a}$ וכיוונה של כל נקודה בגוף הקשיח בכל רגע, ומכאן – את מסלולי נקודות הגוף.

?

1. **תנו דוגמאות נוספות של תנועה סיבובית של גופים.**
2. **מהו ציר הסיבוב של גוף קשיח?**
3. **מהי מהירות זוויתית?**
4. **פי כמה גדולה המהירות הזוויתית של מחוג הדקות לעומת המהירות הזוויתית של מחוג השעות?**
5. **כיצד תסבירו את הגודל השונה של המהירות הקווית של נקודות שונות על פני כדור הארץ?**

דוגמה לפתרון תרגילים

שני צירים קשורים ברצועה, המעבירה סיבוב מציר אחד לשני. הציר המוביל מסתובב בתדירות $\nu_1 = 3{,}000$ סיבובים לדקה, ותדירות הציר השני היא $\nu_2 = 600$ סיבובים לדקה. קוטר הציר השני הוא $D_2 = 500\ \text{mm}$.

מה גודל הקוטר של הציר המוביל?

<u>פתרון</u>

המהירות הזוויתית של הציר המוביל היא $\omega_1 = 2\pi\nu_1$, ושל הציר השני: $\omega_2 = 2\pi\nu_2$. מהירות הרצועה שווה למהירות הקווית של הנקודות על פני הצירים:

$$v = \omega_1 R_1 = \pi D_1 \nu_1,\ \ v = \omega_2 R_2 = \pi D_2 \nu_2$$

מכאן מקבלים את היחס:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

לכן הקוטר המבוקש הוא:

$$D_1 = D_2 \cdot \frac{\nu_2}{\nu_1},\ \ D_1 = \frac{500 \cdot 600}{3000}\ \text{mm} = 100\ \text{mm}$$

מקבץ תרגילים 5

1. **המהירות הקווית של הנקודות בקצה אבן ההשחזה – אסור שתעלה מעל למהירות 95 m/sec. מצאו את הערך המרבי של מספר הסיבובים לדקה המותר לדיסק השחזה, שקוטרו 30 ס״מ.**
2. **אורך מחוג הדקות בשעון של מגדל *״ספסקי״* בקרמלין שבמוסקווה הוא 3.5 מטר. מצאו את גודלה וכיוונה של המהירות הקווית של קצה המחוג בשעה שלוש.**

תקציר פרק 2

בין כל התנועות של גוף קשיח, התנועה ההעתקית והתנועה הסיבובית סביב ציר קבוע הן הפשוטות ביותר.

בתנועה ההעתקית נעות כל נקודות הגוף באופן דומה, כלומר: כל הערכים – מהירות, תאוצה, העתק, מסלול ודרך – שווים לכולן. כדי לתאר את התנועה ההעתקית של הגוף די אפוא לעקוב אחר תנועה של אחת מנקודותיו.

במהלך התנועה הסיבובית, בה עסקנו, נעות כל נקודות הגוף במעגלים, כאשר מרכזיהם נמצאים על קו אחד נייח, המכונה **ציר הסיבוב**.

המהירות הזוויתית ω של תנועה מעגלית קצובה של גוף מחושבת לפי הנוסחה:

$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t}$, כאשר: φ - זווית סיבוב הגוף בזמן Δt. בין זמן מחזור הסיבוב של הגוף T לבין תדירות הסיבוב ν קיים קשר: $T = \frac{1}{\nu}$.

הביטוי למהירות זוויתית באמצעות זמן המחזור ותדירות הסיבוב הוא:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

את העתקן הזוויתי של נקודות הגוף בזמן הסיבוב אפשר למצוא לפי זווית הסיבוב φ, השווה ל- $\varphi = \omega t$. הקשר בין המהירות הקווית v של כל נקודת גוף קשיח לבין המהירות הזוויתית ω ורדיוס המעגל, שבו נעה הנקודה, נתון על-ידי הנוסחה: $v = \omega R$.

בעזרת הקשר שבין המהירות הקווית לבין המהירות הזוויתית אפשר לבטא את גודל התאוצה של הנקודה, הנעה במעגל בתנועה קצובה:

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

דינמיקה

פרק 3 חוקי המכניקה הניוטונית

כל הגופים סביבנו מצייתים לחוקי המכניקה. כדי לנסח חוקים אלה לא נזקק ניוטון למכשירים מסובכים. הספיקו לו ניסויים פשוטים. הוא הבחין במגוון סוגי התנועה ובעיקרון הפיזיקלי, שקובע את טיבה של כל תנועה של הגוף.

§22 המשפט הבסיסי של המכניקה הניוטונית

כמו לכל החוקים הבסיסיים בפיזיקה, גם לחוקי המכניקה יש ערכים כמותיים מדויקים. תחילה ננסח באופן איכותי משפט בסיסי של המכניקה, ולאחר מכן נעבור לניסוחו הכמותי.

בחירת מערכת ייחוס

אנו כבר יודעים שיש לחקור כל תנועה יחסית למערכת ייחוס מסוימת.

בקינמטיקה, העוסקת בתיאור התנועה – ולא בסיבות שחוללו אותה או שגרמו לשינוי בה – כל מערכת ייחוס שנבחר תהא שקולה לאחרת. בחירת מערכת ייחוס מסוימת לפתרון הבעיה נעשית מטעמי נוחיות בלבד. כך, לדוגמה, את תנועת ההתקרבות של החללית לתחנת החלל נוח לתאר יחסית לתחנה – ולא יחסית לכדור הארץ הסובב במסלולו.

בדינמיקה – אחד הפרקים של המכניקה – חוקרים את ההשפעות ההדדיות של הגופים האחד על משנהו, הגורמות לשינוי מצב תנועתם של הגופים, כלומר, השינויים החלים במהירותם ובמקומם יחסית למערכת הייחוס.

בחירת מערכת הייחוס בדינמיקה איננה כה פשוטה. תחילה, לשם פשטות, נבחר מערכת ייחוס הקשורה לכדור הארץ. אם כן, את תנועת הגופים, הקרובים לפני שטח כדור הארץ, נבחן יחסית לכדור הארץ עצמו.

מה גורם לתאוצת הגופים?

אם גוף המונח על הרצפה או על השולחן מתחיל לנוע, יימצא לידו גוף אחר הדוחף או מושך אותו, או משפיע עליו במרחק (לדוגמה: מגנט הפועל על כדור ברזל). האבן המורמת מעל הקרקע איננה נשארת באוויר, אלא נופלת. הגיוני

לחשוב שנפילת האבן נגרמת על-ידי פעולת כדור הארץ.

מאוסף עובדות אלה נסיק ש**שינוי מהירות הגוף (כלומר התאוצה) נגרם בהשפעתם של גופים אחרים**. משפט זה עיקרי במכניקה, ומבטא את עקרון הנסיבתיות במכניקה.

גוף נייח או הנע במהירות קבועה בקו ישר, ללא תאוצה ($\vec{a} = 0$), עשוי להמשיך בתנועתו זו – אף אם נתון הוא להשפעתם של גופים אחרים; אולם מהירות הגוף לא תשתנה ללא השפעתו של גוף אחר עליו.

לדוגמה: ספר המונח על שולחן. תאוצתו שווה לאפס – למרות השפעתם של גופים אחרים עליו: על הספר פועלים משיכת כדור הארץ והשולחן, שאינו מאפשר לספר ליפול. במקרה זה ההשפעות מקזזות זו את זו. הספר לא ינוע ולא יואץ, אם לא נדחוף או נמשוך אותו במגע יד או נזרים כנגדו ממרחק זרם אוויר חזק.

בעיטת כדורגלן בכדור – משמעה השפעת רגלו כגוף אחר על הכדור, ומהירות הכדור גדלה. ואיזו פעולה אִפשרה לכדורגלן לזנק לשער היריב? הרי רצונו בלבד אינו מספיק! אילו במקום דשא, המצפה את המגרש, היה המגרש מצופה בקרח חלק, ועל רגליו של הכדורגלן במקום נעליים, שבליטות בסולייתן, היו נעליים בעלות סוליה חלקה, הוא לא היה מצליח לזנק. כדי לאוץ זקוק הכדורגלן לדחיפה מהקרקע, המשמשת פה כגוף אחר. אם הרגליים יחליקו, יישאר הכדורגלן במקומו. כלומר: כוח החיכוך בקרקע דוחף את רגליו של הכדורגלן ומאפשר לו, כמו לכולנו, לשנות את מהירות ההליכה והריצה. בלימת התנועה באמצעות הקרקע מתרחשת בעצירה.

כל אדם – גם זה שאינו מודע לחוקי הפיזיקה – מבין שעל-מנת לאלץ גוף לשנות את גודלה או את כיוונה של מהירותו, יש להפעיל עליו כוח. ילדים המשחקים בכדורגל בחצר אינם מודעים למכניקה ניוטונית, אך פועלים נכון: כדי לגרום לכדור לעוף לכיוון השער, יש לאלץ את הכדור בבעיטת רגל.

תנועה במהירות קבועה

אם אין השפעות מצדם של גופים אחרים על הגוף הנתון, תשווה תאוצת הגוף לאפס, והגוף יישאר במנוחה או ינוע במהירות קבועה בקו ישר.

עובדה זאת אינה ברורה מאליה. החל בפילוסוף היווני הגדול **אריסטו**, שחי לפני כ-2,000 שנה, משוכנעים היו כולם, שתנועת הגוף במהירות קבועה בקו ישר

זקוקה לתמיכה חיצונית, כלומר בהשפעה פעילה כלשהי; ושללא התמיכה, כך סברו, הגוף ייעצר.

הגאונים **גליליאו וניוטון** הצליחו להפריך תפיסה אנושית שגויה זו לגבי תנועתם של גופים. נראה היה שטענה זאת מוצאת אישור בחיי היומיום. לדוגמה: מכונית שמנועה מכובה נבלמת מאליה בדרך ישרה לגמרי. כך גם אופניים, סירה, אונייה וכל גוף נע אחר. לכן אפילו עתה יש הסבורים, שלקיום תנועה זקוק הגוף להשפעה חיצונית מגוף אחר.

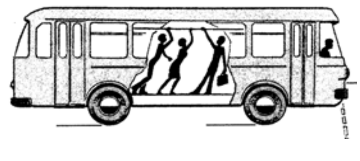
גוף חופשי, כלומר גוף שאינו נתון להשפעת גופים אחרים, יתמיד וינוע במהירות קבועה לאורך קו ישר – או , כמקרה פרטי, יתמיד במצב מנוחה. פעולת גוף אחר עליו תשנה את מהירותו. למעשה כדי לשַמר את מהירותו של גוף לאורך קו ישר, יש להפעיל עליו כוח כנגד השפעת הסביבה עליו: כנגד ההתנגדות לתנועתו של רכב, שמקורה בחיכוך באוויר, וכנגד ההתנגדות לתנועת הסירה, שמקורה בחיכוך במים. אילו לא היתה התנגדות לתנועת המכונית, היתה מהירות המכונית על קטע כביש ישר כשמנועה מכובה נשארת קבועה לאורך קו ישר.

מערכת ייחוס אינרציאלית

עד כה קשרנו את מערכת הייחוס לכדור הארץ בהנחה שאין לו תנועה כלשהי. במערכת הייחוס הקשורה לארץ נגרמת תאוצתו של גוף בהשפעתם של גופים אחרים עליו. מערכת ייחוס כזו מכונה **מערכת אינרציאלית**.

במערכות אחרות עשוי הגוף לאוץ, גם כאשר לא פועלים עליו גופים אחרים.

לדוגמה: מערכת ייחוס הקשורה לאוטובוס. בעצירה פתאומית נופלים קדימה הנוסעים העומדים במעבר (מואצים יחסית לגוף האוטובוס), כבציור 55. תאוצה זו אינה נגרמת בהשפעות כלשהן של כדור הארץ או של האוטובוס על הנוסעים. יחסית לארץ שומרים הנוסעים על מהירותם ועל כיוונה, אך נופלים הם יחסית לאוטובוס המאט את תנועתו.



ציור 55

בדוגמה זו לא פועלים על הנוסעים גופים אחרים, והם אינם מואצים במערכת ייחוס הקשורה לכדור הארץ; אבל הם כן מואצים במערכת הייחוס, הקשורה בקירות האוטובוס שמאט.

בהתרחשות דומה נצפה במערכת ייחוס, הקשורה לסחרחרה (קרוסלה) מסתובבת. **יחסית לקרוסלה** ינועו כל הגופים המונחים על הקרקע במעגל, כלומר ינועו בתאוצה המשנה את כיוון תנועתם – אף שלא ניתן לזהות כל השפעה חיצונית הגורמת לתאוצה הזאת.

אם במערכת ייחוס יאוץ גוף בתאוצה, שאינה נגרמת על-ידי השפעת גופים אחרים עליו, מכונה מערכת זו **מערכת לא-אינרציאלית**. מערכות ייחוס, הקשורות לאוטובוס הנע בתאוצה יחסית לארץ או בקרוסלה מסתובבת, הן מערכות לא-אינרציאליות.

אם כך, במערכות הלא-אינרציאליות לא מתקיים המשפט הבסיסי של המכניקה לגבי הסיבות, הגורמות לתנועת הגופים בתאוצה.

?

1. **מהו המשפט הבסיסי של המכניקה? תנו דוגמאות להמחשתו.**
2. **באילו תנאים ינוע גוף במהירות קבועה?**
3. **מהו ההבדל העקרוני בין מערכת ייחוס, הקשורה לכדור הארץ, לבין מערכת ייחוס, הקשורה למטוס המבצע תרגילי אווירובטיקה?**

§23 גוף נקודתי

נניח לדף נייר ליפול מטה. הוא יצנח אט-אט כמתנדנד מצד לצד. נקמט ונהפוך את אותו דף לצורה כדורית דחוסה, נרפה ממנו – והוא ייפול בלי להתנדנד ומהר יותר. סביבון רגיל הבנוי מדיסק דק שבמרכזו, כציר סימטריה, עובר מקל דק, עשוי לסוב סביב צירו זה בלי ליפול לצד כל עוד מהירות הסיבוב מאפשרת זאת. תנועה כזאת לא תתאפשר, אם ננסה לסובב את המקל הדק עצמו.

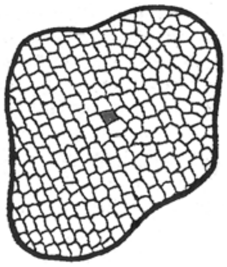
על סמך תצפיות פשוטות אלה קל להשתכנע, שטיבה של תנועת גופים תלויה גם בגודלם ובצורתם. ככל שצורת הגוף מורכבת יותר, כן עשויה להיות מורכבת תנועתו. לכן קשה לשער מהם החוקים שקובעים את טיב תנועתם של גופים בעלי צורה שרירותית כלשהי. **החוקים הבסיסיים של המכניקה מתייחסים לגוף, המיוצג על-ידי נקודה בעלת מסה; מכנים גוף כזה גוף נקודתי.**

במקרים רבים אין מידות הגוף וצורתו משפיעות באופן משמעותי על אופי

תנועתו המכנית. באותם מקרים יכולים אנו לתאר את הגוף **כגוף נקודתי**, כלומר לראות את הגוף כבעל מסה, אבל נטול מידות גיאומטריות.

עם זאת, עשוי אותו גוף להיחשב במקרה אחד כגוף נקודתי – ובאחר הנחה זו אסורה. קביעה זו תלויה בתנאים שבהם מתרחשת תנועת הגוף ובשאלה: מה בדיוק מעניין אתכם? לדוגמה: בחקירת התנועות של כוכבי הלכת סביב השמש ייחשבו הן הכוכבים והן השמש כגופים נקודתיים, מכיוון שהמרחקים ביניהם גדולים ועצומים בהרבה ממידותיהם, וההשפעה ההדדית ביניהם אינה תלויה בצורת הגרם השמימי; אולם כאשר חוקרים תנועת לוויין סביב כדור הארץ, יש לצורתו של כדור הארץ השפעה רבה על תנועת הלוויין.

בתנועה העתקית של גוף קשיח כקובייה נעים כל חלקי הקובייה באופן זהה. במקרה זה אפשר לתאר את התנועה כתנועת נקודה בעלת מסה, השווה למסת הקובייה; אולם אם אותה קובייה מסתובבת, אי-אפשר לתאר את תנועתה כתנועת נקודה, מכיוון שחלקים שונים של הקובייה ינועו במסלולים שונים ובמהירויות שונות.



ציור 56

באותם מקרים, כלומר כאשר אי-אפשר לראות את הגוף כנקודתי, קיים מוצא: נחלק את הגוף לחלקים קטנים, וכל אחד מחלקיו אלה עשוי להיחשב כגוף נקודתי (ראו ציור 56).

אפשר להציג כל גוף כאוסף של גופים נקודתיים; כאשר ידועים חוקי התנועה של כל אחת מנקודותיו, אפשר יהיה באופן עקרוני – אף אם לא יהא כה קל הדבר – לתאר את תנועת הגוף כולו.

?

1. **מהו גוף נקודתי?**
2. **גופים נקודתיים אינם קיימים בטבע. לשם מה אפוא משתמשים במושג "גוף נקודתי"?**

3. האם תנועת אבן שנזרקה כלפי מעלה יכולה להיחשב כתנועתו של גוף נקודתי? מה מעניין אתכם בתנועתה של אבן זו? האם מה שמעניין אתכם בתנועתה זו יקבע אם תנועתה תיחשב כתנועת גוף נקודתי?

§24 החוק הראשון של ניוטון

חוק המכניקה, המכונה **חוק ההתמדה,** נתגלה לראשונה ל**גליליי**, אולם את ניסוחו הכללי נתן לחוק זה **ניוטון**, ומאז נכלל חוק זה ברשימת חוקי היסוד של המכניקה.

תנועת גוף חופשי

אפשר יהיה להבחין בחוק ההתמדה כאשר ינוע גוף בלא השפעה של גוף אחר עליו. גופים נעים אלה מכונים **גופים חופשיים**. מחד אי-אפשר לחקור כיצד נעים גופים חופשיים בלי לבצע ניסוי; מאידך אי-אפשר לבצע ניסוי, שידגים כיצד נעים **גופים חופשיים** שאינם מושפעים על-ידי גופים אחרים, מכיוון שגופים כאלה לא קיימים; שכן תמיד יימצא גוף משפיע במידה כזו או אחרת בסביבתו של הגוף הנע.

אבל יש מוצא: נשלוט בהשפעתם של הכוחות החיצוניים על הגוף הנע, כלומר נשנה את עוצמתם ואת כיוונם במהלך הניסוי. לדוגמה: נצפה בתנועתה של אבן חלקה על פני משטח אופקי לאחר שנזרקה במהירות כלשהי. הניסוי מראה שככל שהמשטח חלק יותר, כן יקטן קצב האטת המהירות של האבן. על-פני משטח קרח חלק גולשת האבן משך זמן ארוך יותר, ומהירותה כמעט לא משתנה. על בסיס תופעות כאלה אפשר להסיק: על פני משטח חלק לגמרי, בהעדר התנגדות האוויר (בריק), לא היתה משתנה מהירותה של האבן – לא בגודלה, אף לא בכיוונה. היה זה גילוי של **גליליי**.

אבל כאשר תאוצת הגוף שונה מאפס ומהירותו משתנה בגודלה או בכיוונה, הרי זה בעקבות השפעתם של גופים אחרים עליו.

אם כך, סביר יהיה להניח (עוד נעסוק בכך בהמשך לימודינו), שגוף, המרוחק מספיק מגופים אחרים, אינו מושפע אפוא מהם, ולכן ינוע במהירות קבועה בקו ישר.

חוק ההתמדה ויחסיות התנועה

התנועה של גוף נחקרת יחסית למערכת ייחוס, הקשורה בגופים אחרים. צפה ועולה השאלה: האם ינוע **גוף חופשי** (לפי הגדרתו) במהירות קבועה יחסית לכל גוף אחר? התשובה שלילית: אם גוף חופשי נע בקו ישר ובמהירות קבועה יחסית לארץ, לא ינוע כך יחסית לקרוסלה המסתובבת; ולאדם הסובב בקרוסלה תיראה תנועת הגוף החופשי כתנועה במסלול עקום.

החוק הראשון שניסח ניוטון

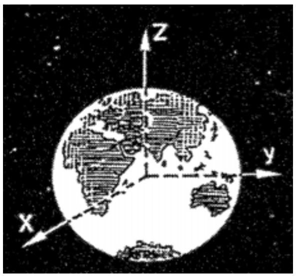
תצפיות על תנועת הגופים וחקר אופי התנועה מסייעים לנו להסיק, שגופים חופשיים נעים במהירות קבועה יחסית לגופים מסוימים ולמערכות ייחוס הקשורות לגופים אלה – לדוגמה: יחסית לכדור הארץ. זה עיקרו של חוק ההתמדה. לכן אפשר לנסח את החוק הראשון של הדינמיקה כך:

מערכות ייחוס מכונות אינרציאליות, אם גופים חופשיים (לפי הגדרתם) **נעים יחסית אליהם בקו ישר ובמהירות קבועה.**

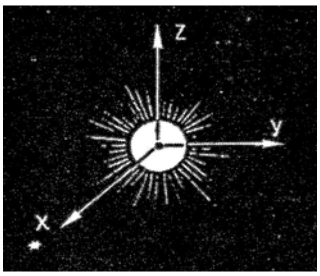
חוק זה מגדיר **מערכת ייחוס אינרציאלית**: **מערכת ייחוס, שיחסית אליה נעים גופים חופשיים במהירות קבועה בקו ישר**. ניסוח זה מרמז על קיומן של מערכות אינרציאליות במציאות – רמז שהוכחתו טעונה ניסוי. חוק ראשון זה של המכניקה מקנה למערכות אינרציאליות מעמד מיוחד ומיוחס.

דוגמאות של מערכות ייחוס אינרציאליות

כיצד אפשר לקבוע אם מערכת ייחוס נתונה היא אינרציאלית? זאת ניתן לעשות רק בניסוי, והוא יוכיח שבמידת דיוק גבוהה אכן מערכת הייחוס הקשורה לכדור הארץ (המערכת הגיאוצנטרית) היא **מערכת אינרציאלית** (ציור 57); אולם גם היא אינה אינרציאלית מושלמת, כפי שנלמד מאוחר יותר.



ציור 57



ציור 58

בדיוק רב הרבה יותר תהיה מערכת ייחוס, הקשורה בשמש (מערכת הליוצנטרית), **מערכת אינרציאלית**. ראשית מערכת צירים זו ממוקמת במרכז השמש, וציריה מכוונים אל כוכבים רחוקים (ציור 58).

?

1. **מהו עיקרו של החוק הראשון שניסח ניוטון?**
2. **איזו מערכת ייחוס מכונה "אינרציאלית"?**
3. **כיצד ניתן לקבוע שמערכת ייחוס נתונה היא אכן אינרציאלית?**

§25 הכוח

למדנו שתאוצת גוף נע (או כמקרה פרטי – גוף נייח) נגרמת בהשפעתו של גוף אחר עליו.

הערך, המגדיר את השפעתם של גופים זה על זה, ושכתוצאה ממנה הם מואצים, מכוּנֶה כוח.

זו עדיין הגדרה איכותית, שאינה מספקת למדע מדויק כפיזיקה. בהגדרה זו טמונות שתי טענות הדורשות הוכחה:

1. התאוצה נגרמת על-ידי כוחות.
2. הכוחות נגרמים בהשפעתם של גופים אחרים על הגוף הנתון.

מושג הכוח מתייחס לשני גופים

מלכתחילה נחוץ להבהיר שמושג ה**כוח** מתייחס לשני גופים – ולא לגוף אחד; יש להבחין בין הגוף המפעיל כוח לבין הגוף שעליו מופעל הכוח. כך, למשל, פועל כוח הכבידה מטה על כדור פלדה, שתלוי בקצהו של קפיץ, בפעולת משיכה שמקורה בכדור הארץ; וכלפי מעלה פועל הכוח האלסטי של הקפיץ, ומחזיק בכדור הפלדה לבל ייפול.

לערך ה**כוח** שלושה מאפיינים:

1. גודל: נוכל לפעול בכוח בעוצמות שונות.
2. כיוון ומגמה לאורך קו פעולתו של הכוח: כוח המשיכה מושך את כדור הפלדה בכיוון מרכזו של כדור הארץ במגמת מטה – והקפיץ מחזיק בכדור הברזל באותו כיוון, אך במגמת מעלה.

3. נקודת אחיזה: אם ימשוך נער את חברו באותה עוצמה ובאותם כיוון ומגמה בידו, לא תהא השפעת משיכה זו זהה להשפעת משיכה דומה בתנוך אוזנו...

הכוח הוא אפוא גודל וקטורי.

השוואת כוחות כאמצעי למדידתם הכמותית

כדי להגדיר באופן כמותי את ערך הכוח, יש לדעת כיצד למדוד אותו. רק לאחר מכן ניתן יהיה להתייחס לכוח כאל ערך פיזיקלי איכותי וכמותי כאחד, כלומר מוגדר פיזיקלית.

שונה מאוד טיבן של השפעות על גוף: במה דומה הכוח, בו נמשך כדור הארץ אל השמש – לכוח שמאלץ טיל לסוב סביב כדור הארץ? והאם נוכל להשוות שני אלה לכוח השרירים המחזיקים בעומס? הרי הם כה שונים בטבעם!

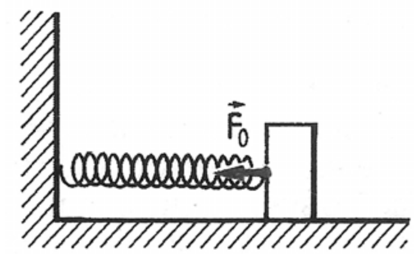
שני כוחות (בלא קשר לטבעם) יהיו שווים ומנוגדים במגמתם על קו כיוונם, אם הפעלתם בו-זמנית על גוף אינה משנה את מהירותו (לא מקנה לו תאוצה).

הגדרה זו מאפשרת למדוד את ערכם הכמותי של כוחות. נחוצה, אם כן, יחידת מידה לערכו הכמותי של הכוח.

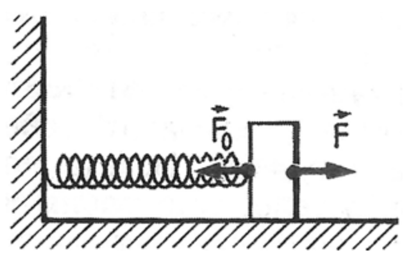
מדידת כוחות

למדידת כוח נחוצה יחידת כוח תקנית.

כיחידת כוח תקנית נבחר בכוח $\vec{F}_0$, שבו קפיץ מסוים (תקני) פועל על גוף הקשור אליו, ומידת התארכות הקפיץ מוגדרת (ציור 59). הכוח האלסטי של הקפיץ מכוון לאורך הקפיץ.



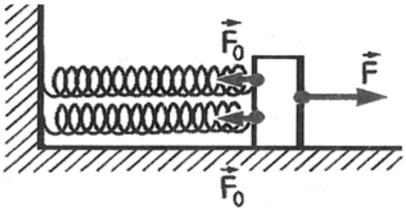
ציור 59



ציור 60

נקבע שיטה להשוואת כוח עם כוח תקני.

למדנו ששני כוחות יהיו שווים ונגדיים במגמתם לאורך קו פעולתם, אם בהפעלה משותפת בו-זמנית לא יקנו לגוף תאוצה. לכן הכוח הנמדד $\vec{F}$ שווה בגודלו לכוח התקני $\vec{F}_0$: כיוונו לאורך קו פעולתו של הכוח התקני, מגמתו נגדית, והגוף שעליו פועלים שני כוחות אלה אינו מואץ (ציור 60).



ציור 61

הכוח $\vec{F}$ עשוי להיות מסוג כלשהו: כוח אלסטי של קפיץ, כוח חיכוך, כוח השרירים וכדומה. אם שני כוחות $\vec{F}_0$ פועלים באותה מגמה (ציור 61), שווה הכוח השקול $\vec{F}$ ל- $2\vec{F}_0$.

הכוח הנמדד $\vec{F}$, המכוון נגדית, שווה אפוא בגודלו ל- $2\vec{F}_0$, כי כל שלושת הכוחות, שפועלים בו-זמנית על הגוף, לא מקנים לו תאוצה.

וכך, אם ברשותנו תקן של כוח, יכולים אנו למדוד כוחות, השווים למכפלות התקן: על הגוף, שעליו פועל הכוח הנמדד, מפעילים במגמה הנגדית לאורך קו פעולת הכוח כמה כוחות תקן כדי שהגוף לא יאוץ, וסך ערכם של כוחות התקן יהא ערכו של הכוח הנמדד. שגיאה במדידת כוח כלשהו תהיה תולדה של שגיאה במדידת כוח התקן $\vec{F}_0$. אם בוחרים כוח תקן מספיק קטן, ניתן לבצע מדידות בדיוק הנדרש.

מד-כוח (דינמומטר)

למדידה כמותית של כוחות משתמשים במד-כוח (ציור 62). השימוש בו מבוסס על העובדה, שהתארכות הקפיץ נמצאת ביחס ישר לכוח המופעל עליו. לכן אפשר לקבוע את גודל הכוח על-פי מידת התארכותו של הקפיץ.


ציור 62

על הכוחות במכניקה

עוד נשוחח רבות על כוחות. בינתיים נסתפק בכמה הערות:

בלימודי המכניקה לא מבררים את טבעם של כוחות אלה או אחרים, ולא מנסים להבין אילו תהליכים פיזיקליים גורמים להופעת הכוחות. זו משימה לפרקי פיזיקה אחרים.

במכניקה חשוב לדעת באילו תנאים נוצרים הכוחות, מה שיעור גודלם, מהו כיוונם ומהי מגמתם לאורך קו פעולתם. כדי לדעת את שיעור גודלם של הכוחות

וכיצד הם פועלים, מספיק שיהיו ברשותנו שיטות מדידה ואמצעיה, ואין צורך בידיעת טיבם של הכוחות.

?

1. **מהם מאפייניו של הכוח?**
2. **מהם התנאים לשוויון שבין שני כוחות?**
3. **כיצד מחברים כוחות הפועלים על הגוף ?**

§26 הקשר בין תאוצה לכוח

תאוצת הגוף, גודלה וכיוונה, נקבעים על-ידי הכוחות הפועלים עליו. לאחר שלמדנו כיצד למדוד כוח ותאוצה, אפשר להשיב לשאלה: כיצד תלויה תאוצת הגוף בכוחות הפועלים עליו?

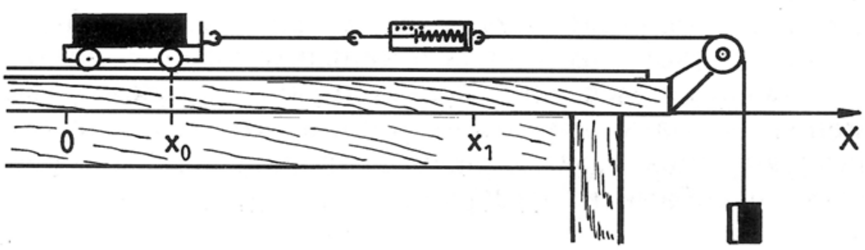
המדידה הניסויית של תלות התאוצה בכוח

לא ניתן לגלות באופן ניסויי בדיוק מוחלט את הקשר בין התאוצה לכוח, מכיוון שכל מדידה נותנת רק את ערכו המקורב של הערך הנמדד; אבל באמצעות ניסויים פשוטים ניתן להעריך את אופי התלות של התאוצה בכוח. תצפיות שטחיות מראות שככל שהכוח גדול יותר, כך משתנה מהר יותר מהירותו של הגוף, כלומר גדולה יותר תאוצתו. טבעי אפוא להניח, שתאוצה נמצאת ביחס ישר לכוח; אבל התאוצה עשויה להיות תלויה בכוח באופן מורכב הרבה יותר. יש לבדוק אפוא תחילה אם נכונה התצפית השטחית.

הפשוט ביותר יהיה לחקור את התנועה ההעתקית – למשל, של טבלת מתכת – מכיוון שתאוצת כל נקודות הגוף זהה בתנועה ההעתקית, וכך אפשר לחקור את תאוצת הגוף השלם; אבל במקרה זה כוח החיכוך ניכר, וקשה למדוד אותו[1]. לכן נציב עגלה שיכולה לנוע על מסילות. במקרה זה כוח החיכוך קטן וזניח לעומת הכוחות שנפעיל על הטבלה. נזניח גם את השפעת הגלגלים על הניסוי (ציור 63).

על העגלה פועל כוח קבוע באמצעות חוט, שלקצהו קשורה משקולת. קשה מאוד למדוד במישרין את תאוצת העגלה במדידת שינוי המהירות בפרק זמן קצר, אולם

[1] אפשר להקטין את החיכוך ולהביאו כמעט לאפס באמצעות כרית אוויר: זרימת אוויר חזקה פורצת מְנקבים שבמשטח, ומחזיקה את הטבלה כמשייטת על אוויר מעל המשטח, שעליו מתרחשת התנועה. בעיקרון הזה משתמשים בתחבורה ימית (סירות על כרית אוויר).



ציור 63

אפשר להעריכו באמצעות מדידת הזמן, שבו עוברת העגלה מרחק s.

נניח שבהשפעת כוח קבוע גם התאוצה קבועה, ונשתמש במשוואות קינמטיות לתנועה שוות תאוצה. כאשר המהירות ההתחלתית שווה לאפס, מקבלים:

$$s = x_1 - x_0 = \frac{at^2}{2}$$

כאשר x_0 ו- x_1 - הקואורדינטה ההתחלתית והקואורדינטה הסופית, בהתאמה, של הגוף. מכאן:

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

גם ללא מדידות מבחינים, שהעגלה מאיצה יותר כאשר הכוח הפועל עליה גדול יותר. מדידות מדויקות של גודל הכוח והתאוצה מוכיחות את היחס הישר ביניהם:

$$a \sim F$$

שני הווקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{F}$ מכוונים לאורך קו אחד ובאותו כיוון ומגמה:

$$\vec{a} \sim \vec{F} \qquad (3.1)$$

את זאת רואים בבירור: תאוצת העגלה מכוונת לאורך החוט הקשור אליה ובמגמת הפעלת הכוח עליה.

אם בו-זמנית פועלים על הגוף כמה כוחות, תגדל התאוצה של הגוף ביחס ישר לגודל הסכום הגיאומטרי (הווקטורי) של כל הכוחות:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots \qquad (3.2)$$

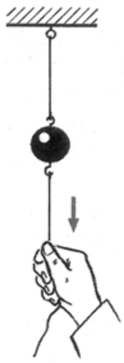
משפט זה מכונה **עקרון הסופרפוזיציה** של כוחות: פעולת כוח והשפעתו על גוף אינן תלויות בנוכחותם של כוחות אחרים.

מהי התמדה?

הכוח מגדיר באופן חד-משמעי את התאוצה – אולם לא את המהירות. הכוח אינו קובע את שיעור המהירות, אלא את **קצב השתנותה**. לכן בהשפעת הכוח מקבל הגוף הנייח מהירות הנראית לעין בפרק זמן מסוים, ולא באופן מיידי.

התאוצה נוצרת מיד, בו-זמנית עם התחלת הפעולה של הכוח, אולם המהירות גדלה הדרגתית. אפילו כוח גדול מאוד אינו מסוגל להקנות לגוף מהירות משמעותית באופן מיידי; לזה דרוש זמן. כדי לעצור את תנועתו של גוף, יחלוף פרק זמן עד לבלימה – אף אם הכוח הבולם יהיה גדול.

עובדות אלה ממחישות, שלגופים יש "נטייה להתמדה". נביא דוגמאות של ניסויים פשוטים, שבהם מתגלה ההתמדה.



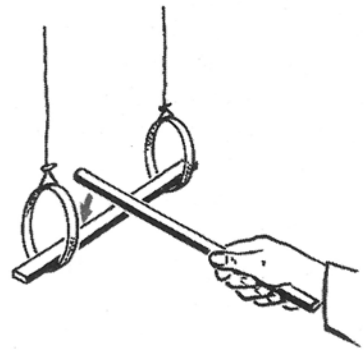
ציור 64

1. בציור 64 מתואר כדור מתכת התלוי על חוט דק, שמידת גמישותו זעירה. מתחתיו קשור חוט דומה. אם נמשוך **לאט** ובכוח רב בחוט התחתון, ייקרע כצפוי החוט העליון: הרי על החוט העליון פועלים גם משקלו של הכדור וגם הכוח שבו אנו מושכים את הכדור כלפי מטה! אולם אם נמשוך בחוט התחתון בכוח רב **ומהר** מאוד, ייקרע דווקא חוט זה – ככל שהדבר מוזר.
נסביר את פשרו של הניסוי: כאשר מושכים בחוט **לאט**, יורד גם הכדור לאט, והחוט העליון מתארך ונקרע.

לעומת זאת, במשיכה **מהירה** ובכוח רב נקרע החוט התחתון, מכיוון שהכדור – אף שתאוצתו גדולה – מהירותו אינה מספיקה לגדול באופן משמעותי בפרק זמן קצר של המשיכה. לכן החוט התחתון נמתח, מתארך ונקרע, בעוד החוט העליון מתארך מעט ונשאר שלם.

2. מקל ארוך תלוי על טבעות קרטון (ציור 65). חבטה חזקה במקל תשבור אותו, וטבעות הקרטון תישארנה שלמות. נסו להסביר את פשרו של הניסוי.
3. ולבסוף, הניסוי המרשים ביותר: אם נירה מרובה במכל פלסטי ריק, ישאיר הקליע בדופנות הכלי חורים קטנים, והמכל יישאר שלם; אבל אם נירה במכל דומה, שֶׁמַּיִם בתוכו, הוא יתפוצץ לחתיכות קטנות.

נבין את פשרו של הניסוי, אם נדע שהמים אינם דחיסים, ושינוי קטן בנפחם גורם לגידול חד של הלחץ בתוכם. כאשר הקליע חודר למים כהרף עין, הלחץ גדל מיד. ההתמדה של המים מונעת מהם לנוע לעבר חלל פנוי שבכלי, והלחץ שנוצר מפוצץ את המכל לגזרים.


ציור 65

חוקי המכניקה בעימות עם נסיון חיים

החוק שניסח ניוטון נהיר לנו דַיוֹ: הרי חיים אנו בעולם, שבו תנועת הגופים מתרחשת לפי החוקים שניסח.

לעתים ההיקשים, שנרכשו מניסיון יומיומי, עלולים להכשיל אותנו. למשל: השתרשה בנו הדעה, שמהירות הגוף מכוונת בכיוון הכוח המופעל עליו – אך אין זה כך. לדוגמה: על גוף הנזרק בזווית לאופק פועל כוח כבידה המכוון כלפי מטה, אבל כיוון המהירות (המשיק למסלול) יוצר זווית עם כיוון הכוח, המשתנה ברציפות משך תנועת הגוף.

כוח גורם לתאוצה – ולא למהירותו של הגוף; כיוון התאוצה מתלכד עם כיוון הכוח ועם מגמתו.

?

1. **כיצד קשורה תאוצת גוף לכוח הפועל עליו?**
2. **מהי ההתמדה? הציגו דוגמאות נוספות להמחשה של התמדת הגופים.**
3. **באילו מקרים כיוון מהירות הגוף יהא כיוונו של הכוח הפועל עליו?**

§27 החוק השני של ניוטון המסה

עד עתה למדנו שתאוצת הגוף נקבעת על-ידי הכוח הפועל עליו.

האם תלויה תאוצת הגופים בתכונותיהם?

אין קושי להאיץ עגלת תינוק למהירות גבוהה במשך כמה שניות, אולם לא נצליח להאיץ מכונית כבדה באותו משך זמן. מספיק לשחרר מיתר מתוח של קשת –

ובשבריר שנייה יעוף החץ במהירות גבוהה; אך נסו להחליף את החץ במוט כבד: אותו מיתר מתוח בקושי יזיז אותו ממקומו.

דוגמאות אלה ממחישות את ההשערה, ששיעור גודלה של תאוצת הגוף תלוי לא רק בהשפעה החיצונית עליו (כלומר בכוח) – אלא גם בתכונותיו של הגוף עצמו. נדרש, אם כן, להגדיר את הערך הפיזיקלי, המאפיין את תגובתו של גוף לשינוי מהירותו בהשפעת כוח.

המסה

מצאנו בניסוי ורשמנו בנוסחה 3.1, שהיחס בין גודל הכוח **החיצוני** (הכוח שמפעיל החוט, כמקור כוח חיצוני, על המסה של העגלה), הפועל על הגוף, לבין גודל התאוצה הוא ערך קבוע:

$$\frac{F}{a} = \text{const}$$

כאשר מעמיסים את העגלה שבניסוי הקודם (ראו ציור 63) במשקולות כבדות, ניווכח שככל שרבות המשקולות המונחות על העגלה – כן תקטן התאוצה. עבור עגלה עמוסה היחס F/a הוא אפוא גדול יותר מאשר עבור עגלה ריקה. משמעות עובדה זו: התאוצה תלויה לא רק בכוח – אלא גם בתכונות הגוף עצמו.

את הערך $\frac{F}{a}$, השווה ל יחס שבין גודל הכוח, הפועל על הגוף, לבין גודל התאוצה, מכנים המסה (ואם נדייק בהגדרה זו: מסת ההתמדה) של הגוף.

מסה היא הערך הדינמי הבסיסי של הגוף, כלומר המידה הכמותית של ההתמדה, ובמילים אחרות: הערך הכמותי לשיעור התנגדות הגוף לשינוי מהירותו עקב פעולת כוח עליו.

החוק השני של ניוטון

כעת, לאחר הגדרת **מסה**, נתעמק ב**חוק השני** שניסח ניוטון:

מכפלת מסת הגוף בתאוצתו שווה לסכום הכוחות הפועלים על הגוף:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots$$

נוסח זה מבטא אחד מחוקי הטבע הבסיסיים ביותר, ולו מצייתים הן גופים קוסמיים ענקיים והן גרגירי חול קטנטנים. בסיוע חוק זה ניתן לתכנן את תנועת

הבוכנות במנוע המכונית וגם את מסלולי תחנות החלל.

הנכונות של חוק שני זה מוכחת מניסויים בודדים, שבאמצעותם הצליחו להגיע לניסוח החוק; ומהשלכותיו שנבחנו משך שנות התפתחות ההנדסה והתגלו כנכונות.

אחת מתוצאות חוק שני זה היא ההיקש: אם על גוף לא פועלים כוחות, או אם השקול לכוחות הפועלים עליו שווה לאפס ($\vec{F} = 0$), אזי יחסית למערכת ייחוס אינרציאלית נקבל: $\vec{a} = 0$, וכתוצאה מכך: $\vec{v} = const$. ברם, אין פירוש הדבר, שהחוק הראשון שניסח **ניוטון** הוא מקרה פרטי של החוק השני! החוק הראשון קובע את קיומן של מערכות ייחוס אינרציאליות, ואילו החוק השני מתקיים במערכות האלה בלבד.

מדידת המסה

מהניסוח של החוק השני נובעות שתי תוצאות: היחס הישר שבין התאוצה לכוח; והגדרת המסה. באמצעות החוק השני שניסח **ניוטון** ניתן לחשב את מסת הגוף באמצעות שתי מדידות בלתי תלויות – של כוח ותאוצה:

$$m = \frac{F}{a}$$

אבל במציאות נוח ומדויק יותר למדוד מסה בסיוע מאזניים.

אם נמדוד את המסות של כמה גופים: m_1, m_2, m_3, ונחבר את מסות הגופים יחד; ואם נמדוד את מסת הגוף המחובר, יתקיים שוויון פשוט: $m = m_1 + m_2 + m_3$.

מתקיים גם המשפט ההפוך: אם נחלק גוף לכמה מרכיבים, יהיה סכום המסות של כל מרכיביו שווה למסת הגוף כולו m.

בפרק זה ניסחנו חוק בסיסי של המכניקה – את החוק השני של **ניוטון**:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

?

1. **איזו טענה, הניתנת להוכחה ניסויית, נכללת בחוק השני של ניוטון?**
2. **כיצד אפשר לחשב את המסה באמצעות החוק השני של ניוטון?**
3. **האם אפשר לטעון, שהחוק הראשון של ניוטון הוא היקש מהחוק השני? נמקו.**
4. **האם החוק השני מתקיים עבור גוף בעל צורה כלשהי – או עבור גוף נקודתי בלבד?**

5. באילו תנאים נע גוף נקודתי בקו ישר ובמהירות קצובה?

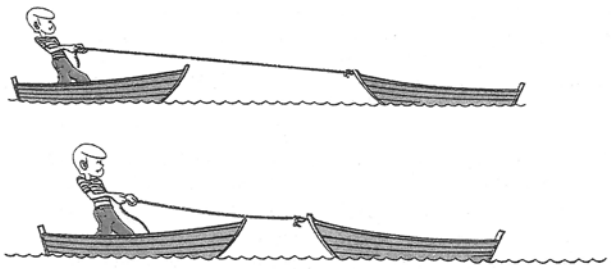
6. מה צריכים להיות התנאים, כדי שגוף ינוע בתאוצה קבועה?

§28 החוק השלישי של ניוטון

החוק השלישי של ניוטון מגדיר תכונה משותפת לכוחות הנלמדים במכניקה: כל השפעה של גוף אחד על משנהו נושאת אופי של **השפעה הדדית**: אם גוף A פועל על גוף B ומקנה לו תאוצה, פועל גם גוף B על גוף A ומקנה גם לו תאוצה.

פעולה הדדית של גופים

כאשר אתם נמצאים בסירה ומושכים בחבל, הקשור לסירה אחרת, תנוע בהכרח גם סירתכם קדימה (ציור 66): בהפעלת כוח על סירה אחרת אתם מאלצים אותה לפעול על סירתכם.



ציור 66

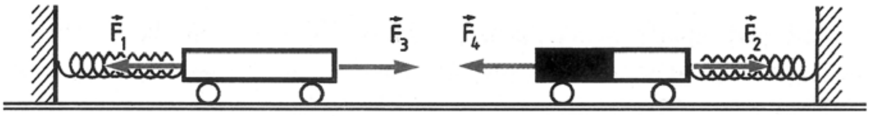
כוחות הפעולה ההדדית שבין שני גופים

בסיוע ניסוי נבחן את פעולתם ההדדית של שני גופים.

מגנט חזק וטבלת ברזל מונחים על גלגיליות כדי להקטין את החיכוך עם המשטח בעת תנועתם (ציור 67). לקצות המגנט והטבלה נרתום קפיצים זהים, הקשורים בקצותיהם החופשיים לשולחן. המגנט והטבלה יימשכו זה לזה והקפיצים יימתחו. עם תום תנועת ההתקרבות נבחין שהקפיצים מתוחים במידה שווה.

על שני הגופים פועלים הקפיצים בכוחות השווים בגודלם ומנוגדים במגמתם:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \qquad (3.5)$$



ציור 67

מכיוון שהמגנט נמצא במנוחה, שווה הכוח $\vec{F}_2$ בגודלו ומנוגד במגמתו לכוח $\vec{F}_4$, שבו פועלת עליו הטבלה:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4 \quad (3.6)$$

כך שווים בגודלם ומנוגדים במגמתם כוח משיכת המגנט על הטבלה מצדה האחד, וכוחו של הקפיץ מצדה האחר:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1 \quad (3.7)$$

מכאן נובע שהכוחות הפועלים בין המגנט לבין הטבלה שווים בגודלם ומנוגדים במגמתם:

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4 \quad (3.8)$$

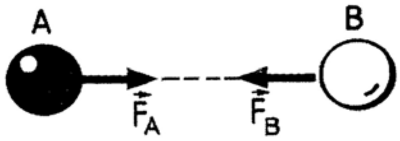
החוק השלישי של ניוטון

על בסיס ניסויים מסוג זה ניתן לנסח את **החוק השלישי שניסח ניוטון**:

הכוחות, שגופים מפעילים האחד על משנהו, שווים בגודלם ומכוונים במגמה מנוגדת לאורך קו פעולתם של הכוחות.

כלומר: אם גוף A פועל בכוח $\vec{F}_B$ על גוף B (ציור 68), יפעל בו-זמנית גוף B בכוח $\vec{F}_A$ על גוף A, כאשר:

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B \quad (3.9)$$



ציור 68

בעזרת החוק השני של ניוטון אפשר לרשום את השוויון (3.6) כך:

$$m_1\vec{a}_1 = m_2\vec{a}_2 \quad (3.10)$$

מכאן נובע:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} = \text{const} \quad (3.11)$$

כלומר: **היחס בין גודלי התאוצות** $\vec{a}_1$ **ו-** $\vec{a}_2$ **של הגופים, הפועלים האחד על משנהו, שווה ליחס ההפוך שבין מסותיהם, ואיננו תלוי בטיב הכוחות הפועלים**

בין הגופים. הגוף בעל המסה הגדולה יותר יואץ בתאוצה קטנה יותר, ולהפך ; חזרו-נא לדוגמת האבן וכדור הארץ שבתחילת פרק זה.

נדגיש : הכוחות, שבהם דן החוק השלישי שניסח **ניוטון**, מופעלים על גופים **שונים**, ואינם יכולים לקזז האחד את משנהו.

?

1. **האם נכון הרישום הבא של החוק השלישי של ניוטון ?**

$$\mathbf{F_{1,2} = F_{2,1}}$$

2. **סוס מושך את עגלה, וזו מושכת את הסוס לאחור בכוח, השווה בגודלו לכוח שהסוס מפעיל על העגלה. מדוע, אם כך, מושך הסוס את העגלה – ולא להפך ?**

§29 יחידת מסה ויחידת כוח מערכת יחידות

יחידת המסה נקבעה כיחידת ה**קילוגרם**. עתה נכיר את יחידת הכוח : **ניוטון** (N).

היחידות הבסיסיות והנגזרות של הערכים הפיזיקליים

בקינמטיקה השתמשנו בשני הערכים הפיזיקליים הבסיסיים: אורך וזמן. ליחידות של הערכים האלה נקבעו תקנים, שבאמצעותם נמדד כל קטע אורך וכל פרק זמן. יחידת האורך היא ה**מטר**, ויחידת הזמן היא ה**שנייה**. לכל הערכים הקינמטיים האחרים אין תקנים, והם נגזרים משתי היחידות התקניות האלה. הקשר בין היחידות של הערכים הנגזרים לבין היחידות של הערכים הבסיסיים נובע מהגדרתם הפיזיקלית של הערכים הנגזרים.

במעבר לדינמיקה צריך להגדיר יחידה בסיסית נוספת ולקבוע עבורה את התקן. החוק השני של ניוטון מכיל שני ערכים דינמיים חדשים : ה**כוח** וה**מסה**. את שני אלה לא ניתן לבטא באמצעות הערכים הקינמטיים בלבד.

ניתן היה לבחור כערך בסיסי את הכוח או את המסה. מאחר שקובעים את התקן ליחידה של אחד מן הערכים, מתקבלת היחידה של הערך השני באמצעות החוק השני של ניוטון.

בהגדרת ערך הכוח ניתן היה לקבוע כקובע תקן את הקפיץ המתוח **במידה מסוימת**; אולם באופן מעשי אמצעי זה אינו נוח, מכיוון שקשה לייצר אפילו שני קפיצים בעלי תכונות אלסטיות זהות לחלוטין. בנוסף, עלולות התכונות המכניות של הקפיץ להשתנות בזמן ובהתאם לתנאי סביבה, כגון הטמפרטורה. עדיף אפוא לבחור כיחידת תקן את הכוח, שבו מושך כדור הארץ משקולת **תקנית** מסוימת.

מערכת היחידות הבינלאומית

שימוש נרחב נעשה בפיזיקה ובטכנולוגיה במערכת היחידות, שבה הערך הבסיסי הוא מסה. יחידת הכוח תיגזר מיחידת המסה התקנית באמצעות החוק השני של ניוטון.

כיחידת מסה (1 ק״ג) במערכת היחידות הבינלאומית (SI) משמשת המסה של משקולת תקנית, העשויה מסגסוגת של פלטינה ואירידיום, והנשמרת במכון התקנים הבינלאומי שליד פריס. העתקים מדויקים של המשקולת הזו נמצאים ברחבי תבל. בקירוב טוב, מסה של 1 ק״ג היא כמסתו של ליטר אחד של מים בטמפרטורת החדר.

את השיטות להשוואת מסות שונות עם מסת התקן באמצעות שקילה נלמד מאוחר יותר.

יחידת הכוח במערכת היחידות הבינלאומית היא שיעור הכוח, שמעניק לגוף בעל מסה של $1\ \mathrm{kg}$ תאוצה של $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2}$.

יחידה זו מכונה **ניוטון** (N). היחידה הפיזיקלית של יחידת הניוטון, באמצעות היחידות התקניות, היא:

$$1\mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2} = 1\ \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2}$$

?

1. **במה שונות היחידות התקניות של הערכים הפיזיקליים מן היחידות הנגזרות?**
2. **יחידה של איזה ערך – כוח או מסה – היא היחידה הבסיסית במערכת היחידות SI?**

§30 מערכות ייחוס אינרציאליות ועקרון היחסות במכניקה

חוקי המכניקה מתקיימים במערכות ייחוס אינרציאליות. אילו מערכות ייחוס אפשר לכנות בשם זה?

מערכות ייחוס אינרציאליות ולא-אינרציאליות

מערכת ייחוס, שנעה בקו ישר ובמהירות קצובה יחסית למערכת ייחוס אינרציאלית נתונה – גם היא מערכת ייחוס אינרציאלית. אם גוף נע יחסית למערכת ייחוס אינרציאלית במהירות קבועה $\vec{v}_2$, אזי יחסית למערכת ייחוס אחרת, שבעצמה נעה במהירות $\vec{v}$, הוא ינוע – על-פי חוק חיבור המהירויות – במהירות אחרת, קבועה, $\vec{v}_1$.

ולהפך: כל מערכת ייחוס, הנעה בתאוצה יחסית למערכת ייחוס אינרציאלית, תיעשה לא אינרציאלית; שהרי אם $\vec{v}_2 = \text{const}$ והמהירות $\vec{v}$ משתנה, אזי גם המהירות $\vec{v}_1$ תשתנה בזמן: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}$.

מכיוון שאת מערכת הייחוס הקשורה לכדור הארץ ניתן לראות בקירוב די טוב כאינרציאלית, תהיינה גם המערכות הקשורות ברכבת, שנעה בקו ישר ובמהירות קצובה, או באונייה, ששטה בקו ישר ובמהירות קצובה, אינרציאליות; אולם כשהרכבת תאיץ, תפסיק מערכת הייחוס הקשורה בה להיות אינרציאלית. חוק ההתמדה והחוק השני של ניוטון יפסיקו להתקיים בה, אם ננתח תנועה יחסית למערכת מואצת זו.

מערכת ייחוס גיאוצנטרית היא אינרציאלית בקירוב בלבד

המערכת הגיאוצנטרית אינה אינרציאלית במובנה המדויק. מערכת הייחוס, הקשורה לשמש ולכוכבים רחוקים, קרובה יותר להיות מערכת אינרציאלית.

כדור הארץ נע יחסית למערכת ייחוס זאת בתאוצה: הוא מסתובב סביב צירו וסובב סביב השמש במסלול סגור.

התאוצה, שנגרמת לכדור הארץ עקב סיבובו סביב השמש, קטנה מאוד, מכיוון שמחזור הסיבוב גדול מאוד (שנה). גדולה בהרבה (בערך פי 6) התאוצה של נקודת הקליפה בקו המשווה, שנוצרת עקב סיבוב כדור הארץ סביב צירו – מחזור הסיבוב הוא $T = 24\text{ h}$; אולם גם היא לא גדולה. על פני הקליפה באזור קו המשווה, שם התאוצה מרבית, ערכה:

$$a = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \approx 0.035 \ \frac{m}{sec^2}$$

כלומר: רק 0.35% מערכה של תאוצת הנפילה החופשית $g = 9.8 \ \frac{m}{sec^2}$.

לכן בקירוב די טוב תהא מערכת הייחוס הקשורה בכדור הארץ אינרציאלית.

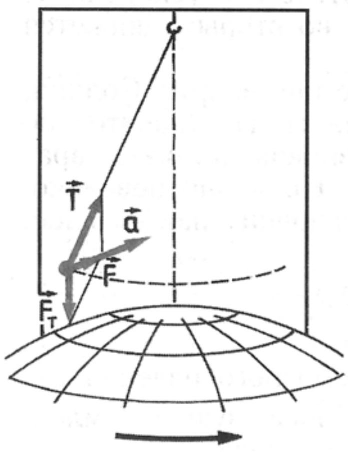
הוכחת הסיבוב של כדור הארץ

אם נניח שהמערכת הגיאוצנטרית אינרציאלית, קיימות תופעות שלא ניתן להסבירן, וביניהן סיבוב מישור התנודות של המטוטלת בניסוי המפורסם על שם **פוקו**, הממחיש את עובדת סיבוב כדור הארץ סביב צירו.

ננתח תחילה את התנודות של מטוטלת (מתמטית) במערכת ייחוס אינרציאלית הקשורה בשמש (הליוצנטרית). לשם פשטות נניח שהניסוי נעשה בקוטב, שם אין לקליפת כדור הארץ תאוצה עקב סיבוב כדור הארץ סביב צירו.

נניח שברגע ההתחלתי מעניקים למטוטלת מהירות משיקית $\vec{v}_0$, והיא יוצאת ממצב של שיווי-משקל. כוח המשיכה של כדור הארץ $\vec{F}_T$ וכוח מתיחות החוט $\vec{T}$ פועלים באותו מישור אנכי שבו נמצאת המהירות $\vec{v}_0$ (ציור 69). לפי החוק השני של ניוטון, מכוונת תאוצת המטוטלת בכיוון הכוח השקול $\vec{F}$, ולכן נמצאת באותו מישור. אי לכך, תהיה באותו מישור גם תוספת המהירות. מכאן שבמהלך הזמן צריך מישור התנודות להישאר קבוע. כך אכן תתרחש התנודה במערכת ייחוס הליוצנטרית; אולם מערכת ייחוס הקשורה בכדור הארץ אינה אינרציאלית, ויחסית אליה מסתובב מישור התנודות עקב סיבובו של כדור הארץ. כדי להבחין בתופעה יש לדאוג שהחיכוך בנקודת התלייה יהיה קטן והמשקולת עצמה תהיה בעלת מסה גדולה – אחרת יאלץ החיכוך בנקודת התלייה את מישור התנודות לעקוב אחר סיבוב הארץ.

במקומות, הנמצאים בקווי רוחב שבין הקוטב לבין קו המשווה, תהיינה התנודות מורכבות יותר, אך התופעה במהותה תהא גלויה לעין.



ציור 69

ניסוי זה נעשה לראשונה על-ידי **פוקו** בפריס בשנת 1850. סיבוב מישור התנודות יחסית לארץ מתגלה כבר לאחר כמה דקות של צפייה.

תנועה קצובה בקו ישר אינה משפיעה על התרחשויות מכניות

גליליי היה הראשון שהבחין, שתנועה קצובה בקו ישר יחסית לארץ אינה משפיעה על התרחשויות מכניות.

אם נמצאים אתם בתא אונייה או בקרון רכבת, הנעים בתנועה קצובה ללא האצות או בלימות, יכולים אתם לשחק בביליארד או בטניס שולחן כאילו משחקים אתם על הקרקע; ואם לא תעיפו מבטכם לחלון, לא תוכלו לטעון בוודאות שהרכבת נעה.

אם נחקור את התופעה של נפילה חופשית בקרון הנוסע במהירות קבועה, או אם נחקור את תנודותיה של מטוטלת, תתאמנה התוצאות שתתקבלנה לאלה שנקבל בניסויי מעבדה על הקרקע. כאשר מטוס סילון טס במהירות קצובה, ששיעורה 1,000 קמ״ש, לא מתרחש בתוכו מאום שירמוז על מהירות טיסה עצומה זו; אפשר לנהל פעולות שגרה כבחצר ביתכם. רק בבלימה חדה של הרכבת, בהמראה ובנחיתה של המטוס תחושו בשינוי, ובזמן מעבר דרך העננים תבחינו במצבכם.

עקרון היחסות

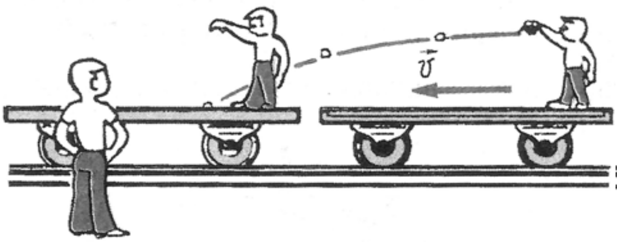
על בסיס תצפיות שכאלה ניתן לנסח את אחד העקרונות הבסיסיים של הטבע: **עקרון היחסות**.

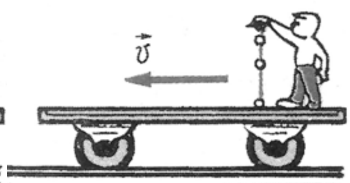
כל ההליכים המכניים מתרחשים באופן זהה בכל מערכת ייחוס אינרציאלית.

משפט זה הוא **עקרון היחסות במכניקה**. הוא מכונה גם **עקרון היחסות של גליליי**.

בכל מערכת אינרציאלית זהים חוקי התנועה. אופי התנועה מוגדר על-ידי חוקי התנועה ועל-ידי הערכים ההתחלתיים של המהירות והקואורדינטות. אלה עשויים להיות שונים במערכות ייחוס שונות באותה התרחשות קינמטית.

לדוגמה: אבן תיפול אנכית, אם מהירותה ההתחלתית יחסית לקרקע תשווה לאפס. בקרון רכבת, הנעה במהירות קבועה, תיפול אבן אנכית יחסית לקירות הקרון, אם מהירותה ההתחלתית יחסית לרכבת תשווה לאפס; אולם מנקודת מבטו של צופה, הנמצא על הקרקע, תנוע האבן שנופלת אנכית בתוך הרכבת בפרבולה, כפי שנראה בציורים 70 ו-7.





ציור 71 **ציור 70**

המהירות ההתחלתית של האבן יחסית למערכת ייחוס, הקשורה בקרקע, שונה מאפס ושווה למהירות הרכבת. צירוף תנועה זו עם תנועת הנפילה החופשית מניבה מסלול תנועה פרבולי יחסית לקרקע, כתנועת גוף המוטל אופקית על-פני הקרקע.

דוגמאות לפתרון תרגילים

נכיר בעיות, שפתרונן אינו דורש לדעת את תלות הכוח במרחק שבין הגופים.

נזדקק לביטוי של כוח הכבידה בפני הקרקע: $F = mg$.

1. על מרכז כדור מלא, העשוי מחומר אחיד בעל מסה $m = 0.2\ kg$, מופעל כוח $F = 1.5\ N$. מצאו את הגודל והכיוון של הכוח $\vec{F}_1$ שיש להפעיל על מרכז הכדור, בנוסף לכוח $\vec{F}$, על מנת שהכדור ינוע בתאוצה $a = 5\dfrac{m}{sec^2}$ המכוונת במגמת הכוח $\vec{F}$ (ציור 72).

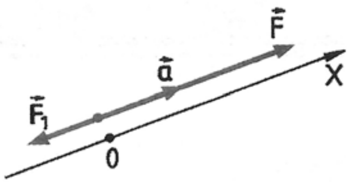
<u>פתרון</u>

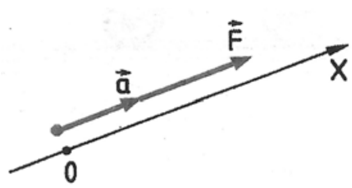
על הכדור פועלים שני כוחות: הכוח $\vec{F}$ והכוח המבוקש $\vec{F}_1$. מכיוון שהגודל והכיוון של הכוח $\vec{F}_1$ אינם ידועים, ניתן להציג את הכוח $\vec{F}$ בלבד (ראו ציור 72).

בהתאם לחוק השני של ניוטון: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_1$. מכאן מחלצים: $\vec{F}_1 = m\vec{a} - \vec{F}$.

מכיוון שהווקטורים $m\vec{a}$ ו- $\vec{F}$ נמצאים על קו אחד בכל רגע, נמצא גם הכוח $\vec{F}_1$ השווה להפרש, על אותו קו.

הכוח המבוקש עשוי אפוא להיות מכוון במגמת הכוח $\vec{F}$ או במגמה הנגדית.





ציור 73 **ציור 72**

כדי למצוא את גודלו וכיוונו של הכוח $\vec{F}_1$ נמצא את ההיטל של $\vec{F}_1$ על ציר Ox, המכוון בכיוון הכוח $\vec{F}$.

בהתחשב בשוויונים: $F_x = F, a_x = a$ יירשם הביטוי לכוח $\vec{F}_1$ בהיטלים על ציר Ox בצורה: $F_{1x} = ma - F$.

ננתח את הביטוי האחרון.

אם $ma > F$, אזי: $F_{1x} > 0$, והכוח $\vec{F}_1$ מכוון במגמת הציר Ox.

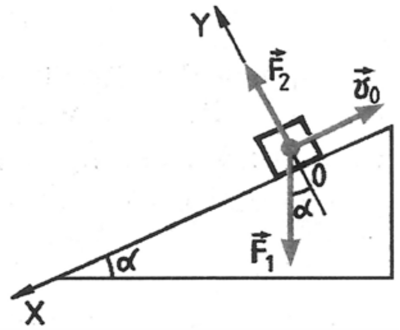
ואם $ma < F$, אזי: $F_{1x} < 0$, והכוח $\vec{F}_1$ מכוון במגמה הנגדית.

במקרה הנדון: $F_{1x} = 0.2 \cdot 5N - 1.5N = -0.5N$. לכן הכוח $\vec{F}_1$ מכוון נגדית למגמת הציר Ox (ציור 73).

2. כתוצאה מדחיפה התחילה הקובייה לגלוש מנקודה O במישור משופע כלפי מעלה במהירות התחלתית $v_0 = 4.4$ m/sec. מצאו את מקום הקובייה יחסית לנקודה O כעבור פרק הזמן $t_1 = 2$ sec מהתחלת התנועה. זווית השיפוע של המישור היא $\alpha = 30°$. אין להתחשב בחיכוך.

<u>פתרון</u>

מכיוון שצריך למצוא את מקום הקובייה יחסית לנקודה O, נמקם את ראשית הצירים בנקודה זו. נכוון את הציר Ox לאורך המישור המשופע כלפי מטה, ואת הציר Oy נכוון במאונך למישור כלפי מעלה (ציור 74).



ציור 74

על הקובייה פועלים שני כוחות: כוח הכבידה $\vec{F}_1$ וכוח התגובה $\vec{F}_2$ של המישור המשופע הניצב למשטח. בהתאם לחוק השני של ניוטון:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

מכיוון שעל הקובייה פועלים כוחות קבועים, היא תנוע לאורך הציר Ox בתאוצה קבועה. כדי לחשב את מיקום הקובייה יחסית לנקודה O צריך אפוא להשתמש במשוואה הקינמטית:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

עבור הכיוון הנבחר של ציר Ox וראשית הקואורדינטות רושמים:

$$x_0 = 0,\ v_{0x} = -v_0$$

את היטל התאוצה על ציר Ox נמצא לפי החוק השני של ניוטון. במקרה הנדון:

$$ma_x = F_{1x} + F_{2x}$$

ממשולש הכוחות ישר הזווית מקבלים:

$$F_{1x} = mg\sin\alpha,\ \ F_{2x} = 0$$

מציבים במשוואת החוק השני: $a_x = g\sin\alpha$

מציבים במשוואה הקינמטית:

$$x = -v_0 t + \frac{gt^2 \sin\alpha}{2},$$

$$x_1 = -4.4\ \frac{m}{sec} \cdot 2\ sec + \frac{9.8\ \frac{m}{sec^2} \cdot 4\ sec^2}{2 \cdot 2} = 1\ m$$

3. שני גופים בעלי מסות $m_1 = 10\ g$ ו- $m_2 = 15\ g$ קשורים בחוט העובר דרך הגלגלת, המוצבת בקצה מישור משופע (ציור 75). זווית השיפוע היא $\alpha = 30°$.
מצאו את התאוצה שבה ינועו הגופים. אין להתחשב בחיכוך.

פתרון

אם נניח שהמערכת גולשת בתאוצה במורד המישור המשופע (ציור 76), ואם נקבע את כיוון ציר התנועה כחיובי במגמת התאוצה, תירשמנה משוואות התנועה של שתי המשקולות כך:

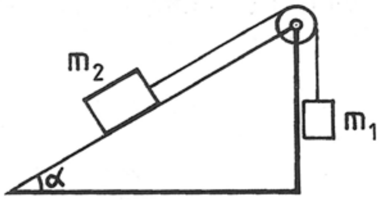
$$m_2 a = m_2 g\sin\alpha - T$$

$$m_1 a = T - m_1 g$$

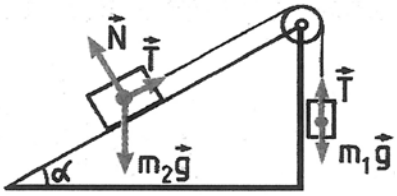
נחלץ וניפטר מכוח המתיחות T, ונמצא את היטל התאוצה על כיוון התנועה:

$$a_x = m_2 g\sin\alpha - \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} = -0.98\ \frac{m}{sec^2}$$

הסימן מינוס מעיד שהתנועה מתרחשת במגמה הנגדית לזו שהנחנו.



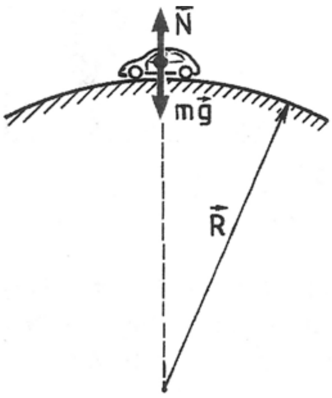
ציור 75



ציור 76

4. מכונית בעלת מסה $m = 1000\ kg$ נוסעת במהירות $v = 36\ km/h$ על פני גשר קמור, שרדיוס העקמומיות שלו $R = 50\ m$. איזה כוח F מפעילה המכונית על הגשר באמצע הקשת? מה צריכה להיות המהירות המזערית v_{min} של המכונית, על מנת שלא תעיק כלל על הגשר בנקודת הקשת העליונה?

<u>פתרון</u>



ציור 77

על המכונית פועלים בכיוון הרדיוס שני כוחות: כוח הכבידה mg וכוח התגובה של הגשר N (ראו ציור 77). לפי החוק השלישי של ניוטון שווה כוח הלחץ המבוקש F בגודלו לכוח תגובת הגשר N. בהתאם לחוק השני של ניוטון נקבעת התאוצה הצנטריפטלית של המכונית על-ידי סכום הכוחות הפועלים עליה לכיוון רדיוס המעגל, שעליו היא נוסעת:

$$\frac{mv^2}{R} = mg - N$$

מכאן נקבל עבור F:

$$F = N = mg - \frac{mv^2}{R} = 7.8\ kN$$

הלחץ על הגשר יתאפס כאשר יתקיים:

$$\frac{mv^2}{R} = mg$$

לכן:

$$v_{min} = \sqrt{gR} \approx 80\ \frac{km}{h}$$

במהירות נסיעה העולה על מהירות זו לא תעיק המכונית על הגשר.

מקבץ תרגילים 6

ציור 78

1. **על מרכז הכדור מופעל כוח $\vec{F}$ (ציור 78). באיזה כיוון ובאיזו מגמה מכוונת תאוצת הכדור?**
2. **מרימים אנכית משקולת בעלת מסה של 0.4 ק"ג באמצעות חוט. במשך 2 שניות השתנה ערך מהירות המשקולת מ- 2 מ'/ש' ל- 10 מ'/ש'. מה שיעור כוח המשיכה של החוט?**
3. **איזה כוח צריך להפעיל על גוף בעל מסה של 5 ק"ג, על מנת שינוע אנכית כלפי מטה בתאוצה של $15\frac{m}{sec^2}$?**
4. **משקולת הקשורה למד-כוח קפיצי יורדת כלפי מטה. במשך 2 שניות השתנתה מהירותה מ- 2 מ'/ש' ל- 8 מ'/ש'. מהי הקריאה כעת של מד-הכוח?**
5. **על רצפת המעלית נמצא גוף שמסתו 50 ק"ג. המעלית עולה, וב-3 שניות השתנתה מהירותה מ- 8 מ'/ש' ל- 2 מ'/ש'. מצאו את העקה שמעיק הגוף על רצפת המעלית.**
6. **מנוע רכבת מפיק כוח משיכה של 147 kN על קטע ישר של מסילה, שאורכו 600 מטר. עקב כך עולה מהירות הרכבת מ- 36 קמ"ש ל- 54 קמ"ש. מצאו את כוח ההתנגדות לנסיעה, בהנחה שהוא קבוע. מסת הרכבת היא 1,000 טונות.**
7. **מכונית, שמסתה 5 טון, נוסעת על פני גשר קעור במהירות 72 קמ"ש. הגשר יוצר קשת בעלת רדיוס של 100 מטר. מצאו את הכוח שבו מעיקה המכונית על הגשר בנקודתו האמצעית.**
8. **לקצה מוט קשיח, שאורכו 1 מטר, מחובר כדור שמסתו 100 גרם. המוט עם הכדור מסתובבים במישור אנכי במהירות זוויתית קבועה. מצאו את הגודל והכיוון של הכוח, שבו פועל המוט על הכדור בנקודה העליונה של המסלול עבור שתי מהירויות הכדור: 2 מ'/ש' ו- 4 מ'/ש'.**
9. **רכבת נוסעת במהירות קבועה בעיקול מסילה בעל רדיוס של 98 מטר. כדור, הקשור בחוט לתקרת הקרון, נוטה הצידה בזווית $45°$. מסת הכדור היא 10 ק"ג. באיזה כוח פועל החוט על הכדור?**

10. כוח של 84 ניוטון מופעל על משקולת שמסתה 2 ק״ג, הקשורה בחוט למשקולת אחרת, שמסתה 4 ק״ג, ומושך אותן כלפי מעלה. מצאו את התאוצה שבה נעות המשקולות ואת כוח המתיחות בחוט.

תקציר פרק 3

שלושת החוקים, שהתגלו ונוסחו על-ידי **ניוטון** עבור גופים שמידותיהם קטנות (גופים נקודתיים), מהווים את היסודות של המכניקה הקלאסית. חוקים אלה מתקיימים במערכות ייחוס אינרציאליות.

החוק הראשון קובע שקיימות מערכות ייחוס, שיחסית להן כל גוף, המרוחק מכל גוף אחר, נע בקו ישר ובמהירות קבועה. מערכות ייחוס אלה מכונות **מערכות אינרציאליות**.

לפי החוק השני של **ניוטון**, מכפלת המסה בתאוצתה שווה לסכום הכוחות החיצוניים הפועלים על הגוף:

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \vec{F}$$

החוק השלישי קובע: הכוחות, שגופים מפעילים האחד על משנהו, שווים בגודלם ומכוונים בקו אחד ובמגמות מנוגדות.

משמעות מיוחדת בפיזיקה ניתנת לעקרון היחסות. עקרון היחסות במכניקה נקבע לראשונה על-ידי **גליליי**. בהתאם לעיקרון זה מתרחשות כל התופעות הקינמטיות בצורה זהה בכל מערכת ייחוס אינרציאלית עבור נתוני התחלה דומים.

פרק 4 כוחות במכניקה

בפרק השני התייחסנו למושג **כוח** כמידה כמותית להשפעת גופים האחד על משנהו. בפרק זה נראה אילו כוחות קיימים במכניקה, ומה קובע את גודלם.

§31 כוחות בטבע

נברר עתה כמה סוגי כוחות קיימים בטבע.

לכאורה נראה שאין לבעיה פתרון, שהרי על פני כדור הארץ ומחוצה לו קיימים אינספור גופים, הפועלים האחד על משנהו בצורה שונה. למשל: אבן נופלת על

הקרקע, קטר מושך רכבת, רגלו של כדורגלן בועטת בכדור, מוט זכוכית ששופשף בצמר מושך אליו פיסות נייר, מגנט מושך רסיסי ברזל, תיל שזורם בו זרם חשמלי מסובב את מחט המצפן, כדור הארץ משפיע על הירח ולהפך, ושניהם יחדיו מושפעים על-ידי השמש, כוכבים וגלקסיות פועלים בינם לבין עצמם. דוגמאות מסוג זה רבות מספור. אף אם נראה שבטבע מתקיימות אינספור השפעות הדדיות (הפעלת כוחות הדדית) – מסתבר שלא כך הדבר!

ארבעה סוגים של כוחות

במרחבים האינסופיים של היקום, על הפלנטה שלנו, בכל חומר, ביצורים חיים, באטומים, בגרעיני האטום ובעולם של חלקיקי היסוד מתקיימים ארבעה סוגי כוחות בלבד: גרביטציה (כבידה), אלקטרומגנטיות, כוחות חזקים (תוך-גרעיניים) וכוחות חלשים (תוך-גרעיניים).

כוח הגרביטציה, או כוח הכבידה העולמית, פועל בין כל הגופים: כל הגופים נמשכים האחד למשנהו; אולם המשיכה הזאת משמעותית רק כאשר לפחות אחד מן הגופים גדול כגודלו של כדור הארץ, למשל. במקרים אחרים הכוחות האלה קטנים מאוד ולכן ניתנים להזנחה.

הכוח האלקטרומגנטי פועל בין החלקיקים הנושאים מטענים חשמליים. תחום פעילותו רחב ורב-גוני. באטומים, במולקולות, בחומרים מוצקים, בנוזלים, בגזים וביצורים חיים מהווה הכוח האלקטרומגנטי את הכוח העיקרי.

תחום פעילותו של **הכוח החזק**, התוך-גרעיני, מצומצם למדי. הוא משמעותי בתוך גרעיני האטום בלבד (דהיינו, במרחקים בסדר גודל של 10^{-12} ס״מ). כבר במרחק 10^{-11} ס״מ שבין החלקיקים (שהוא פי אלף קטן מגודל האטום - 10^{-8} ס״מ) הכוח החזק אינו מורגש כלל.

הכוח החלש פועל במרחקים קטנים עוד יותר. הוא גורם להפיכת חלקיקי יסוד מאחד לאחר.

הכוח החזק הוא החזק ביותר בטבע. אם נקבע את חוזקו לאחת, יהיה חוזקו של הכוח האלקטרומגנטי 10^{-2} , כוח הגרביטציה - 10^{-40}, והכוח החלש – 10^{-16}.

רק כוחות הגרביטציה וכוחות אלקטרומגנטיים עשויים להיחשב ככוחות

במכניקה של **ניוטון**. הכוחות החזקים והכוחות החלשים פועלים במרחקים כה קטנים, שחוקי המכניקה של **ניוטון**, ואתם מושגי הכוח המכני, מאבדים כל משמעות. השימוש במילה "כוח" במקרים אלה מציין השפעה הדדית בלבד.

כוחות במכניקה

בדרך כלל עוסקים במכניקה בכוחות גרביטציה, בכוחות אלסטיים ובכוחות חיכוך.

לא נתעמק כאן בטבעם האלקטרומגנטי של הכוחות האלסטיים ושל כוחות החיכוך. באמצעות הניסויים ניתן למצוא את התנאים, שבהם נוצרים כוחות אלה, ולבטא אותם בצורה כמותית.

בטבע קיימים ארבעה סוגי כוחות. במכניקה עוסקים בכוח הגרביטציה ובשני סוגיו של הכוח האלקטרומגנטי: כוחות אלסטיים וכוחות חיכוך.

כוח הגרביטציה

§32 כוח הכבידה העולמי

בפרק הראשון למדנו שכדור הארץ מעניק לכל הגופים הסמוכים לקליפתו את אותה תאוצה: תאוצת הנפילה החופשית $g = 9.8\ m/sec^2$; אולם מהחוק השני של **ניוטון** נובע, שאם כדור הארץ מעניק לגוף תאוצה, הרי הוא פועל על הגוף הזה בכוח מסוים. כוח זה מכונה **כוח הכבידה**. בדומה לתאוצת הנפילה החופשית, גם כוח הכבידה מכוון במאונך לפני כדור הארץ. ראשית נמצא את הכוח הזה, ולאחר מכן נלמד על כוח הכבידה העולמי.

גודל התאוצה מוגדר לפי החוק השני של **ניוטון**:

$$a = \frac{F}{m}$$

והוא תלוי בכוח הפועל על הגוף ובמסתו. מכיוון שתאוצת הנפילה החופשית לא תלויה בגודל המסה, נמצא כוח הכבידה ביחס ישר למסה:

$$F = mg$$

לאחר הצבת הביטוי לכוח כבידה בחוק השני של **ניוטון** נקבל עבור כל הגופים:

$$a = \frac{mg}{m} = g$$

כל ניסוי של נפילת גופים בעלי מסות שונות מאושש תוצאה זו.

עם זאת חשוב לזכור: כוח הכבידה, הפועל על גוף נתון, ייחשב כקבוע בקו רוחב מסוים וקרוב לפני הקרקע בלבד. אם נגביה גוף או נעבירו לנקודה הנמצאת בקו רוחב אחר, ישתנו תאוצת הנפילה החופשית וכוח הכבידה.

על בסיס הנוסחה $F = mg$ אפשר למדוד מסה באופן פשוט ונוח: על-ידי השוואת מסת גוף נתון עם יחידת מסה תקנית. יחס המסות של שני גופים שווה ליחס כוחות הכבידה הפועלים על הגופים:

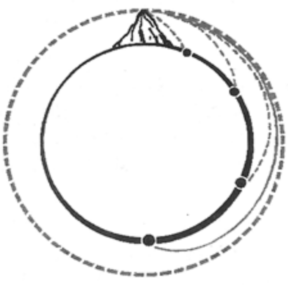
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_1}{F_2} \qquad (4.2)$$

משמעות הדבר היא, שמסות הגופים שוות, אם כוחות הכבידה הפועלים עליהן שווים אף הם. על עיקרון זה מבוסס אופן מדידת מסות באמצעות שקילה במאזני קפיץ או במאזני מנוף: כאשר מאזנים את כוח העקה, שבו פועל הגוף הנשקל על צלחת המאזניים, בכוח העקה של המשקולות המונחות על הצלחת האחרת, משיגים גם את שוויון המסות.

כוח הכבידה העולמי

ניוטון היה הראשון שהוכיח, שלנפילת אבן אל הקרקע, לתנועת הירח סביב כדור הארץ ולתנועת כוכבי הלכת סביב השמש – לכל התופעות האלה יש סיבה אחת: כוח כבידה, הפועל בין כל הגופים שביקום. להלן ציטוט מהלך מחשבותיו, המופיע בספרו המפורסם **היסודות המתמטיים של הפילוסופיה הטבעית**: "האבן שנזרקה אופקית תסטה ממסלולה הישר בהשפעת כוח הכבידה, תעוף בעקומה ולבסוף תיפול על האדמה. אם נזרוק אותה במהירות גבוהה יותר, היא תיפול רחוק יותר" (ציור 79).

ניוטון הגיע למסקנה, שאילו לא היתה התנגדות אוויר למעוף האבן, הרי מסלול האבן, שנזרקה מפסגת הר גבוה במהירות מסוימת, היה משתנה: האבן אף פעם לא תחזור אל פני הקרקע, אלא תנוע סביב כדור הארץ בדומה לכוכבי הלכת, הנעים במסלולם סביב השמש.



ציור 79

לדעתו של **ניוטון**, תנועת הירח סביב כדור הארץ ותנועת כוכבי הלכת סביב השמש הן הליך של נפילה חופשית שמתרחשת כבר מיליארדי שנה. הסיבה לנפילות אלה (אם מדובר בנפילת אבן על קרקע או בתנועת כוכבי הלכת במסלולם סביב השמש) היא כוח הכבידה.

כמו לכל הגופים, גם לירח מעניק כדור הארץ תאוצה שאינה תלויה במסת הירח. מסלול תנועתו של הירח ידוע היטב, כלומר בכל רגע ידוע מקומו של הירח יחסית לארץ. לפי נתונים אלה ניתן לחשב את תאוצתו באמצעות המשוואות הקינמטיות. מתברר שהיא בערך פי 3,600 (60^2) קטנה יותר מתאוצת הנפילה החופשית קרוב לפני הקרקע. המרחק לירח שווה בערך ל-60 רדיוסי כדור הארץ. מכאן אפשר להגיע למסקנה חשובה ביותר: התאוצה, שמעניק כוח המשיכה של כדור הארץ לגוף כלשהו, נמצאת ביחס הפוך לריבוע מרחקו של הגוף ממרכז כדור הארץ:

$$a = \frac{c_1}{R^2}$$

כאשר: c_1 – מקדם הפרופורציה, הזהה עבור כל גוף.

מחקר התנועה של כוכבי הלכת במסלולם מלמד, שתנועה זו נקבעת על-ידי כוח המשיכה לשמש, הפועל על כוכבי הלכת. על סמך מדידות רב-שנתיות מקיפות של האסטרונום הדני **טיכו ברהא** ניסח **יוהנס קפלר** הגרמני את חוקי התנועה הקינמטיים של כוכבי הלכת. בעזרתם מצא **ניוטון**, שהשמש מעניקה לכל הפלנטות תאוצה, הנמצאת ביחס הפוך לריבוע המרחק מכוכב הלכת לשמש:

$$a = \frac{c_2}{R^2} \qquad (4.3)$$

הקבוע c_2 זהה לכל הפלנטות הסובבות סביב השמש, ואינו שווה לקבוע c_1 בתאוצה שמעניק כדור הארץ לגופים שנעים סביבו.

מנתונים אלה נובע שבשני המקרים (המשיכה לארץ והמשיכה לשמש) מעניק כוח הכבידה לכל הגופים תאוצה שאינה תלויה במסות הגופים, והיא הולכת וקטנה ביחס הפוך לריבוע המרחק שבין הגוף לגרם השמימי המושך.

§33 חוק הכבידה העולמי

אפשר רק לדמיין את ההתרגשות שאחזה ב**ניוטון**, כאשר הגיע למסקנה החשובה: סיבה אחת גורמת לתופעות מגוונות ורבות: מנפילת האבן הנזרקת לאדמה עד תנועת גופי ענק בחלל. ניוטון מצא את הסיבה לתופעות אלה, והצליח לבטא אותה באמרה אחת: **חוק הכבידה העולמי**.

מכיוון שכוח הכבידה העולמי מקנה לכל הגופים אותה תאוצה ללא תלות במסתם, חייב הוא להימצא ביחס ישר למסת הגוף שעליו הוא פועל:

$$F = \frac{c \cdot m}{R^2}$$

מכיוון שכדור הארץ פועל על הירח בכוח הנמצא ביחס ישר למסת הירח, חייב גם הירח לפעול על כדור הארץ באותו שיעור של כוח בהתאם לחוק השלישי של **ניוטון**. כוח זה חייב אף הוא להימצא ביחס ישר למסת כדור הארץ. אם כוח הכבידה הוא אכן אוניברסלי, פועל כל גוף על גוף אחר בכוח, הנמצא ביחס ישר למסת הגוף האחר. לפיכך כוח הכבידה העולמי יימצא ביחס ישר למכפלת המסות של שני הגופים, הפועלים האחד על משנהו. מכאן נובעת הגדרת **חוק הכבידה העולמי**:

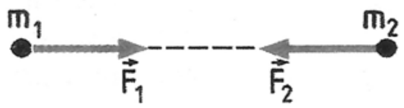
כוח המשיכה ההדדי שבין שני גופים נמצא ביחס ישר למסות של שני הגופים וביחס הפוך לריבוע המרחק ביניהם:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} \qquad (4.5)$$

המקדם G מכונה **קבוע הכבידה העולמי**.

ערכו המספרי של קבוע הכבידה העולמי שווה לכוח המשיכה בין שני גופים נקודתיים, כל אחד בעל מסה 1 ק״ג, כאשר המרחק ביניהם שווה ל-1 מטר. אם נציב את ערכי המסות והמרחק ($m_1=m_2=1\ kg,\ \ R=1\ m$) בנוסחה, נקבל: $G = F$ (היחידות של G ו- F יהיו כמובן שונות, רק הערכים המספריים שווים!).

חשוב לזכור: חוק הכבידה העולמי, כפי שהוא מבוטא על-ידי הנוסחה (4.5), מתקיים במדויק רק עבור גופים נקודתיים.



ציור 80

במקרה זה מכוונים כוחות המשיכה לאורך הקו המחבר גופים אלה (ראו ציור 80). כוחות מסוג זה מכונים **כוחות מרכזיים**.

ניתן להוכיח שגופים, שמבנם אחיד וצורתם כדורית, נמשכים בכוח המתואר בנוסחה (4.5) – אף שמידותיהם אינן קטנות יחסית למרחק שביניהם. במקרה זה הערך R שבנוסחה הוא המרחק שבין מרכזי הכדורים. בדרך כלל חוקרים אנו גופים בנפילתם אל הקרקע, והם קטנים בהרבה מרדיוס כדור הארץ (R~6400 km). בגופים אלה ניתן לטפל כבגופים נקודתיים ולחשב את כוח המשיכה אל כדור הארץ בעזרת החוק (4.5), כאשר R – המרחק מהגוף למרכז כדור הארץ.

מדידת קבוע הכבידה העולמי

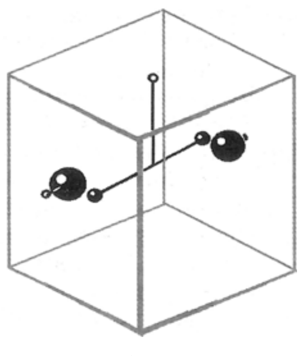
עתה נברר כיצד ניתן למצוא את מהותו הפיזיקלית של קבוע הכבידה העולמי. קבוע זה אינו מספר טהור, אלא יש לו יחידות, שכן יחידות כל הערכים שבחוק הכבידה היו ידועות קודם לכן. חוק הכבידה העולמי מגלה קשר חדש בין ערכים ידועים בעלי יחידות מסוימות, ולכן היחידות של הקבוע G נגזרות מהנוסחה (4.5) באמצעות חילוצו:

$$[G] = \frac{N\cdot m^2}{kg^2} = \frac{m^3}{kg\cdot sec^2}$$

כדי לחשב את הערך המספרי של G יש לדעת את כל הערכים, המופיעים בחוק הכבידה העולמי: שתי מסות, כוח ומרחק. לצורך זה אי-אפשר להשתמש בתצפיות אסטרונומיות, מכיוון שאת המסות של השמש, של כוכבי הלכת ושל כדור הארץ אפשר לחשב רק על בסיס חוק הכבידה העולמי עצמו, אם ידוע ערך הקבוע G!

יש להעביר את הניסוי אל כדור הארץ ולמדוד את כוח המשיכה שבין גופים, שאת מסותיהם ניתן למדוד באמצעות מאזניים.

העובדה, שכוחות המשיכה בין גופים בעלי מסות לא גדולות הם קטנים מאוד, מהווה קושי ניסויי: הרי איננו חשים כלל משיכה לגופים הסובבים אותנו, וגם אין מבחינים במשיכה ההדדית בין גופים אחרים



ציור 81

– אף-על-פי שכוח המשיכה פועל בין כל הגופים באשר הם.

שני בני אדם, כל אחד בעל מסה של 60 ק״ג, הנמצאים במרחק מטר האחד מהאחר, יימשכו בכוח של כ- 10^{-9} ניוטון בלבד! כוחות המשיכה הכובדית כה חלשים משום הערך המזערי של קבוע הכבידה. כדי למדוד את ערכו יש אפוא לערוך ניסויים עדינים ומדויקים ביותר.

לראשונה נמדד קבוע הכבידה העולמי בידי הפיזיקאי האנגלי **הנרי קוונדיש** בשנת 1798 באמצעות המכשיר מאזני פיתול (ראו את מבנה המכשיר בציור 81): מוט קל, ובקצותיו שתי משקולות, תלוי בקצה חוט אלסטי דק. בסמוך, ממול למשקולות, מונחים שני כדורים כבדים. בין המשקולות לכדורים פועלים כוחות משיכה, ובהשפעתם מסתובב המוט ומפתל את החוט. זווית הפיתול תלויה בגודל כוח המשיכה ובתכונות האלסטיות של החוט. כאשר אלה ידועים, ניתן לחשב את כוח המשיכה, כי מסות כל הגופים ידועות, ואת המרחק בין מרכזי הכדורים לבין מרכזי המשקולות ניתן למדוד.

מהניסויים האלה התקבל הערך הבא של קבוע הכבידה:

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

רק כאשר מסות הגופים ענקיות (או לפחות מסת אחד הגופים גדולה מאוד), מגיע כוח המשיכה לערכים גדולים – למרות ערכו הקטן מאוד של קבוע הכבידה. למשל: כדור הארץ והירח נמשכים זה לזה בכוח $F \approx 2 \cdot 10^{20}\ N$.

תלות תאוצת הנפילה החופשית בקו הרוחב הגיאוגרפי

אחת הסיבות להגדלת התאוצה של הנפילה החופשית, כאשר מעבירים גוף מקו המשווה לקוטב, היא שכדור הארץ ״מְחוּץ״ (פחוס) במידת-מה בקטבים, כלומר המרחק ממרכז הכדור עד לפני השטח קטן בקטבים לעומת זה שבקו המשווה. סיבה משמעותית יותר היא סיבובו של כדור הארץ סביב צירו (אולם לא נעסוק כאן ועתה בנושא מורכב זה).

שוויון המסה האינרציאלית למסת הכבידה

לכוחות הכבידה יש תכונה מדהימה ביותר: הם מקנים לכל הגופים תאוצה שווה, ללא תלות במסתם. האם הייתם מאמינים שבעיטת כדורגלן היתה מקנה תאוצה שווה לכדור רגיל ולמשקולת ברזל? נראה כבלתי אפשרי; אבל כדור הארץ

הוא "כדורגלן" בלתי רגיל כזה, אך השפעתו על גופים איננה מכה קצרה, אלא נמשכת מיליארדי שנה!

תכונה מפתיעה זו של כוח הכבידה מוסברת בכך, שכוח זה נמצא ביחס ישר למסות של שני הגופים. אם נחשוב על כך לעומק, עובדה זו מפתיעה: המסה, המופיעה בחוק השני של **ניוטון**, מגדירה את תכונות ההתמד של הגוף, כלומר את יכולתו לנוע בתאוצה בהשפעת כוח נתון. מסה זו הגיוני לכנות **מסת ההתמד** ולסמנה ב- m_i (inertial).

לכאורה מה הקשר שלה ליכולת הגופים למשוך זה את זה? את המסה, הקובעת את יכולתם של גופים להימשך האחד לאחר, נכון היה לכנות: **מסת הכבידה** m_G.

מן המכניקה הניוטונית לא נובע, שמסת ההתמד שווה למסת הכובד:

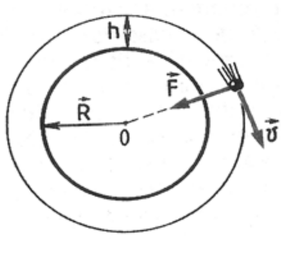
$$m_i = m_G \qquad (4.6)$$

ברם, השוויון (4.6) הוא מסקנה ישירה של הניסיון. משמעותו שאפשר להתייחס למסת גוף כאל מידה כמותית, הן של תכונות ההתמדה והן של הכבידה.

§34 מהירות המילוט הראשונה

נחשב את המהירות שיש להעניק ללוויין, כדי שינוע במסלול מעגלי בגובה h מעל פני כדור הארץ.

בגובה רב מעל פני כדור הארץ, ובהיעדר אוויר, פועל על הלווין כוח משיכה $\vec{F}$ בלבד, והוא מכוון למרכז כדור הארץ (ציור 82).



ציור 82

לפי החוק השני של ניוטון: $ma = F$.

התאוצה הצנטריפטלית של הלוויין מנוסחת כך:

$$a = \frac{v^2}{R + h}$$

כאשר: h – גובה הלוויין מעל פני הקרקע.

הכוח, הפועל על הלוויין בהתאם לחוק הכבידה העולמי, שווה: $F = G\,\dfrac{mM}{(R + h)^2}$

כאשר: M – מסת כדור הארץ.

לאחר הצבת הערכים של F ושל a בנוסחת החוק השני של ניוטון נקבל:

$$\frac{mv^2}{R+h} = \frac{GmM}{(R+h)^2}$$

מכאן נחלץ:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \qquad (4.7)$$

מהנוסחה שהתקבלה נובע, שמהירות הלוויין תלויה בגובהו מעל פני הקרקע: ככל שגובה זה רב יותר, תהיה מהירות התנועה במסלול המעגלי קטנה יותר. נדגיש: מהירות זו אינה תלויה במסת הלוויין. לכן יכול כל גוף להפוך ללוויין של כדור הארץ, אם נעניק לו מהירות מתאימה.

לדוגמה: בגובה $h = 2000\ km = 2x10^6$ תהיה המהירות $v \approx 6900\ \frac{m}{sec}$.

המהירות, שיש להעניק לגוף קרוב לפני כדור הארץ כדי שיהפוך ללוויין הנע במסלול מעגלי, מכונה מהירות המילוט הראשונה.

את מהירות המילוט הראשונה v_1 ניתן למצוא מהנוסחה (4.7), אם נניח $h = 0$:

$$v_1 = \sqrt{G\frac{M}{R}} \qquad (4.8)$$

נציב בנוסחה את הערך של G ואת הערכים M ו-R עבור כדור הארץ, ונקבל את מהירות המילוט הראשונה עבור לוויין של כדור הארץ:

$$v_1 \approx 8\ \frac{km}{sec} = 8\cdot 10^3\ \frac{m}{sec}$$

אם נעניק לגוף מהירות כזאת בכיוון אופקי בסמוך לפני הקרקע, אזי בהיעדר אטמוספרה הוא יהפוך ללוויין, המסתובב במסלול מעגלי הקרוב מאוד לקליפת הכדור.

את המהירות הזאת מסוגלים להעניק ללוויינים טילים בעלי עוצמה רבה.

כיום מסתובבים סביב כדור הארץ ובסמוך לקליפתו לוויינים רבים. במשך עשרות השנים האחרונות שוגרו לוויינים מעשה ידי אדם לירח, לנוגה, למאדים ולשבתאי.

כל גוף עשוי להיות לוויין של גוף אחר (של פלנטה), אם נעניק לו מהירות מתאימה.

כיצד נעים כוכבי הלכת (הפלנטות)? ניתן להשיב בקצרה: בהתאם לחוק הכבידה העולמית; הרי כוחות הכבידה הם הכוחות היחידים הפועלים על כוכבי הלכת.

מכיוון שמסות כוכבי הלכת קטנות בהרבה בהשוואה למסת השמש, אזי כוחות המשיכה בין כוכבי הלכת לבין עצמם כמעט ואינם משפיעים על תנועתם. כל כוכב לכת נע כפי ש"מכתיב" לו כוח הכבידה, הפועל בינו לבין השמש.

חוקי התנועה של כוכב לכת סביב השמש נקבעים על-ידי חוק הכבידה העולמית.

הגילויים באשר לחוקי התנועה של כוכבי הלכת נוסחו לראשונה על-ידי האסטרונום הגרמני **יוהנס קפלר**, לפני גילוייו של **ניוטון**, וללא ידיעת חוק הכבידה. **קפלר** צפה בתנועות הכוכבים במשך יותר מ- 20 שנה, וסיכם את תוצאות התצפיות בניסוח חוקים המגדירים את תנועתם.

ניעזר בחוק הכבידה העולמית כדי "להוכיח" אותם, כפי שעשה בזמנו ניוטון.

מהתצפיות של **קפלר** התברר שמסלולי כוכבי הלכת קרובים מאוד למעגליים.

השאלה המתבקשת: כיצד קשור משך זמן המחזור של סיבוב כוכב הלכת סביב השמש לרדיוס המסלול?

כוח המשיכה הפועל על כוכב לכת בהשפעת השמש שווה ל-

$$F = G\frac{mM}{r^2}$$

כאשר: m – מסת כוכב הלכת; M – מסת השמש; r– המרחק ביניהם.

על-פי החוק שניסח **ניוטון**, מעניק כוח זה לכוכב הלכת תאוצה:

$$a = \frac{F}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

מכיוון שמסלול התנועה מעגלי, תאוצה זו היא התאוצה הצנטריפטלית:

$$G\frac{M}{r^2} = a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$$

כאשר: ω – תדירות סיבובית; T – מחזור הסיבוב.

מכאן מחלצים את משך זמן המחזור :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

הביטוי הכופל את r^3 מכיל את הערכים המאפיינים את השמש, והוא שווה עבור כל כוכב לכת הסובב סביבה.

לכן עבור שתי פלנטות כלשהן נקבל :

$$\frac{{T_1}^2}{{T_2}^2} = \frac{{r_1}^3}{{r_2}^3}$$

שוויון זה מכונה **החוק השני של קפלר**.

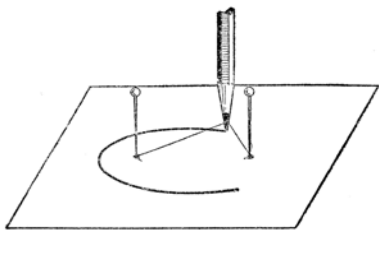
חוק זה משווה את היחס שבין ריבועי משך זמן המחזור ליחס שבין החזקות השלישיות של רדיוסי המסלול עבור שני כוכבי לכת כלשהם.

כאמור, חוק זה נוסח לראשונה על-ידי **קפלר**, ומאוחר יותר הסביר אותו **ניוטון** באמצעות חוק הכבידה העולמית.

תנועה מעגלית של גוף שמימי סביב גוף אחר היא רק אחת מהאפשרויות.

מסלולי התנועה של גוף סביב גוף אחר בהשפעת כוח הכבידה יכולים להתרחש באופנים שונים; אולם כפי שמוכיח החישוב וכפי שגילה **קפלר**, כל המסלולים שייכים לקבוצה אחת של עקומות המכונות **אליפטיות**.

אם נקשור חוט רפה לשתי סיכות הנעוצות בדף נייר, נמתח אותו באמצעות חוד של עיפרון ונצייר עקומה כך שהחוט יישאר מתוח, אזי תתקבל עקומה המכונה **אליפסה**. הנקודות שבהן תקועות הסיכות מכונים **מוקדים**.



ציור 34א

אם אורך החוט הרפה יהיה גדול בהרבה מהמרחק שבין הסיכות, תהיה האליפסה קרובה מאוד למעגל.

החוק הראשון שניסח **קפלר** קובע שכוכבי לכת נעים במסלולים אליפטיים, כאשר השמש נמצאת באחד המוקדים.

האליפסות, שבהן נעים כוכבי הלכת, קרובים מאוד למעגלים. המסלול השונה ביותר ממעגל הוא של כוכב הלכת הקרוב ביותר לשמש, כוכב חמה (מרקורי), שבמסלולו הקוטר הארוך של האליפסה גדול ב- 2% מהקוטר הקצר.

אולם קיימים גופים שמימיים אחרים, הנעים במסלולים מוארכים מאוד. לגופים הנעים במסלולים אלה שייכים כוכבי שביט, ה"מבקרים" את מערכת השמש אחת לכמה שנים.

כאשר כוכב שביט מתקרב לשמש מהירותו גדלה, וכאשר הוא מתרחק ממנה פוחתת מהירותו. קל להסביר תצפית זו: הרי כוח המשיכה גדל ביחס הפוך לריבוע המרחק שבין כוכב השביט לשמש, עם הכוח גדלה התאוצה, ועמה גדלה המהירות.

חוק שינוי מהירות הגוף, הנע סביב השמש, בתלות המרחק למוקד שבו נמצאת השמש מצא את ביטויו בחוק השני שניסח **קפלר**:

רדיוס-וקטור של כוכב לכת הנע במסלול אליפטי, כאשר באחד המוקדים נמצאת השמש, עובר גזרה אליפטית בפרק זמן מסוים. החוק השני של **קפלר** קובע, ששטח הגזרה במקומות שונים של המסלול זהה בפרקי זמן זהים, כלומר, הרדיוס-וקטור מכסה שטחים שווים במשכי זמן שווים.

אחת מההשלכות של חוק זה היא העובדה, שמהירותו של כל כוכב לכת גבוהה יותר כאשר קרוב הוא לשמש, כאשר גודלו של הרדיוס-וקטור קטן יותר; וכדי ששטח הגזרה יישאר קבוע בפרק זמן מסוים, אורך הקשת שעוברת הפלנטה בפרק זמן זה צריך להיות ארוך יותר, וכך גם המהירות בה משייט הכוכב.

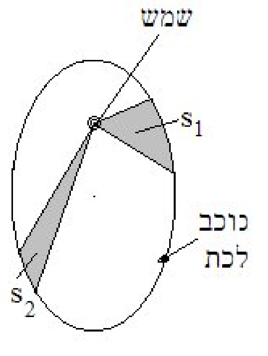
לסיכום, שלושת **חוקי קפלר** הם:

החוק הראשון

כוכבי לכת נעים במסלולים אליפטיים, כאשר השמש נמצאת באחד ממוקדי האליפסה.

החוק השני

רדיוס-וקטור, המחבר את מרכז השמש עם מרכז כוכב הלכת, מכסה שטחים שווים בפרקי זמן שווים: $S_1 = S_2$.



ציור 34ב

החוק השלישי

המרחק מכוכב לכת לשמש R ומשך זמן מחזור הסיבוב T של כוכב הלכת קשורים בביטוי:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

או

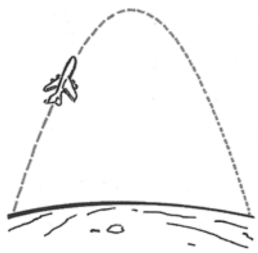
$$\frac{{T_1}^2}{{T_2}^2} = \frac{{r_1}^3}{{r_2}^3}$$

§35 כוח הכבידה ומשקל
הֶעדר משקל

בעקבות שוויון התאוצות, שמקנה הארץ לכל הגופים, תיתכן תחושה של הֶעדר משקל בנפילה חופשית של גופים.

נדמיין מטוס הממריא אל על; למטוס ולנוסעים שבו אותה מהירות. אילו ברגע מסוים היה ניתק המגע בין המטוס לבין האוויר, היו המטוס, הנוסעים וכל החפצים שבתוכו נופלים בנפילה חופשית באותה התאוצה, המכוונת למרכז כדור הארץ. תנועה זו היתה מתרחשת במסלולים פרבוליים זהים (ציור 83).

זה מצב של הֶעדר משקל: הטייס נופל בתא הטייס, ובאותה תאוצה נופלות הדפנות, הרצפה ותקרת התא. כתוצאה מכך ירחף הטייס באופן חופשי **בלא שייגע במצוי סביבו, אף לא יעיק עליו**.



ציור 83

הניסויים, שבהם מתרחש מצב של העדר משקל, בוצעו פעמים רבות. לדוגמה: מטוס מאיץ ומרגע מסוים הוא נע במסלול פרבולי הזהה לזה שהיה קורה בריק. בתא הטייס מתחילות להתרחש תופעות בלתי רגילות: מטוטלת השעון עוצרת במצב נטוי, מים שנשפכו מכוס נשארים באוויר בצורת בועה גדולה, ולידה "קפואים" כל החפצים שבתא ללא תלות בגודלם ובמסתם, כאילו תלויים הם בחוטים בלתי נראים.

אותן תופעות מתרחשות בחללית, הסובבת את כדור הארץ במסלול יציב. בגובה

רב מעל פני כדור הארץ אין אוויר, ולכן אין צורך לקזז את התנגדותו על-ידי פעולת המנועים. הטיסה ממשיכה כך ימים רבים.

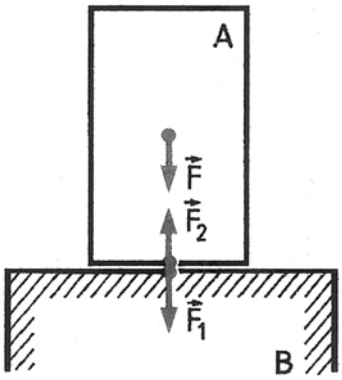
גם אתם יכולים להביא את גופכם למצב של העדר משקל. כל שעליכם לעשות הוא לקפוץ. במשך פרק זמן קצר – כאשר על הגוף יפעל כוח הכבידה בלבד – תהיו במצב של העדר משקל, הזהה לזה שחשים הקוסמונאוטים והאסטרונאוטים בתא החללית.

נלמד עתה במה שונה כוח המשיכה מהמשקל; ומדוע נעדר המשקל במשך הנפילה החופשית – בעוד כוח הכבידה קיים.

כוח המשיכה הכובדית הוא הכוח, שבו מושך כדור הארץ את הגוף הנמצא על פני שטחו או קרוב לפניו. למושג **משקל** משמעות אחרת לגמרי: **המשקל הוא הכוח, שבו הגוף פועל על משטח אופקי, שעליו הוא נמצא, או על קצה חוט, שבו הוא תלוי.**

המשקל אינו אפוא כוח טבע מיוחד, אלא השם שניתן לכוח אלסטי במקרה מאוד מסוים.

המשקל פועל במישרין על צלחת של מאזני קפיץ ומותח את הקפיץ; בהשפעת הכוח הזה זז גם המנוף של מאזני המנוף. נסביר את הנאמר באמצעות דוגמה פשוטה.



ציור 84

נניח שגוף A נמצא על תומך אופקי B (ציור 84) – למשל צלחת מאזניים. נסמן את כוח הכובד ב- $\vec{F}$, ואת הכוח שמפעיל הגוף על התומך ב-$\vec{F}_1$. גודלו של כוח תגובת התומך $\vec{F}_2$ שווה לגודל כוח המשקל $\vec{F}_1$. הכוח $\vec{F}_2$ פועל בכיוון הנגדי לכוח המשקל $\vec{F}_1$. נדגיש: הכוח של תגובת התומך פועל על הגוף המונח עליו.

בזמן שכוח הכובד $\vec{F}$ נוצר בפעולה הדדית בין הארץ לבין הגוף, נוצר כוח המשקל $\vec{F}_1$ כתוצאה מפעולה הדדית אחרת לגמרי: בין הגוף A לבין התומך B. לכן יש לכוח המשקל תכונות שונות מאלה של כוח הכובד, והחשובה ביותר ביניהן:

גודלו של כוח המשקל תלוי בתאוצת התומך. בהעברת הגוף מהקוטב לקו המשווה משתנה משקלו עקב התאוצה הצנטריפטלית, הקשורה בסיבוב היומי של כדור הארץ, בה נתון התומך.

ננתח מקרה מוחשי מעט יותר:

גוף מונח על צלחת של מאזני קפיץ בתוך מעלית, הנעה בתאוצה $\vec{a}$. בהתאם לחוק השני של ניוטון:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_2$$

כאשר: m – מסת הגוף; $\vec{F}$ - כוח הכובד; $\vec{F}_2$ - תגובת הצלחת התומכת.

את הציר Oy של מערכת הצירים הקשורה בארץ נכוון כלפי מטה. משוואת התנועה להיטלי התאוצה והכוחות על ציר זה היא:

$$ma_y = F_y + F_{2y}$$

אם התאוצה מכוונת כלפי מטה, אזי לאחר שנבטא את רכיבי הווקטורים באמצעות ערכיהם המוחלטים נקבל:

$$ma = F - F_2$$

מכיוון שלפי החוק השלישי של ניוטון $F_2 = F_1$, נקבל:

$$ma = F - F_1$$

מכאן ברור שבמקרה אחד בלבד, כאשר $a = 0$ שווה כוח המשקל $\vec{F}_1$ לכוח משיכת הגוף אל כדור הארץ ($F_1 = F$). אם $a \neq 0$, נקבל:

$$F_1 = F - ma = m(g - a)$$

אם כן, משקל הגוף תלוי בתאוצה שבה נע התומך.

כאשר המעלית נופלת באופן חופשי, דהיינו $a = g$, אזי: $F_1 = F\,(g - g) = 0$

במצב של העדר משקל לא מפעילים הגופים כוח על התומך, ולכן לא פועל עליהם כוח התגובה של התומך. במצב זה חשים "אובדן משקל" – כאילו נעלם כוח המשיכה של כדור הארץ.

?

1. **מהו השוני העיקרי בין כוח הכבידה לכוחות אחרים?**
2. **האם מתקיים חוק הכבידה העולמי עבור גופים בעלי צורה כלשהי?**

חוקי קפלר

3. אילו כוחות נקראים כוחות מרכזיים?

4. מה הן היחידות של קבוע הכובד G?

5. מהי הסיבה שכדור הארץ מקנה לכל הגופים, ללא תלות במסתם, תאוצה שווה?

6. מהו מצב "העדר משקל"?

7. מהו משקלו של גוף?

8. האם צנחן נמצא במצב של העדר משקל בעת הצניחה?

כוחות אלסטיים

§36 עיוות וכוחות אלסטיים

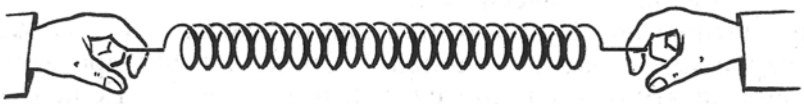
כוחות הכבידה פועלים תמיד בין גופים. אין צורך להפעיל אותם וגם אין אפשרות לבטלם בדרך כלשהי. במובן זה שונים הכוחות האלסטיים מכוחות הכבידה.

כדי שגופים שונים או חלקים שונים של אותו גוף יפעלו זה על זה באמצעות כוחות אלסטיים, חייב להתקיים תנאי אחד: הגופים צריכים להיות מעוותים.

עיוות הוא שינוי בנפח הגוף או בצורתו.

הכוחות האלסטיים נוצרים אך ורק תוך כדי עיוות גופים. עוצמתם תלויה בגודל העיוותים.

כדי שגומי או קפיץ יפעילו כוח כלשהו, יש למתוח אותם, כלומר לעוותם (ציור 85).



ציור 85

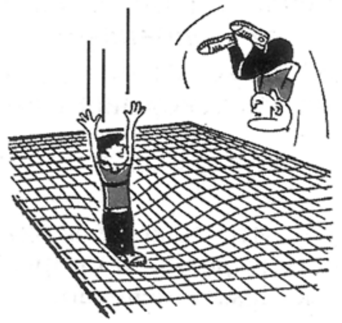
כדי שטרמפולינה תקפיץ להטוטן, יש לעקם אותה (ציור 86). עיקום המשטח נוצר עקב נפילת הלהטוטן מגובה כלשהו על הטרמפולינה. כאשר נעלם העיוות, נעלם גם הכוח האלסטי. גופים מוצקים מתנגדים לשינוי נפחם וצורתם, ובכל ניסיון לעוות אותם נוצרים בהם כוחות אלסטיים המתנגדים לשינוי בנפחם ובצורתם.

נוזלים אינם שומרים על צורתם. מזיגת מים מקנקן לכוס לא תגרום להופעת כוחות אלסטיים.

לעומת זאת, נסו לדחוס נוזל בתוך משאבה או בבקבוק – והכוח האלסטי יופיע מיד.

באופן דומה יופיע כוח אלסטי, כאשר דוחסים אוויר במשאבה.

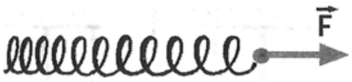
לסיכום: כוחות אלסטיים נוצרים תמיד תוך כדי ניסיון לשנות נפח או צורה של גוף מוצק, לשנות נפח של נוזל, ולהפעיל לחץ על גז.



ציור 86

עיוות הגוף נוצר כאשר חלקים שונים שלו מבצעים העתקים שונים. לדוגמה: כאשר אתם מותחים חוט גומי, חלקים שונים שלו זזים למרחקים שונים. למרחק הכי גדול מועתקים הקצוות, ואילו החלק האמצעי נותר במקומו. כך החוט מתעוות ונוצרים בו כוחות אלסטיים.

עניין רב מהווה עיוות קפיץ, המונח באופן חופשי על השולחן, ושמופעל עליו כוח בקצהו האחד: בעת הפעלת הכוח יהיו מתוחים יותר החלקים הקרובים לנקודת האחיזה של הכוח החיצוני (ציור 87).



ציור 87

בסמוך לנקודת האחיזה פועל הכוח האלסטי שבקפיץ, שמעניק תאוצה לכל מסת הקפיץ; אך סמוך לקצה החופשי של הקפיץ מעניק הכוח האלסטי שבקפיץ אותה תאוצה למסה קטנה יותר של הגוף, לחלקו הנותר של הקפיץ, ומכאן – בכוח קטן יותר; לכן עיוותו של הקפיץ סמוך לקצה החופשי קטן יותר.

כך, בבלימת גוף נע באמצעות כוח המופעל על אחד מחלקי הגוף, נוצרים עיוותים ומתגלים כוחות אלסטיים.

בנפילת כדור גומי ובפגיעתו בקרקע נבלמים החלקים התחתונים של הכדור באופן חד, בעוד חלקיו העליונים ממשיכים לנוע מטה עקב התמדתם. כתוצאה מכך מתעוות הכדור, ונוצרים כוחות אלסטיים הבולמים אותו. מאחר שהעיוות רב יותר בחלקו התחתון של הכדור, יהיו הכוחות האלסטיים שם חזקים יותר.

להבדיל מכוחות הכבידה, הפועלים תמיד בין הגופים, להיווצרות כוחות אלסטיים דרוש תנאי: הגופים חייבים להיות מעוותים.

§37 חוק הוק

כאשר העיוותים קטנים, הקשר בין הכוח האלסטי לבין גודל העיוות הוא פשוט. את החוק המקשר ביניהם גילה אגב ניסוי המדען האנגלי **רוברט הוק**, בן-זמנו של **ניוטון**.

קל להבין את **חוק הוק** עבור עיוות אלסטי קטן של חוט גומי, הנמתח בהשפעת כוח המופעל בקצהו.

נניח שבמצב רפוי אורך חוט הגומי הוא l_0 (ציור 88א). את ציר הקואורדינטות Ox נכוון לאורך החוט, ואת ראשית הציר נקבע בגובה קצה החוט התחתון, כאשר החוט במצב רפוי. בהשפעת הכוח המופעל על החוט (השווה למשקל הצלחת עם המשקולות המונחות בה) יתארך החוט לאורך l, וקואורדינטת הקצה התחתון תהיה שווה ל-x (ציור 88ב).

הכוח האלסטי של החוט המתוח יאזן את כוח הכבידה הפועל על הצלחת והמשקולות. נסמן את התארכות החוט ב- Δl:

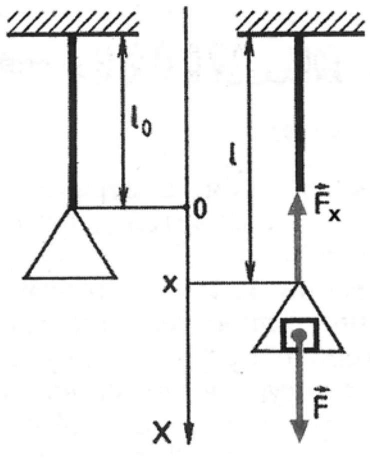
$$\Delta l = l - l_0 = x \qquad (4.9)$$

על-ידי הוספת משקולות במהלך הניסוי ניתן להיווכח ביחס הישר שבין הכוח האלסטי לבין שינוי אורך חוט הגומי. זו המהות של **חוק הוק**:

בעיוות אלסטי של התארכות (או של התקצרות), נמצא גודל הכוח האלסטי ביחס ישר לערך המוחלט של שינוי אורך הגוף.

חוק הוק נרשם בצורה הבאה:

$$F = k\,|\Delta l| = k\,|x|$$



א) ב)

ציור 88

מקדם הפרופורציה k מכונה **מקדם האלסטיות** או **קשיחות**. מכיוון שסימני

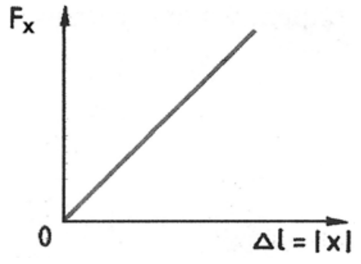
הקואורדינטה x והיטל הכוח האלסטי על ציר Ox מנוגדים, אפשר לרשום גם כך:

$$F_x = -kx \qquad (4.11)$$

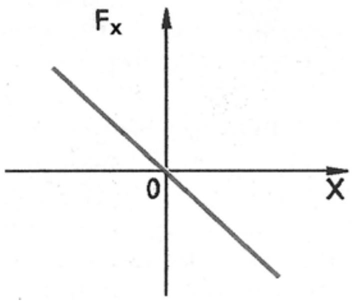
בחוקיות זאת אפשר להיווכח בניסויי התארכות של מוטות מפלדה, מברזל, מאלומיניום ושל מוטות של גופים מוצקים אחרים. גם עיוות הקפיץ הסלילוני האלסטי מתואר על-ידי חוק הוק.

התלות של גודל הכוח האלסטי בערך המוחלט של העיוות $|x|$ מתוארת בציור 89;

התלות של היטל הכוח האלסטי F_x ב-x מתוארת בציור 90.



ציור 89



ציור 90

חוק הוק מתקיים במדויק בעיוותים קטנים בלבד. בעיוותים גדולים כבר אין שינוי האורך ביחס ישר לכוח המופעל, ובעיוותים גדולים מאוד הגוף נהרס.

?

1. **באיזה תנאי נוצרים כוחות אלסטיים?**
2. **איך נוצרים עיוותים בגופים?**
3. **מדוע קפיצת להטוטן על טרמפולינה מגובה רב אינה מסוכנת?**
4. **מדוע מקטין השימוש בבולמי זעזועים את רעידות המכונית?**
5. **באילו תנאים מתקיים חוק הוק?**

§38 תפקיד כוחות החיכוך

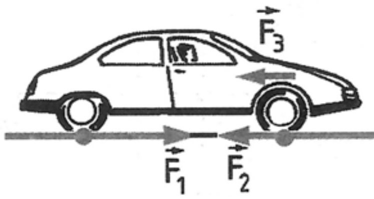
סוג נוסף של כוחות בעלי חשיבות רבה במכניקה הוא **כוחות החיכוך**. כוחות אלה פועלים במקביל לכיוון תנועת משטחי גופים, הנמצאים במגע ישיר.

השוני העיקרי בין כוחות החיכוך לבין כוח הכבידה והכוחות האלסטיים הוא בתלות כוח החיכוך במהירות היחסית שבין משטחי הגופים הנמצאים במגע.

כוחות החיכוך מתנגדים לתנועה היחסית של הגופים הנמצאים במגע. בתנאים מסוימים מונעים כוחות החיכוך את התנועה בכלל. תפקידם של כוחות החיכוך אינו רק בבלימה של תנועת הגוף; בכמה מקרים חשובים מאוד לא היתה התנועה יכולה להיווצר ללא פעולתם של כוחות החיכוך.

ציור 91 ממחיש את חשיבותם של כוחות החיכוך. כוח החיכוך $\vec{F}_2$, הפועל מצדו של משטח הכביש על הגלגלים הקדמיים של מכונית נוסעת, וכוח התנגדות האוויר $\vec{F}_3$ מכוונים לאחור ועשויים לתרום לבלימת תנועת המכונית. הכוח החיצוני היחיד, שעשוי להגביר את מהירות המכונית, הוא כוח החיכוך $\vec{F}_1$, הפועל על הגלגלים האחוריים (במקרה של הנעה אחורית). אילו לא היה קיים כוח זה, היתה המכונית עומדת במקום, אף אם היו מסתובבים גלגליה.

בדומה לכך כוח החיכוך, הפועל על כפות הרגליים, מעניק לגוף את התאוצה הנדרשת כדי להתחיל בהליכה או לעצור.



ציור 91

עבודת המנוע, המסובב את גלגלי המכונית, ומאמץ שרירי הרגליים גורמים להיווצרות כוחות החיכוך. כוחות אלה נוצרים בתנאי שקיימת תנועה יחסית בין גופים (כמו צמיגים או כפות רגליים בתנועתם היחסית לקרקע).

כוח החיכוך מתנגד להחלקה, והודות לו מואצת המכונית ומואץ גופנו; אך ללא מאמץ של המנוע או של שרירי הרגליים הגברת המהירות הודות לכוח החיכוך בלבד אינה אפשרית.

מצד אחד יש לנקוט את האמצעים כדי להקטין את כוחות החיכוך, המתנגדים

לתנועה, על-ידי סיכה של חלקים נעים במנוע ותכנון מיוחד של צורת החרטום של מטוס סילון, כדי שיקטין את התנגדות האוויר; אך מצד שני יש צורך לעתים להגדיל את החיכוך על-ידי פיזור חול על מדרכה המכוסה קרח, לבל יחליק הולך הרגל.

כוחות החיכוך תלויים במהירות היחסית שבין הגופים ובטיבם של המשטחים המתחככים. בתנועת גוף מוצק במים או באוויר תלוי כוח החיכוך במידות הגוף ובצורתו.

חיכוך הוא תופעה רחבת היקף. יש מקרים שהחיכוך מועיל ואנו מבקשים להגדילו ככל האפשר. במקרים אחרים הוא מזיק, ואנו מבקשים להקטינו.

?

1. **הביטו מסביבכם. האם אתם מבחינים בתופעות של חיכוך חיובי?**
2. **מדוע מייצרים את ידיות כלי העבודה מחוספסות?**
3. **מדוע חרוטות על צמיגי מכוניות בליטות מורכבות?**

§39 כוחות החיכוך בין משטחי גופים מוצקים

תחילה נדון ב"חיכוך יבש", שמשמעו: חיכוך בין משטחי מגע של גופים מוצקים.

חיכוך סטטי

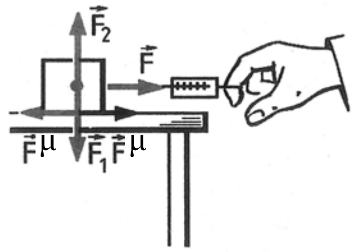
נסו להזיז באצבעכם ספר עבה המונח על שולחן. הספר יישאר במקומו, עד שהכוח הפועל עליו יגיע לערך מסוים. עובדה זאת שגורה, אך למעשה מוזרה היא ואינה מובנת.

מה משמעותה של פעולה זו? הפעלתם כוח מסוים על הספר, והוא כּוּוַן לאורך המשטח – אבל הספר נשאר במקומו. אם כן, בין הספר לבין השולחן נוצר כוח, שכוון כנגד הכוח שהפעלתם אתם על הספר, ושווה לו בגודלו. אתם הגברתם את כוח הדחיפה, אבל הספר עדיין נשאר במקומו. המסקנה: כוח החיכוך גדל בַּד-בְּבַד עם גידול הכוח הדוחף.

כוח חיכוך, הפועל בין שני גופים שאינם זזים זה ביחס לזה, מכונה כוח חיכוך

סטטי. כאשר תאוצת הגוף שווה לאפס, שווה כוח חיכוך זה בגודלו ונגדי בכיוונו לכוח הפועל על הגוף, ומקביל למישור המגע של הגוף עם הגוף האחר. אם כוחות אחרים אינם פועלים במקביל למישור זה, יהיה כוח החיכוך שווה לאפס.

הערך המקסימלי של כוח החיכוך, שעבורו המשטחים עדיין אינם מחליקים זה על גבי זה, מכונה *כוח חיכוך סטטי מרבי*. כאשר הכוח הפועל על גוף נייח יעלה, וְלוּ במקצת, על כוח החיכוך הסטטי המרבי, יתחיל הגוף לנוע.



ציור 92

עבור כוח חיכוך סטטי מרבי מתקיים חוק כמותי די פשוט, אך לא מדויק במיוחד: נעמיס על המנסרה משקולת כמשקלה של המנסרה עצמה. עקב כך יגדל הכוח האנכי $\vec{F}_1$, שמפעילה המנסרה על השולחן, פי שניים. בהתאם לחוק השלישי של ניוטון, שווה כוח זה לכוח התגובה $\vec{F}_2$ של השולחן הפועל על המנסרה מצדו של המשטח (גם על השולחן פועל כוח חיכוך F_μ' ; ראו ציור 92). לכן, גם הכוח $\vec{F}_2$ יגדל פי שניים. אם נמדוד פעם נוספת את כוח החיכוך הסטטי המרבי, ניווכח שגם הוא גדל פי שניים.

אם נעמיס על המנסרה משקולות שונות ובכל פעם נמדוד את כוח החיכוך הסטטי המרבי, נגלה ש**הגודל המרבי של כוח החיכוך הסטטי נמצא ביחס ישר לגודל כוח התגובה של התומך.** עובדה זו נתגלתה לראשונה על-ידי הפיזיקאי הצרפתי **שארל אוגוסטין דה-קולון**.

אם נסמן את גודל כוח החיכוך הסטטי המרבי באמצעות $F_{\mu max}$, ניתן יהיה לרשום:

$$F_{\mu max} = \mu\, F_2 \qquad (4.12)$$

כאשר: μ - מקדם פרופורציונליות המכונה ***מקדם החיכוך הסטטי***. מקדם החיכוך הסטטי מאפיין את שני המשטחים שבמגע, וערכו תלוי בחומר שממנו עשויים המשטחים ובמידת העיבוד שלהם. ערכו של מקדם החיכוך הסטטי נמדד באופן ניסויי. **כוח החיכוך הסטטי המרבי אינו תלוי בגודל שטח המגע שבין המשטחים הנמצאים במגע:** אם נסובב את המנסרה, ונניח אותה על צִדָּהּ בעל השטח הקטן יותר, לא ישתנה הכוח הנמדד $F_{\mu max}$.

האם תוכלו להסביר עובדה מביכה זו? רמז: חשבו על שיעור העקה ליחידת שטח של המשטחים, המחליקים זה על גבי זה.

כוח החיכוך הסטטי משתנה מאפס עד הערך המרבי השווה ל- μF_2. מדוע?

כאשר על הגוף פועל כוח מסוים $\vec{F}$, הוא זז קצת (באופן בלתי נראה לעין), עד שהחספוסים המזעריים של שני המשטחים נתפסים זה בזה, ומופיע כוח נגדי המאזן את הכוח $\vec{F}$. כאשר יגדל הכוח $\vec{F}$, יזוז הגוף עוד קצת, עד שהחספוסים ייתפסו מחדש, וכוח החיכוך יגדל עוד.

רק כאשר יתקיים $F > F_{\mu max}$, לא יניב כל "סידור" של חספוסי המשטחים כוח חיכוך שיאזן את הכוח $\vec{F}$, ותחל החלקה (תנועה יחסית בין המשטחים).

תוך כדי הליכה או ריצה פועל על כפות הרגליים כוח חיכוך סטטי – אלא אם כן הן מחליקות. כוח דומה פועל על הגלגלים המניעים של המכונית. על הגלגלים המוּנעים פועל כוח חיכוך סטטי הבולם את התנועה, אך כוח זה קטן בהרבה מהכוח הפועל על הגלגלים המניעים (אחרת לא היתה המכונית זזה ממקומה).

בעבר, כאשר טרם הבינו את יכולתו של כוח החיכוך הסטטי "להתאים את עצמו" לכוח החיצוני ולקבל ערכים שונים, הוטל ספק ביכולתה של רכבת לנסוע על מסילות חלקות. סברו כי החיכוך, הדוחף את גלגלי ההנעה של הקטר, יהיה שווה בגודלו לחיכוך, הבולם את גלגלי הקרונות, אף הוצע לצייד את גלגלי ההנעה בגלגלי שיניים ולבנות עבורם מסילות שיניים מיוחדות.

חיכוך בהחלקה (חיכוך קינטי)

חיכוך תוך כדי החלקה (תנועה יחסית בין המשטחים במגע) תלוי לא רק במצב המשטחים המחליקים, אלא גם במהירות היחסית בין המשטחים המחליקים זה על גבי זה. תלות זו במהירות היחסית מורכבת מאוד. הניסיון מראה שלעתים קרובות בתחילת התנועה, כאשר המהירות היחסית קטנה, כוח החיכוך קטן מעט מכוח החיכוך הסטטי המרבי. רק לאחר מכן, כאשר המהירות היחסית גדלה, גדל כוח חיכוך לערך הגדול מ- $F_{\mu max}$.

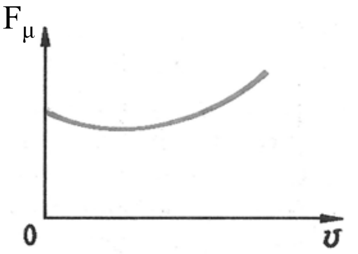
קרוב לוודאי שהבחנתם כי קשה להזיז ממקומו גוף כבד כארגז – אך קל יותר להניע אותו לאחר שכבר החל בתנועה. תופעה זו, ניתן להסבירה: בעת התנועה

היחסית בין המשטחים מנתרים החספוסים זה על גבי זה; אין סיפֵּק בידי הבליטות לחדור לשקעים – וכבר נגררים הם אלה לעומת אלה.

ציור 93 ממחיש את תלות גודל כוח החיכוך הקינטי בגודל המהירות היחסית. עבור מהירות יחסית לא גבוהה לא שונה החיכוך הקינטי בהרבה מכוח החיכוך הסטטי המרבי; בקירוב טוב אפשר לתאר אותו כקבוע, שגודלו שווה לכוח החיכוך הסטטי המרבי:

$$F_\mu \approx F_{\mu max} = \mu F$$

לכוח חיכוך ההחלקה (הקינטי) תכונה חשובה: תמיד הוא מכוון בניגוד לכיוון המהירות היחסית של המשטח שבמגע.



ציור 93

את כוח החיכוך הקינטי אפשר להקטין בהרבה באמצעות סיכה. ברוב המקרים זו שכבה דקה של נוזל (בדרך כלל סוג של שמן מינרלי) בין המשטחים. החיכוך בין שכבות הנוזל, הצמודות למשטחים מוצקים, קטן בהרבה מאשר החיכוך בין משטחים יבשים. מכונה מודרנית כמנוע המכונית אינה יכולה לעבוד ללא סיכה. מערכת סיכה מיוחדת נכללת בתכנון של כל מכונה.

כוח החיכוך תלוי במהירות היחסית שבין משטחי הגופים. זה ההבדל העיקרי בינו לבין כוח הכבידה ולבין הכוחות האלסטיים, התלויים במרחקים שבין הגופים.

§40 כוחות התנגדות לתנועת גופים מוצקים בנוזלים ובגזים

כאשר גוף קשיח נע בנוזל או בגז, פועל עליו **כוח התנגדות התווך**. זהו סוג אחר של כוח החיכוך: הוא מכוון כנגד כיוון מהירות הגוף בתווך ומאט את תנועתו.

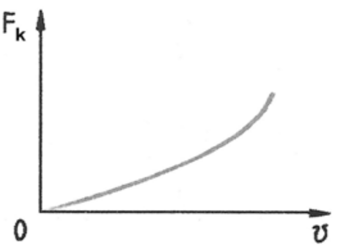
כוח התנגדות התווך שונה מכוח החיכוך בגבול שבין משטחים. כוח התנגדות התווך נוצר רק בעת קיום תנועה יחסית בין הגוף לבין התווך; כוח התנגדות סטטי של תווך על גוף הנמצא בתוכו אינו קיים.

הנה דוגמה פשוטה: קל להזיז קוביית עץ השטה במים בנשיפה קלה; אך נסו להזיז בנשיפה חזקה את אותה קובייה כשהיא מונחת על שולחן – ולא תצליחו.

גודל כוח התנגדות התווך F_k תלוי במידות הגוף, בצורתו ובטיב שטח פניו; בתכונות התווך (נוזל או גז) שבתוכו הגוף נע; ובמהירות היחסית שבין הגוף לבין התווך.

התלות של גודל כוח התנגדות התווך במהירות היחסית מומחשת בציור 94. כאשר המהירות היחסית שווה לאפס, כוח התנגדות התווך אינו פועל על הגוף ($F_k = 0$). עם הגדלת המהירות היחסית גדל כוח התנגדות התווך תחילה לאט, אחר כך מהר יותר ויותר. במהירויות נמוכות נמצא כוח התנגדות התווך ביחס ישר למהירות הגוף יחסית לתווך:

$$F_k = k_1 v \qquad (4.13)$$



ציור 94

כאשר k_1 – **מקדם ההתנגדות,** התלוי במידות הגוף, בצורתו, בטיב פני השטח שלו ובתכונת הצמיגות של התווך. את מקדם ההתנגדות k_1 של גופים בעלי צורה פחות או יותר מורכבת כמעט אי-אפשר לחשב באופן תיאורטי, ובדרך כלל הוא נמדד באופן ניסויי.

במהירויות יחסיות גבוהות התלות של כוח התנגדות התווך במהירות היא בקֵרוב ריבועית:

$$F_k = k_2 v^2 \qquad (4.14)$$

כאשר k_2 – מקדם התנגדות התווך, השונה מ- k_1.

ללא ניסוי קשה לקבוע איזו מהנוסחאות, (4.13) או (4.14), מתאימה למקרה מסוים.

?

1. **מה ההבדל העיקרי בין כוחות החיכוך לבין כוח הכבידה והכוחות האלסטיים?**
2. **באילו תנאים נוצרים כוחות חיכוך?**
3. **במה תלויים הגודל והכיוון של כוח החיכוך הסטטי?**
4. **באילו גבולות יכול להשתנות כוח החיכוך הסטטי?**

5. **איזה כוח מעניק תאוצה למכונית או לקטר הרכבת?**
6. **האם תמיד קטן כוח החיכוך הקינטי מכוח החיכוך הסטטי?**
7. **האם ביכולתו של כוח החיכוך הקינטי להגדיל את מהירות הגוף?**
8. **מה ההבדל העיקרי בין כוח התנגדות התווך בנוזלים ובגזים לבין כוח החיכוך בין שני גופים מוצקים?**
9. **הביאו דוגמאות של פעולות "חיוביות" ופעולות "מזיקות" של כוחות חיכוך מכל הסוגים.**

דוגמאות לפתרון תרגילים

פתרון התרגילים בפרק זה נעשה באותן שיטות שבעזרתן פתרנו תרגילים בנושאי הדינמיקה: תנועה בקו ישר ותנועה מעגלית; אך הפעם נשתמש בתלות הכוחות במרחקים בין הגופים (או בין חלקי גוף) ובמהירותם.

1. **משקולת שמסתה $m = 2$ kg מורמת באמצעות דינמומטר קפיצי בתאוצה של $a = 2.5$ m/sec^2. קבוע הקפיץ $k = 1000$ N/m.**

   מצאו את מידת התארכות הקפיץ.

<u>פתרון</u>

בהתאם לחוק הוק, המבטא את הקשר בין גודל הכוח האלסטי $\vec{F}$, הנוצר בהתארכות הקפיץ, לגודל ההתארכות $|\Delta l|$, מקבלים: $F = k\,|\Delta l|$.

מכאן נובע: $$|\Delta l| = \frac{F}{k}$$

כדי למצוא את הכוח F ניעזר בחוק השני של ניוטון. מלבד הכוח האלסטי $\vec{F}$ פועל על המשקולת כוח הכבידה $\vec{F}_1$.

בהתאם לחוק השני של ניוטון: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_1$.

נעתיק את ציר Oy, כך שהקפיץ יהיה ממוקם לאורכו (ציור 95). במקרה זה יירשם החוק השני של ניוטון עבור היטלי הווקטורים על הציר Oy כך:

$$ma_y = F_y + F_{1y}.$$

אם נכוון את הציר Oy כלפי מעלה, יתקיים:

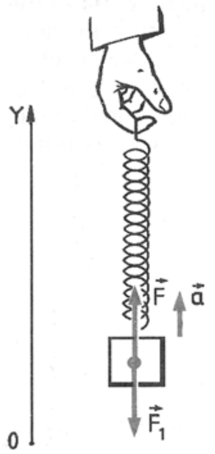
$a_y = a,\ F_y = F,\ F_{1y} = -mg$

לכן :
$$F = ma + mg = m(a + g)$$

מציבים :

$$\left|\Delta l\right| = \frac{m(a+g)}{k},$$

$$\left|\Delta l\right| = \frac{2\ \text{kg}\left(2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} + 9.8\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}\right)}{1000\frac{\text{N}}{\text{m}}} \approx 0.025\ \text{m}$$

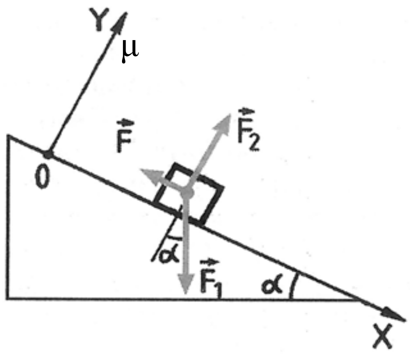


ציור 95

2. **כתוצאה מדחיפה החלה לבנה לגלוש כלפי מטה במישור משופע, היוצר זווית של $\alpha = 30°$ לאופק. מקדם החיכוך הקינטי בין הלבנה לבין המישור הוא $\mu = 0.6$. מצאו את גודל התאוצה של הלבנה ואת כיוונה.**

<u>פתרון</u>

נכוון את הציר Ox לאורך המישור המשופע כלפי מטה, ואת הציר Oy – במאונך למישור המשופע כלפי מעלה. מכיוון שהלבנה נעה לאורך הציר Ox, עשויה תאוצתה להיות מכוונת לאורך ציר זה בלבד, כלפי מעלה או מטה. כדי למצוא את גודל וקטור התאוצה ואת כיוונו, נחשב את היטל הווקטור על ציר Ox.



ציור 96

לצורך זה נרשום את החוק השני של ניוטון עבור ההיטלים על ציר Ox.

במקרה הנתון : $ma_x + F_{1x} + F_{2x} + F_{\mu x}$

נשתמש בביטויים : $F_{1x} = mg \sin \alpha,\ F_{2x} = 0,\ F_{\mu x} = -F_\mu$

לכן : $ma_x = mg \sin \alpha - F_\mu$

נחלץ:
$$a_x = \frac{mg\ \sin\alpha - F_\mu}{m} \qquad (4.15)$$

את גודלו של כוח החיכוך נבטא באמצעות מקדם החיכוך μ וגודל הכוח $\vec{F}_2$:

$$F_\mu = \mu F_2$$

נשתמש בחוק השני של ניוטון: $ma_y = F_{1y} + F_{2y} + F_\mu y$

מכיוון ש: $a_y = 0$ (הרי תאוצת הלבנה מכוונת במאונך לציר Oy), וגם:

$$F_{1y} = -\ mg\cos\alpha,\ \ F_{2y} = F_2,\ F_{\mu y} = 0$$

אזי:
$$-\ mg\cos\alpha + F_2 = 0$$

מכאן נחלץ:
$$F_2 = mg\cos\alpha$$

ועבור כוח החיכוך נקבל: $F_\mu = \mu F_2 = \mu\ mg\cos\alpha$

נציב את הערך של F_μ בנוסחה (4.15), ונקבל:

$$a_x = g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (4.16)$$

מהנוסחה (4.16) נובע שהיטל התאוצה על הציר Ox עשוי להיות חיובי או שלילי או שווה לאפס: אם $\sin\alpha > \mu\cos\alpha$, אזי: $a_x > 0$ (וקטור התאוצה מכוון לאורך המישור המשופע כלפי מטה); אם $\sin\alpha = \mu\cos\alpha$, אזי: $a_x = 0$ (הלבנה נעה ללא תאוצה); ולבסוף, אם $\sin\alpha < \mu\cos\alpha$, אזי: $a_x < 0$ (וקטור התאוצה מכוון לאורך המישור המשופע כלפי מעלה).

עבור המקרה הנתון נקבל: $a_x = -\ 0.2\ \frac{m}{sec^2}$. מכאן שתאוצת הלבנה מכוונת לאורך המישור המשופע כלפי מעלה, וגודלה שווה ל- $a = 0.2\ \frac{m}{sec^2}$.

מקבץ תרגילים 7

1. **רדיוס הירח קטן בערך פי 3.7 מרדיוס כדור הארץ R, ומסת הירח קטנה פי 81 ממסת כדור הארץ m. מהי תאוצת הנפילה החופשית על פני הירח?**
2. **קצהו האחד של חוט גומי רתום, ולקצהו השני קשורה קובייה שמסתה 100 גרם. מתחו את חוט הגומי ב- 4 ס"מ ושחררו את הקובייה. מה גודל התאוצה**

שהעניק החוט לקובייה ברגע ההתחלתי? כדי למתוח את חוט הגומי ב-1 ס"מ צריך להפעיל כוח של 0.1 ניוטון. יש להניח שעל הקובייה פועל כוח אלסטי בלבד.

3. **בבלימה פתאומית החלה מכונית להחליק על הכביש (הגלגלים ננעלו ואינם מסתובבים, אלא מחליקים על הכביש). מהי תאוצת המכונית, וכעבור כמה זמן לאחר הבלימה תעצור, אם המהירות ההתחלתית שווה ל- $v_0 = 20$ m/s, ומקדם החיכוך בין הגלגלים לבין הכביש $\mu = 0.8$?**

4. **משקולת שמסתה 97 ק"ג נמשכת במישור אופקי במהירות קבועה באמצעות חבל, הנטוי מעלה בזווית $30°$ מעל קו האופק. מקדם החיכוך 0.2. מצאו את כוח המתיחות של החבל. פתרו את התרגיל גם אם דוחפים את המשקולת באמצעות מוט, הנטוי מטה לקו האופק בזווית $30°$.**

תקציר פרק 4

ככלל עוסקת המכניקה בשלושה סוגי כוחות: כוחות כבידה, כוחות אלסטיים וכוחות חיכוך.

כוח הכבידה בין שני גופים נקודתיים בעלי מסות m_1 ו- m_2, הנמצאים במרחק R זה מזה, מוגדר על-ידי חוק הכבידה העולמית:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

כאשר: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ - קבוע הכבידה העולמית.

לכוח הכבידה תכונה ייחודית: גוף נתון מעניק לכל הגופים האחרים תאוצה שווה.

הכוחות האלסטיים נוצרים תוך כדי עיוות אלסטי של הגופים. בעת מתיחה או כיווץ מוטות ב- $|\Delta l|$, נוצר כוח אלסטי שגודלו, בהתאם לחוק הוק, שווה ל:

$$F = k \cdot |\Delta l|$$

שלא ככוחות הכבידה והכוחות האלסטיים, תלויים **כוחות החיכוך** במהירות התנועה של הגופים, האחד יחסית לאחר.

בין הגופים המוצקים, הנמצאים במגע ובמנוחה זה יחסית לזה, פועל **כוח חיכוך סטטי**. גודלו שווה לכוח הפעיל המנסה להביא לתנועה יחסית בין המשטחים; כיוונו של כוח החיכוך הסטטי לאורך תנועת משטח המגע, ומגמתו הפוכה למגמת תנועתו. הערך המרבי של כוח החיכוך הסטטי שווה ל:

$$F_{\mu max} = \mu F$$

כאשר: μ – מקדם החיכוך; F – גודל כוח התגובה הנורמלי הפועל על הגוף מצדו של התומך.

כוח חיכוך קינטי נוצר בהחלקה הדדית בין גופים מוצקים. ערכו, בקירוב, כערך כוח החיכוך הסטטי המרבי.

כוח ההתנגדות, הנוצר בתנועה אטית של גוף מוצק בנוזל או בגז, נמצא ביחס ישר למהירות הגוף, ובתנועה מהירה – נמצא בקירוב ביחס ישר לריבוע המהירות.

חוקי השימור במכניקה

בכל מערכת, בה פועלים גופים זה על זה, כבמערכת השמש או בהתנגשותם של כדורי ביליארד, משתנות הקואורדינטות של הגופים והמהירות שלהם באופן רצוף ללא הרף. קביעה זו אינה מפתיעה.

במערכת של גופים, **שעליה לא פועלים כוחות חיצוניים** (המכונה **מערכת סגורה**) קיימים כמה גדלים שאינם משתנים בזמן. גדלים נשמרים אלה הם: תנע, אנרגיה ותנע זוויתי, והם מקיימים חוקי שימור המתאימים לטיבם. בתוכנית הבית-ספרית של לימודי הפיזיקה נלמדים בדרך כלל שני חוקי שימור בלבד: חוק שימור התנע וחוק שימור האנרגיה. ערכם של חוקי השימור במכניקה ובפרקי הפיזיקה אחרים רב לאין שיעור: חוקים אלה יאפשרו לנו לפתור בדרך פשוטה יחסית – ללא ניתוח הכוחות שפועלים על הגופים – שורה של בעיות מעשיות חשובות. בטבע תפקידם של חוקי השימור, שהתגלו במכניקה, חשוב ומכריע וחורג בהרבה מעבר לתחום המכניקה. כאשר אי-אפשר להשתמש בחוקי ניוטון, אין חוקי שימור התנע, האנרגיה והתנע הזוויתי מאבדים את ייחודם כאמצעי לפתרון בעיות בדרך פשוטה. הם שימושיים הן עבור גופים בעלי מידות רגילות והן עבור גופים קוסמיים וחלקיקי יסוד. השימוש רב-ההיקף בחוקי השימור במגוון תופעות הטבע מקנה להם את חשיבותם המיוחדת.

פרק 5 חוק שימור התנע

§41 תנע של גוף נקודתי
ניסוח אחר של החוק השני של ניוטון

נגדיר את הערך הפיזיקלי החדש – **תנע של גוף נקודתי** – באמצעות ניסוח שונה של החוק השני של ניוטון.

את החוק השני של ניוטון, $\vec{F} = m\vec{a}$, אפשר לרשום בצורה אחרת, כפי שפרסם אותה **ניוטון** בעבודתו העיקרית: **היסודות המתמטיים של פילוסופיית הטבע**.

כאשר פועל כוח קבוע על גוף (גוף נקודתי), תהיה גם התאוצה קבועה:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

כאשר: $\vec{v}_1$ ו- $\vec{v}_2$ - הערך ההתחלתי והערך הסופי של מהירות הגוף, בהתאמה.

נציב את הביטוי לתאוצה בחוק השני של ניוטון, ונקבל:

$$\frac{m\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right)}{\Delta t} = \vec{F}$$

או:

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\cdot\Delta t \qquad (5.1)$$

במשוואה זו מופיע ערך פיזיקלי חדש: **תנע של גוף נקודתי**.

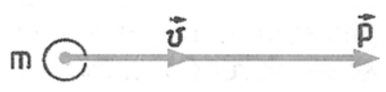
התנע של גוף נקודתי הוא הערך של מכפלת מסת הגוף במהירותו.

נסמן את התנע באות $\vec{p}$:

$$\vec{p} = m\cdot\vec{v} \qquad (5.2)$$

נוסחה (5.2) מראה ש**תנע הוא ערך וקטורי**. מכיוון ש- $m > 0$, כיוון התנע ככיוון המהירות (ראו ציור 97). נסמן באמצעות $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$ את התנע ברגע הזמן ההתחלתי, ובאמצעות $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$ - את התנע ברגע הסופי. אזי: $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}$ הוא שינוי התנע בפרק הזמן Δt. כעת המשוואה (5.1) תירשם כך:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \qquad (5.3)$$



ציור 97

מכיוון ש- $\Delta t > 0$, כיווני הווקטורים $\Delta\vec{p}$ ו- $\vec{F}$ זהים. בהתאם לנוסחה (5.3), **שינוי**

התנע של גוף נקודתי נמצא ביחס ישר לכוח הפועל עליו, וכיוונו ומגמתו זהים לכיוון הכוח ומגמתו.

זהו ניסוחו המקורי של החוק השני של ניוטון.

מכפלת כוח במשך זמן פעולתו מכונה **מִתקף הכוח**. לכן אפשר לומר ש**שינוי תנע הגוף הנקודתי שווה למתקף הכוח הפועל עליו.** משוואה (5.3) מלמדת, ששינויי תנע זהים עשויים להתקבל כתוצאה מפעולת כוח גדול במשך זמן קצר, או כתוצאה מפעולת כוח קטן במשך זמן ארוך.

ליחידה הפיזיקלית של התנע אין שם מיוחד, והביטוי באמצעות יחידות פיזיקליות בסיסיות הוא:

$$1 \text{ יחידת תנע } = 1\ \text{kg} \cdot 1\frac{\text{m}}{\text{sec}} = 1\ \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{sec}}$$

כדי למצוא תנע של גוף שאינו נקודתי פועלים כך:

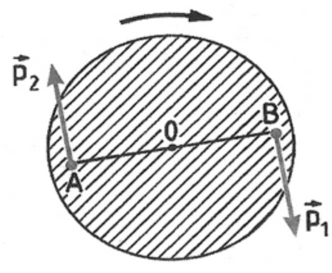
מחלקים באופן דמיוני את הגוף לחלקים קטנים בודדים (גופים נקודתיים); מחשבים עבור כל חלק את התנע שלו; לאחר מכן מחברים את כולם (לפי כללי חיבור וקטורים). וקטור התנע של גוף שווה לסכום של כל וקטורי התנע של החלקים, המרכיבים את הגוף.

תנע של גוף עשוי להיות שווה לאפס, אפילו כשהוא בתנועה. לדוגמה: דיסק מלא, המסתובב סביב ציר קבוע העובר דרך מרכז הדיסק. לשני החלקים הקטנים A ו-B, בעלי מסה שווה, הנמצאים בשני קצוות מנוגדים של הדיסק, יש מהירות שווה בגודלה (ראו ציור 98).

מכאן שלכל אחד מהם תנע ששווה בגודל, ומנוגד במגמתו: $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

ובהתאם: $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$

שוויון שכזה מתקיים לכל זוג נקודות תואם בדיסק.



ציור 98

?

1. **נקודה מסתובבת במעגל במהירות קבועה. האם משתנה התנע של הנקודה?**
2. **כיצד נמדוד תנע של גוף?**

3. **מכונית מתחילה לנסוע. להיכן מכוון וקטור שינוי התנע של המכונית?**

4. **דסקית גולשת על משטח קרח בקו ישר ובתאוטה. להיכן מכוון וקטור שינוי התנע של הדסקית?**

§42 חוק שימור התנע

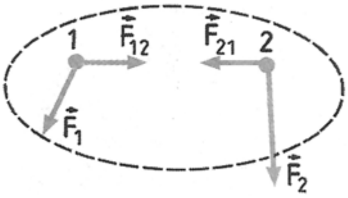
חוק שימור התנע הוא תוצאה ישירה של החוקים השני והשלישי של ניוטון.

למען הפשטות נניח שהמערכת כוללת שני גופים בלבד. אלה עשויים להיות שני כוכבים, שני כדורי ביליארד או שני גופים אחרים. על גופי המערכת פועלים הכוחות החיצוניים $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}_2$.

הכוחות, שמפעילים גופי המערכת האחד על משנהו, הם כוחות פנימיים במערכת. נסמן אותם באמצעות $\vec{F}_{1,2}$ ו- $\vec{F}_{2,1}$ (ראו ציור 99). לפי החוק השלישי של ניוטון: $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$. מכאן נובע שסכום הכוחות הפנימיים תמיד שווה לאפס:

$$\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = 0 \qquad (5.4)$$

כתוצאה מפעולת כוחות על גופי המערכת משתנה התנע של הגופים. אם הפעולה ההדדית מתרחשת בפרק זמן קצר, ניתן לרשום לכל גוף במערכת את החוק השני של ניוטון כך:



ציור 99

$$\Delta\vec{p}_1 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_{1,2}\right)\Delta t,$$
$$\Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_2 + \vec{F}_{2,1}\right)\Delta t$$

נסכם את השוויונים, ונקבל:

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)\Delta t \qquad (5.5)$$

באגף השמאלי של השוויון (5.5) נמצא את סכום שינויי התנע של כל גופי המערכת, כלומר את שינוי התנע של המערכת כולה (את סכום וקטורי התנע של כל גופי המערכת):

$$\Delta\vec{p}_{sys} = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 \qquad (5.6)$$

בעזרת השוויון (5.6) אפשר לרשום את השוויון (5.5) כך:

$$\Delta\vec{p}_{sys} = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2\right)\Delta t$$

$$\Delta\vec{p}_{sys} = \vec{F}\,\Delta t \qquad (5.7)$$

כאשר: $\vec{F}$ – סכום כל הכוחות החיצוניים הפועלים על גופי המערכת.

הוכחנו אפוא משפט חשוב: **רק לכוחות חיצוניים היכולת לשנות את התנע של מערכת, כאשר וקטור שינוי התנע של המערכת $\Delta\vec{p}_{sys}$ מכוון במקביל לווקטור הכוח החיצוני השקול ובמגמתו. הכוחות הפנימיים משנים את ערכי התנע של כל חלק גוף בנפרד, אך הם אינם יכולים לשנות את התנע הכולל של המערכת.**

משוואה (5.7) מתקיימת עבור כל פרק זמן Δt – בתנאי ששקול הכוחות החיצוניים נשאר קבוע.

ממשוואה (5.7) נובע חוק שימור התנע: אם השקול של הכוחות החיצוניים הפועלים על המערכת שווה לאפס, אזי $\Delta\vec{p} = 0$, ותנע המערכת איננו משתנה, כלומר נשמר:

$$\vec{p}_{sys} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = \text{const} \qquad (5.8)$$

זהו אפוא **חוק שימור התנע: כאשר שקול הכוחות החיצוניים שווה לאפס, תנע המערכת נשמר.**

התנע של מערכת נשמר במערכת סגורה, מכיוון שבמערכת זו לא פועלים על הגופים כוחות חיצוניים כלל; אולם תחום השימוש של חוק שימור התנע רחב יותר: גם אם קיימים כוחות חיצוניים הפועלים על המערכת – אך השקול שלהם שווה לאפס – נשמר התנע של המערכת.

התוצאה נכונה גם למערכת שבה מספר גופים כלשהו:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \ldots = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 + m\vec{u}_3 + \ldots \qquad (5.9)$$

כאשר: $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \ldots$ - מהירויות הגופים ברגע ההתחלתי, ו- $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \ldots$ - המהירויות ברגע הסופי, בהתאמה.

מכיוון שתנע הוא ערך וקטורי, מהווה משוואה (5.9) רישום מקוצר של שלוש המשוואות להיטלי התנע על צירי הקואורדינטות.

אם שקול הכוחות החיצוניים אינו שווה לאפס – אבל סכום היטלי הכוחות על

כיוון מסוים שווה לאפס – נשמר היטל התנע הכולל של המערכת בכיוון הזה ואינו משתנה.

לדוגמה: מערכת גופים על הקרקע או קרוב לפני הקרקע אינה יכולה להיות סגורה, מכיוון שעל כל הגופים פועל כוח הכבידה; אך כוח הכבידה אינו פועל בכיוון אופקי, וסכום היטלי התנע של כל הגופים בכיוון זה יישאר קבוע (אם נתעלם מכוחות החיכוך).

?

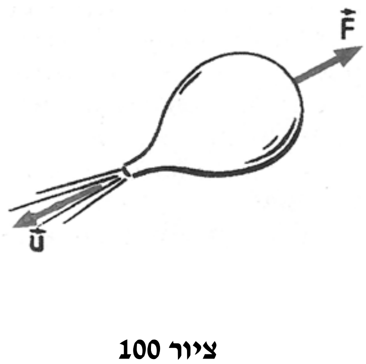
1. **נסחו את חוק שימור התנע.**
2. **באיזה מקרה ניתן להשתמש בחוק שימור התנע?**
3. **כדור הנע אופקית פוגע בקובייה המונחת על השולחן ונתקע בה. האם אפשר להשתמש בחוק שימור התנע כדי למצוא את מהירות הקובייה עם הכדור בתוכה כאשר פועלים עליהם כוחות חיצוניים: כוח הכבידה, כוח התגובה הנורמלי וכוח החיכוך? ובהיעדר כוח החיכוך, האם ניתן יהיה למצוא את מהירותה? הסבירו.**

§43 הנעה סילונית

רבה חשיבותו של חוק שימור התנע בחקר ההנעה הסילונית. ההנעה הסילונית היא תנועת גוף הנוצרת עקב התפרקות חלק כלשהו משלו במהירות כלשהי יחסית לגוף. לדוגמה: פליטת חומרי השריפה ממנוע מטוס הסילון. כתוצאה מכך נוצר **כוח רתע**, הדוחף את הגוף.

קל מאוד לצפות בהנעה סילונית: די לנפח בלון ולשחררו. הבלון יעוף מהר (ראו ציור 100). משך זמן המעוף יהיה קצר, וכוח הרתע יפעל על הבלון כל עוד נמשכת זרימת האוויר מהבלון החוצה.

ל**כוח הרתע** תכונה ייחודית: הוא נוצר ללא השפעה של גופים חיצוניים, כלומר מתרחשת פעולה הדדית בין הטיל לבין זרם החומרים הנפלט ממנו. לעומתו הכוח, שמעניק תאוצה להולך רגל, לאונייה במים או למטוס בעל מנוע מדחף, נוצר מפעולה הדדית של הגופים האלה עם הקרקע, עם המים או עם האוויר.



ציור 100

תוך כדי שריפת הדלק נוצר לחץ בתא המנוע, וכתוצאה מכך מקבלים חומרי השריפה מהירות מסוימת, כלומר תנע, יחסית לטיל. על-פי חוק שימור התנע יקבל אפוא הטיל עצמו תנע זהה בגודלו באותו כיוון, אך במגמה הפוכה.

מסת הטיל הולכת וקטנה; מכאן שבמהלך טיסתו הטיל הוא גוף בעל מסה משתנה. לכן קשה יהיה לחשב את תנועתו בעזרת החוק השני של ניוטון, המתקיים לגבי גוף נקודתי בעל מסה קבועה בלבד. זו דוגמה לשימוש בחוק שימור התנע במָקום, שבו השימוש בחוקו השני של ניוטון מורכב הרבה יותר.

מנועי סילון

עקב ריבוי הטיסות לחלל התפתחה בימינו מאוד הנדסת מנועי הסילון. השימוש בהם רווח במטוסי נוסעים ובמטוסים צבאיים, בטילים מטאורולוגיים, בטילים צבאיים בעלי טווחים שונים, בטילי ארטילריה ("קטיושות") ועוד.

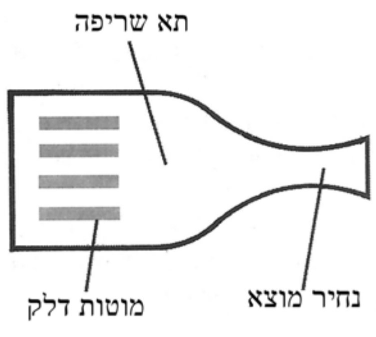
בחלל אי-אפשר להשתמש במנועים מסוג אחר אלא במנועי סילון, מכיוון שבחלל אין תווך (מוצק, נוזלי או גז), המעניק לטיל תאוצה באמצעות דחיפה חיצונית. השימוש במנועי סילון במטוסים ובטילים בתוך האטמוספרה מעניק לכלי תעופה אלה עוצמה רבה יותר מעוצמת מנוע מדחף.

מנועי הסילון מתחלקים לשני סוגים עיקריים: מנועי טיל ומנועי אוויר.

במנועי טיל הן חומרי הדלק והן החומר המחמצן, הנחוץ לשריפתם, נמצאים בתוך המנוע עצמו או במכלי דלק. המבנה של מנוע טיל, הפועל באמצעות דלק מוצק, מתואר בציור 101.

את אבקת השריפה או את הדלק והמחמצן מכניסים לתא השריפה של המנוע.

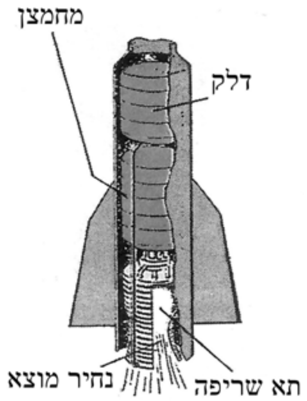
במהלך השריפה נוצרים גזים בטמפרטורה גבוהה מאוד, ואלה לוחצים על דופנות התא. כוח הלחץ על הקיר קדמי גדול יותר מאשר על הקיר האחורי, שם נמצא צינור המפלט, וכתוצאה מכך נוצר כוח, הדוחף את הטיל קדימה.



ציור 101

כשמקטינים את קוטר צינור המפלט, גדלה מהירות הפליטה של הגזים, ומתגבר כוח הרתע: זרם צר יותר של גז מלווה בהגדלת מהירותו, אם דרך חתך משטחי קטן יותר עוברת ביחידת הזמן אותה כמות גז שעוברת דרך חתך גדול יותר.

מנועי טיל פועלים גם באמצעות דלק נוזלי. במנועים מסוג זה משתמשים בנפט, אלכוהול, אנילין, מימן נוזלי ובעוד דלקים, וכחומר מחמצן משמשים חמצן נוזלי, מי חמצן, חומצה חנקנית ועוד. חומר הדלק והמחמצן מאוחסנים במכלים נפרדים, ובאמצעות משאבות מובאים לתא השריפה. הטמפרטורה בתא השריפה מגיעה עד 3000°C וללחץ עד 50 אטמוספרות (ציור 102).



ציור 102

למעט ההבדל בסוג הדלקים, פועל מנוע זה כמו מנוע הפועל באמצעות דלק מוצק. מנועים בעלי דלק נוזלי מותקנים בטילי שיגור לוויינים ובתחנות חלל, ומנועי אוויר מותקנים בעיקר במטוסים. ההבדל העיקרי בין מנועי אוויר למנועי טיל הוא זה: החומר המחמצן במנועי אוויר הוא החמצן המצוי באטמוספרה.

מנועי סילון מותקנים לא רק בטילים, אלא גם ברוב המטוסים המודרניים.

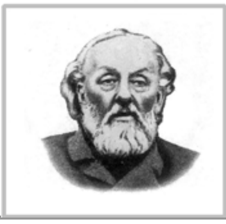
§44 טיסות לחלל

את יסודות התיאוריה של ההנעה הסילונית וההוכחה המדעית של יִיתָּכנוּת הטיסות לחלל פיתח ופרסם לראשונה המדען והמהנדס הרוסי **ק' ציאולקובסקי** בעבודתו **חקר החלל החיצון באמצעות אמצעים סילוניים**.

ציאולקובסקי הציע גם את רעיון השימוש בטילים רב-שלביים, שבו כל שלב מהשלבים שמרכיבים את הטיל מכיל מנוע ואספקת דלק עצמיים. בתום שריפת הדלק שבו מתנתק השלב מהטיל, ולכן לא מתבזבז הדלק להאצת מכל הדלק הריק בהמשך הטיסה.

הרעיון של **ציאולקובסקי** לבניית תחנת חלל גדולה, שתימצא במסלול סביב כדור הארץ, שממנה ישוגרו טילים אל כוכבי לכת אחרים של מערכת השמש, טרם התממש, אולם אין ספק שתחנה כזו תיבנה במוקדם או במאוחר.

לוויין כדור הארץ הראשון שוגר על-ידי הרוסים באוקטובר 1957. הרוסים היו גם הראשונים ששיגרו באפריל 1961 ספינת חלל מאוישת. **יורי גַגָרין**, שהטיס את החללית, נחשב לאדם הראשון שיצא את גבולות כדור הארץ.



קונסטנטין ציאולקובסקי (1857 – 1935)

מדען רוסי, ממציא בתחום האווירודינמיקה, תורת המטוסים וספינות האוויר. אבי המדע של הטיסות לחלל. הוכיח לראשונה אפשרות מעשית להגיע למהירויות המילוט, והציע את רעיון תחנות חלל קבועות ומאוישות.

יורי גָגָרין (1934 - 1968)

טייס-חלל, האדם הראשון שביצע טיסה לחלל. לראשונה בתולדות האנושות, באפריל 1961, טס לחלל בספינת החלל "ווֹסטוק" והקיף את כדור הארץ בשעה ו- 48 דקות.

הישגים רבים בתחום הטיסות לחלל נזקפים גם לזכותם של מדענים ומהנדסים אמריקאים: שני האסטרונאוטים מצוות החללית "אפולו-11", **נ' ארְמְסטרוֹנג** ו-**א' אוֹלדרין**, נחתו לראשונה, ביולי 1969, על פני הירח, נטלו דגימות קרקע, והציבו את דגל ארצות הברית על קרקע הירח.

אלה היו צעדיה הראשונים של האנושות לקראת יציאתה אל מעבר לגבולות כדור הארץ לגרמי שמים אחרים.

צעדים אלה הובילו גם להתפתחות מדעי כדור הארץ כגיאוגרפיה, אקולוגיה, מזג האוויר, חיפושי נפט ועוד. נוסדו מדעי טבע חדשים, המבוססים על צילומי שטחים גדולים של פני כדור הארץ במקום הרכבת פסיפס של שטח פני כדור הארץ, המורכב ממיליוני תמונות שצולמו מגובה נמוך.

במבט מן החלל ניתן לעקוב אחר התפתחויות של מבנים גיאולוגיים ענקיים כשברי עומק של פני כדור הארץ, המהווים מקומות בעלי סבירות גבוהה להימצאות אוצרות טבע רבים. מהחלל התגלו מבנים גיאולוגיים חדשים – טבעות, הדומות להרי געש הנצפים על פני הירח ומאדים.

בתחנות החלל הסובבות את כדור הארץ שוקדים על פיתוח טכנולוגיות לייצור חומרים, שאי-אפשר לייצר בתנאי הכובד השוררים על פני כדור הארץ. מחיר החומרים האלה (גבישים בעלי דרגת ניקיון גבוהה במיוחד) מתקרב למחיר שיגור תחנות החלל עצמן.

?

1. **האם יכולה סירת מפרש לנוע בעזרת זרם אוויר, הנושב ממאוורר חזק המותקן עליה, כאשר הזרם מכוון אל המפרש? ומה יקרה כאשר לא יפגע הזרם במפרש?**
2. **האם יוכל טיל לנוע בריק?**
3. **הסבירו את הופעת כוח הרתע.**
4. **צינור מים להשקיה מונח מגולגל על הקרקע. כאשר פותחים את זרם המים, הצינור מתיישר. מדוע?**
5. **תמנון ומדוזה שוחים באמצעות פליטת מים שבלעו קודם לכן. מהו עקרון התנועה שלהם?**

דוגמאות לפתרון תרגילים

חוק שימור התנע מסייע בפתרון תרגילים שבהם יש למצוא מהירות – לא כוח ולא תאוצה.

כדי לפתור את התרגיל יש לרשום את החוק בצורתו הווקטורית:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \ldots = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 + m\vec{u}_3 + \ldots$$

כאשר: $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \ldots$ - מהירויות הגופים ברגע ההתחלתי;

וכאשר: $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \ldots$ - המהירויות ברגע הסופי, בהתאמה.

לאחר מכן רושמים את המשוואה עבור ההיטלים על צירי המערכת שנבחרה עבור התרגיל הנתון. בחירת מערכת הצירים נקבעת לפי נוחות הפתרון. אם, לדוגמה, נעים כל הגופים לאורך קו אחד, כדאי לכוון את ציר הקואורדינטות לאורך קו זה.

לעתים יהיה עלינו בפתרון תרגילים להשתמש במשוואות קינמטיות.

בחלק מהתרגילים ניעזר בחוק שינוי התנע, הרשום בצורתה של משוואה (5.3).

1. **שני גופים, שמסותיהם $m_1 = 0.5\ kg$ ו- $m_2 = 0.2\ kg$, נעים במישור אופקי חלק זה לקראת זה במהירויות $v_1 = 1\ m/sec$ ו- $v_2 = 4\ m/sec$, בהתאמה. מצאו את המהירות $\vec{v}$ של הגופים לאחר התנגשות מרכזית ופלסטית לחלוטין.**

הערה: לאחר התנגשות פלסטית נעים שני הגופים כגוף אחד, ולכן באותה מהירות.

פתרון

נכוון את הציר Ox לאורך הקו העובר דרך מרכזי הגופים, במגמת המהירות $\vec{v}_1$.

מכיוון שלאורך הציר Ox לא פועלים כוחות (אין חיכוך), נשמר סכום היטלי התנע על ציר זה (סכום היטלי התנע של שני הגופים לפני ההתנגשות שווה להיטל התנע של שני הגופים לאחר ההתנגשות):

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = (m_1 + m_2)v_x$$

שהרי כאמור, לאחר ההתנגשות הפלסטית נעים הגופים באותה מהירות משותפת.

מכיוון ש- $v_{1x} = v_1$, ו- $v_{2x} = - v_2$, מקבלים:

$$v_x = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2} \approx - 0.4\frac{m}{sec}$$

לאחר ההתנגשות ינועו הגופים במגמה השלילית של ציר Ox במהירות $0.4\frac{m}{sec}$.

2. יחס המסות של שני כדורי פלסטלינה הוא $m_2/m_1 = 4$. הכדורים התנגשו והחלו לנוע יחד במישור אופקי חלק במהירות $\vec{u}$ (ראו ציור 104, מבט מעל). מצאו את המהירות של הכדור הקל לפני ההתנגשות, אם ידוע שמהירותו היתה גדולה פי 3 מזו של הכדור הכבד ($v_1 = 3v_2$), וכיווני התנועה של הכדורים היו מאונכים זה לזה, כמתואר. החיכוך ניתן להזנחה.

פתרון

מכיוון שהמהירויות $\vec{v}_1$ ו- $\vec{v}_2$ של הכדורים מאונכות זו לזו, נוח לכוון את צירי הקואורדינטות במקביל למהירויות אלה.

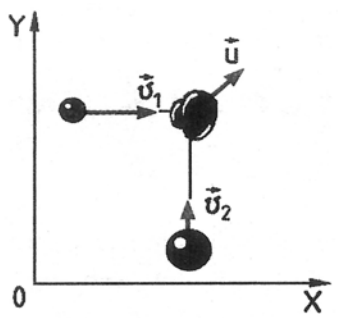
בהתאם לחוק שימור התנע נקבל:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

נרשום את המשוואה הזאת בהיטלים על הצירים Ox ו-Oy של המערכת שנבחרה, כמתואר בציור 104:

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = (m_1 + m_2)u_x$$

$$m_1v_{1y} + m_2v_{2y} = (m_1 + m_2)u_y$$



ציור 104

מכיוון ש:

$$v_{1x} = v_1,\ v_{2x} = 0,\ v_{1y} = 0,\ v_{2y} = v_2$$

נקבל סופית:

$$u_x = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{3}{5} v_2,$$

$$u_y = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{4}{5} v_2$$

גודל המהירות $\vec{u}$ שווה: $u = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2} = v_2$

לכן: $v_2 = u$, ובהתאם $v_1 = 3u$.

מקבץ תרגילים 8

1. קרון רכבת נייח, שמסתו $2x10^4$ kg, מתחבר לקרון שני, הנע לקראתו במהירות 1 m/sec. מסת הקרון השני $3x10^4$ kg. מה תהיה מהירות הקרונות לאחר ההתחברות?

2. על עגלה, שמסתה 500 ק"ג והנוסעת במהירות 0.2 מ'/ש' בדרך אופקית, הטילו מלמעלה 100 ק"ג כורכר. מה תהיה מהירות העגלה עם הכורכר?

3. אדם שמסתו 50 ק"ג קופץ על רפסודה שמסתה 100 ק"ג, השטה לאורך החוף במהירות 1 מ'/ש'. האדם קופץ במהירות 1.5 מ'/ש' בניצב לקו החוף. מה תהיה מהירותם המשותפת של הרפסודה והאדם?

4. האם תגדל מהירותו של טיל, אם מהירות פליטת הגזים, יחסית למהירות הטיל, קטנה ממהירות הטיל עצמו, והגזים הנפלטים נעים בעקבות הטיל במגמת תנועתו? הסבירו.

5. מהו כוח הרתע על כתף היורה מרובה אוטומטי, אם מסת הקליע 10 גרם, מהירותו ביציאה מהקנה 300 מ'/ש', והרובה יורה 300 כדורים בדקה?

6. צייד יורה מסירת גומי קלה. מה מהירות הסירה ברגע הירי, אם מסת הצייד 70 ק"ג, מסת הקליע 35 גרם, ומהירות הקליע הממוצעת 320 מ'/ש'?
זווית הקנה לאופק בזמן הירי 60°.

7. מהי מהירות הרתיעה של תותח, שמסתו 300 ק"ג והיורה פגז שמסתו 30 ק"ג? מהירות הפגז יחסית לקרקע 200 מ'/ש', וזווית הקנה לקו האופק 60°.

תקציר פרק 5

מן החוקים השני והשלישי של ניוטון נובעת מסקנה חשובה: חוק שימור התנע.

התנע של גוף נקודתי, שמסתו m ומהירותו $\vec{v}$, הוא:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

התנע של מערכת גופים שווה לסכום הווקטורי של ערכי התנע של כל גופי המערכת.

אם שקול הכוחות החיצוניים, הפועלים על המערכת, שווה לאפס, התנע נשמר.

פרק 6. חוק שימור האנרגיה

האנרגיה היא הערך הנשמר החשוב ביותר לא רק במכניקה – אלא בפיזיקה בכלל. לא קל להבין מהי אנרגיה, אך ברור כי היא קשורה באופן הדוק לעבודה. לכן נתחיל מלימוד העבודה הנעשית על-ידי כוח – מושג זה פשוט ומובן יותר.

§45 עבודה הנעשית על-ידי כוח

בכל פעולותינו היומיומיות אנחנו נעזרים בשרירינו כדי להניע גופים סביבנו ולתמוך בתנועתם, או עוצרים גופים נעים.

גופים אלה הם כלי עבודה (פטיש, עט, מסור); משחקים (כדורים, דיסקים, כלי שחמט); והעובדים בתעשייה ובחקלאות מניעים כלי עבודה. אומנם בעידן העכשווי מצטמצם תפקיד הפועל בהפעלת מכונות, אך בכל מכונה ניתן למצוא חיקוי של כלי עבודה פשוטים: במכונת תפירה יש המחט, המסור החשמלי מניע מסור רגיל, וכדומה.

מנועים. הפעלת מכונות מאפשרת להגדיל את יעילות העבודה עשרות מונים הודות לשימוש במנועים.

מטרת כל מנוע היא הנעת גופים ותמיכה בתנועתם. זו נבלמת הן על-ידי חיכוך רגיל והן על-ידי החיכוך הנוצר בתהליך העבודה (סכין אמורה לא רק להחליק על פני משטח הגוף, אלא גם לחתוך אותו; אֵת אמור לחפור בתוך האדמה, וכדומה). בפעולות אלה צריך המנוע להפעיל כוח על הגוף הנע, ונקודת האחיזה של הכוח נעה עם הגוף.

מושג העבודה בחיי היומיום. כאשר אדם או מנוע מפעילים כוח על גוף נע, הם מבצעים עבודה. תיאור יומיומי זה של העבודה היווה בסיס להגדרת אחד המושגים החשובים במכניקה: **עבודת הכוח**. בטבע מתבצעת תמיד העבודה כשעל גוף נע פועל כוח (או כמה כוחות) מצדו של גוף אחר (או גופים אחרים). כך מבצע כוח הכבידה עבודה כאשר נופלות טיפות גשם, או כאשר מידרדרת אבן מצוק; בו-זמנית מבצעים עבודה גם כוחות החיכוך הפועלים על הטיפות הנופלות או על האבן (התנגדות האוויר). גם כוח אלסטי מבצע עבודה – לדוגמה, כאשר מתיישר העץ שהתעקם על-ידי הרוח.

הגדרת העבודה. החוק השני של ניוטון, הרשום בצורה $\Delta\vec{p} = \vec{F}\cdot\Delta t$, מאפשר לקבוע כיצד משתנה מהירות הגוף $\vec{v}$ בגודלה ובכיוונה, אם פועל עליו כוח $\vec{F}$ בפרק זמן Δt.

במקרים רבים צריך לחשב את שינוי גודל המהירות כאשר על גוף פועל כוח $\vec{F}$ במהלך ההעתק $\Delta\vec{r}$. השפעת הכוח על הגוף, הגורמת לשינוי גודל המהירות, מתאפיינת הן על-ידי הכוח הן על-ידי ההעתק שמבצע הגוף. ערך זה במכניקה מכונה **עבודת הכוח**.

אם הכוח מאונך למהירות (ולכן גם להעתק $\Delta\vec{r}$), הוא יגרום לשינוי בכיוון המהירות בלבד – ולא בגודלה. לדוגמה: התאוצה בתנועה קצובה במעגל, ועָמה הכוח הגורם לה, מאונכים למהירות ולקשת (למשיק לה) בכל רגע.

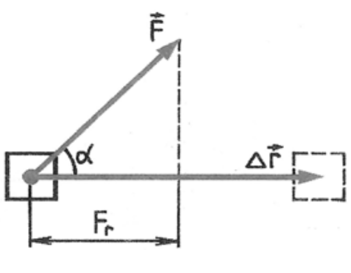
שינוי גודל המהירות מתאפשר במקרה אחד בלבד: כאשר היטל הכוח F_r על כיוון ההעתק של הגוף **שונה** מאפס. היטל זה קובע את תוצאות פעולת הכוח, המשנה את גודל מהירות הגוף וגם מבצע את העבודה. לכן אפשר לתאר את העבודה כמכפלת ההיטל F_r בגודל ההעתק $\left|\Delta\vec{r}\right|$ (ראו ציור 105):

$$W = F_r\left|\Delta\vec{r}\right| \tag{6.1}$$

אם נסמן את הזווית בין הכוח להעתק ב- α,

אזי: $F_r = F\cos\alpha$. לכן העבודה שווה ל:

$$W = F\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha \tag{6.2}$$



ציור 105

עבודת הכוח שווה למכפלת גודל הכוח בגודל ההעתק ובקוסינוס הזווית ביניהם.

הנוסחה (6.1) מתקיימת כאשר הכוח קבוע, וההעתק של הגוף מתרחש בקו ישר. את הקטעים הקטנים של המסלול ניתן תמיד לתאר כישרים, ואת הכוח בקטע קטן – כקבוע .

להבדיל מכוח ומהעתק, אין העבודה ערך וקטורי, אלא ערך סקלרי. הרי חסרת משמעות היא האמירה: לעבודה, המתבצעת על-ידי טרקטור בשדה, יש כיוון במרחב. העבודה עשויה להיות חיובית, שלילית או שווה לאפס.

סימן העבודה מוגדר על-פי הסימן של קוסינוס הזווית שבין הכוח להעתק:

אם $\alpha < 90°$, אזי $W > 0$, מכיוון שקוסינוס של זווית חדה הוא חיובי.

כאשר $\alpha > 90°$, העבודה היא שלילית, מכיוון שקוסינוס של זווית קהה הוא שלילי.

כאשר $\alpha = 90°$ (הכוח מאונך להעתק), לא מתבצעת עבודה כלל. כך לא מבצע כוח הכבידה עבודה, כאשר גוף נע במישור אופקי. כוח הכבידה גם אינו מבצע עבודה, כאשר לוויין נע במסלול מעגלי סביב כדור הארץ.

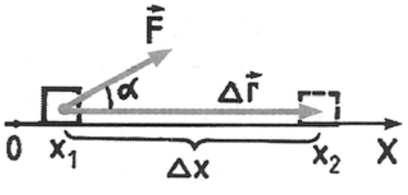
אם פועלים על גוף כמה כוחות, ישווה היטל הכוח השקול בכיוון ההעתק לסכום ההיטלים של כל הכוחות על כיוון זה:

$$F_r = F_{1r} + F_{2r} + \dots$$

לכן נקבל עבור העבודה של הכוח השקול:

$$W = F_{1r}\left|\Delta\vec{r}\right| + F_{2r}\left|\Delta\vec{r}\right| + \dots = W_1 + W_2 + \dots \qquad (6.3)$$

כאשר על גוף פועלים כמה כוחות, שווה אפוא העבודה הכוללת (סכום העבודות של כל הכוחות) לעבודת הכוח השקול.



ציור 106

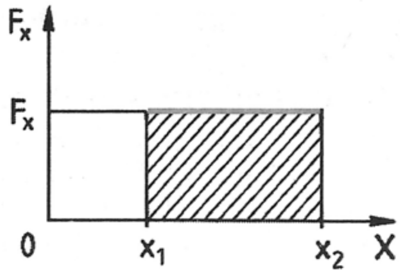
את העבודה, שבוצעה על-ידי כוח, ניתן להציג באופן גרפי: נתאר בגרף את תלות היטל הכוח בקואורדינטת גוף, הנע בקו ישר.

נניח שהגוף נע לאורך ציר Ox (ראו ציור 106). אזי:

$$F\cos\alpha = F_x, \quad \left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta x$$

עבור עבודת הכוח נרשום:

$$W = F\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha = F_x \cdot \Delta x$$



ציור 107

שטח המלבן, המסומן בציור 107, שווה בערכו המספרי לעבודת הכוח, הפועל על הגוף במהלך תנועתו מנקודה ששיעורה x_1 לנקודה ששיעורה x_2.

יחידת העבודה

את יחידת העבודה אפשר לקבוע באמצעות הנוסחה הבסיסית (6.2). אם תוך כדי העתקת הגוף ביחידת מרחק פועל עליו כוח, שגודלו שווה ליחידה אחת של כוח וכיוונו בכיוון התנועה ($\alpha = 0$), תהיה גם העבודה שווה ליחידה אחת. במערכת היחידות הבינלאומית (SI) נמדדת העבודה בג׳אולים (J):

$$1J = 1N \cdot 1m = 1\ N \cdot m$$

ג׳אול אחד הוא כמות העבודה, המבוצעת על-ידי כוח בגודל של ניוטון אחד (1N) לאורך העתק של מטר אחד (1m), כאשר הכיוונים של הכוח וההעתק מתלכדים.

לעתים קרובות משתמשים ביחידת עבודה גדולה יותר: קילוג׳אול:

$$1\ kJ = 1000\ J$$

בפרק זה ניתנה ההגדרה של עבודת הכוח $\vec{F}$ בהעתקת גוף ב- $\Delta\vec{r}$, כאשר הזווית α היא הזווית שבין שני הווקטורים: $W = F\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha$.

?

1. **מהי ההגדרה של עבודה במכניקה?**
2. **האם יכול כוח חיכוך סטטי לבצע עבודה? הסבירו.**
3. **הציגו דוגמה לכוח חיכוך קינטי, המבצע עבודה מועילה.**
4. **כיצד מוגדרת יחידת העבודה?**

§46 הֶסְפֵּק

לעתים אין די בידיעת העבודה, אלא חשוב גם משך הזמן שבמהלכו בוצעה. לכן יש להגדיר ערך פיזיקלי נוסף: **הֶסְפֵּק**.

העבודה יכולה להתבצע גם בפרק זמן ארוך וגם בפרק זמן קצר מאוד. למשך זמן הביצוע יש חשיבות רבה. משך הזמן, שבמהלכו מתבצעת העבודה, מגדיר את יעילות מבצעהּ. מנוע קטנטן יכול לבצע עבודה רבה מאוד, אבל לשם כך יזדקק לזמן רב. לכן, כאמור, מוגדר ערך נוסף המאפיין את מהירות הביצוע: **הֶסְפֵּק**.

הספק הוא היחס בין העבודה W לפרק הזמן Δt שבמהלכו בוצעה:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \qquad (6.4)$$

במילים אחרות: מספרית שווה ההספק לעבודה שבוצעה ביחידת זמן.

נציב במקומה של העבודה W את ביטויה (6.2), ונקבל:

$$P = F\frac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{\Delta t}\cos\alpha = Fv\cos\alpha \qquad (6.5)$$

ההספק שווה אפוא למכפלת גודל וקטור הכוח בגודל וקטור המהירות ובקוסינוס הזווית ביניהם.

במערכת SI נמדד ההספק בוואטים (W). הספק שווה לוואט אחד (1W), אם עבודה של ג׳אול אחד (1J) מתבצעת במשך שנייה אחת (1sec).

משתמשים גם ביחידות גדולות יותר:

1 kW (קילוואט) = 1000 W

1 MW (מגאוואט) = 1,000,000W

את ההספק ניתן להגדיל הן על-ידי הגדלת הכוחות הפועלים הן על-ידי הגברת מהירות התנועה.

כאשר מערכת גופים יכולה לבצע עבודה, משמע שאצורה בה אנרגיה.

כדי לבצע עבודה נחוץ כוח כלשהו, שיפעל על הגוף הנע כל הזמן. מנועי חום מספקים כוח עד שייגמר הדלק, ומנוע חשמל – עד אשר ינתקו אותו מהרשת; אך מנועים אלה הם מערכות מורכבות ואינם נלמדים במסגרת המכניקה.

נתבונן במערכות פשוטות של גופים נעים, הפועלים האחד על האחר, כגון פעולת כוח הכבידה שבין גופים, או מנגנונים הניתנים לעיוות במידה מסוימת (קפיץ או חוט גומי מתעוותים באופן משמעותי; אבן, עץ, מתכת – מעט כל כך, שאפשר לא להתחשב בעיוותם כלל). נניח שבגופים לא מתרחשים תהליכים כימיים, ושבמערכת אין גופים טעונים חשמלית ולא עוברים בה זרמים חשמליים – שהרי במכניקה עוסקים אנו.

קל לגלות שמשקולות, המורמות מעל הקרקע – כמו גם מנגנונים המכילים קפיצים לחוצים – מסוגלים לפעול על גוף נע ולבצע עבודה בפרק זמן מסוים בלבד. במוקדם או במאוחר הקפיץ יתיישר, המשקולת תרד לקרקע, והכוחות יחדלו לבצע עבודה.

כשמתבצעת עבודה על מערכת, הדבר ניכר בה. כאשר מותחים קפיץ של שעון קפיצי, מוענקת למערכת (מנגנון הקפיץ) היכולת לבצע עבודה בפרק זמן ממושך. הקפיץ תומך בתנועה של גלגלי השיניים, במחוגים ובמטוטלת, המושפעת גם מן ההתנגדות המתמדת של כוחות החיכוך. במהלך עבודתו של השעון קטנה יכולתו של הקפיץ לבצע עבודה, ומצבו של הקפיץ משתנה.

באופן דומה משתנים, תוך כדי ביצוע העבודה, מצבי המנגנונים מבצעי העבודה, כמו גז שדחיסותו פוחתת.

כאשר גוף או מערכת גופים יכולים לבצע עבודה, משמע שאצורה בהם אנרגיה.

במהלך ביצוע עבודה מכנית עוברים הגוף או מערכת הגופים ממצב אחד למצב אחר, שבו האנרגיה האצורה במערכת קטנה יותר: המשקולת יורדת, הקפיץ מתיישר, הגוף הנע עוצר. במהלך ביצוע העבודה פוחתת האנרגיה האצורה במהלך התמרתה לאנרגיה אחרת באופן הדרגתי. כדי שהמערכת תקבל שוב את היכולת

לבצע עבודה, יש לשנות את מצבה: להגביר את מהירויות הגופים, להרים גופים מעלה או לעוותם. כדי להגיע לכך צריכים כוחות חיצוניים להשקיע במערכת עבודה חיובית.

במכניקה אנרגיה היא ערך, המוגדר על-ידי מצב המערכת: מיקומם של הגופים, מצבם האלסטי ומהירויותיהם. העשרת המערכת באנרגיה כרוכה בעבודת כוחות חיצוניים על המערכת.

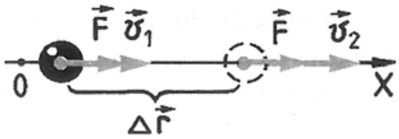
§48 האנרגיה הקינטית ושינוייה

במכניקה מוגדר מצב המערכת על-ידי מקומם של הגופים ומהירותם. ראשית נמצא כיצד תלויה האנרגיה במהירות.

נחשב את העבודה של כוח קבוע $\vec{F}$, הפועל על גוף (גוף נקודתי) שמסתו m, הנע בקו ישר. נניח שכיווני הכוח והמהירות זהים. במקרה זה זהים גם כיוון וקטור ההעתק $\Delta\vec{r}$ ווקטור הכוח (ראו ציור 108). לכן העבודה של כוח $\vec{F}$ שווה:

$$W = F\left|\Delta\vec{r}\right|$$

נבחר את ציר הקואורדינטות Ox כך שכל הווקטורים: $\vec{F}, \vec{v}_1, \vec{v}_2$ ו- $\Delta\vec{r}$ יהיו מכוונים בכיוון החיובי של הציר. עתה ניתן לרשום: $\Delta r_x = \Delta x$, ואת הנוסחה לעבודה אפשר לרשום כך:



ציור 108

$$W = F\,\Delta x \tag{6.6}$$

בהתאם לחוק השני של ניוטון:

$$F = ma \tag{6.7}$$

מכיוון שהנקודה נעה בתאוצה קבועה, ניתן למצוא את שינוי הקואורדינטה Δx במעבר מהמצב ההתחלתי למצב הסופי על-פי הנוסחה הקינמטית:

$$\Delta x = v_1 t + \frac{at^2}{2} \tag{6.8}$$

נציב את הביטויים (6.7) ו- (6.8) בנוסחה (6.6), ונקבל:

$$W = ma\left(v_1 t + \frac{at^2}{2}\right) = \frac{m}{2}\left(2v_1 at + a^2 t^2\right)$$

מכיוון שבמקרה הנתון:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

אזי:

$$W = \frac{m}{2}\left(2v_1(v_2 - v_1) + (v_2 - v_1)^2\right) = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

או:

$$W = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \qquad (6.9)$$

אפשר להוכיח שהנוסחה (6.9), שהתקבלה עבור תנועת גוף שפועל עליו כוח קבוע בקו ישר, מתקיימת גם במקרים שהכוח הפועל על הגוף משתנה, והגוף נע במסלול עקום.

לסיכום: עבודת הכוח במעבר גוף ממקום התחלתי למקום סופי שווה לשינוי הערך $\frac{mv^2}{2}$. ערך זה מבטא אנרגיה שאצורה בגוף הנע במהירות $\vec{v}$. אנרגיה זאת מכונה **אנרגיה קינטית** (מהמילה היוונית "קינמה", שפירושה: תנועה).

האנרגיה הקינטית האצורה בגוף שווה למחצית מכפלת המסה בריבוע מהירות הגוף.

נסמן את האנרגיה הקינטית באמצעות E_k:

$$\boxed{E_k = \frac{mv^2}{2}} \qquad (6.10)$$

האנרגיה נמדדת באותן יחידות שבהן נמדדת עבודה; בדקו זאת בהצגת היחידות בביטוי שהתקבל ב-(6.10).

על-סמך משוואה (6.10) אפשר עתה לרשום את משוואה (6.9) כך:

$$W = E_{k2} - E_{k1} = \Delta E_k \qquad (6.11)$$

השוויון (6.11) מבטא את המשפט של שינוי האנרגיה הקינטית: **שינוי האנרגיה הקינטית של גוף (גוף נקודתי) בפרק זמן מסוים שווה לעבודה, שביצע הכוח הפועל על הגוף בפרק זמן זה.**

האנרגיה הקינטית, האצורה בגוף הנע, תלויה במסת הגוף ובמהירותו בלבד. כפי שנראה בהמשך, האנרגיה המכנית הכוללת האצורה במערכת תלויה במהירות הגופים ובמרחקים ביניהם. כדי לחשב את אותו חלק של האנרגיה, התלוי במרחק שבין הגופים, יש להקדים ולנתח את העבודות של כוח הכבידה ושל הכוח האלסטי.

בגוף, הנע במהירות v, אצורה אנרגיה קינטית; היא שווה לעבודה, שיש לבצע כדי להגדיל את מהירות הגוף מהערך אפס לערך v.

?

1. **במה תלויה האנרגיה המכנית של מערכת גופים?**
2. **שרטטו גרף של אנרגיה קינטית כתלות בגודל המהירות.**
3. **על גוף, שמסתו m ומהירותו $\vec{v}_0$, התחיל לפעול כוח, המכוון נגדית למגמת מהירות. כעבור זמן-מה השתנתה מגמת המהירות, ולאחר מכן השתוו גודל המהירות לזה שהיה למהירות ההתחלתית. איזו עבודה ביצע הכוח בזמן זה?**
4. **מהירויות של שלושה גופים בעלי מסות m_1, m_2 ו- m_3 הן: v_1, v_2 ו- v_3, בהתאמה. רשמו ביטוי לאנרגיה הקינטית של המערכת.**
5. **האם תלויה האנרגיה הקינטית בבחירת מערכת הייחוס? הסבירו.**

§49 עבודת כוח הכבידה

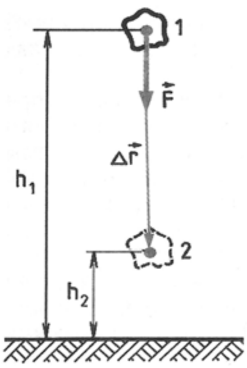
נחשב עתה עבודה לא בעזרת החוק השני של ניוטון – אלא באמצעות הביטוי לכוחות, הפועלים בין הגופים כפונקציה של המרחק ביניהם. חישוב זה יאפשר לנו להגדיר את מושג **האנרגיה הפוטנציאלית**, שאינה תלויה במהירות הגופים, אלא במרחק שביניהם (או במרחק בין חלקי אותו גוף).

נחשב את עבודת כוח הכבידה בנפילת גוף אנכית כלפי מטה. ברגע ההתחלתי היה הגוף בגובה h_1 מעל פני הקרקע, וברגע הסופי – בגובה h_2 (ראו ציור 109). גודל ההעתק של הגוף: $\left|\Delta\vec{r}\right| = h_1 - h_2$.

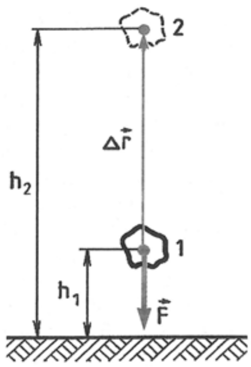
כיווני כוח הכבידה $\vec{F}_g$ וההעתק $\Delta\vec{r}$ זהים. בהתאם להגדרת העבודה (ראו נוסחה (6.2)) מקבלים:

$$W = F_g \cdot \left|\Delta \vec{r}\right| \cdot \cos 0^\circ = mg\left(h_1 - h_2\right) = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.12)$$

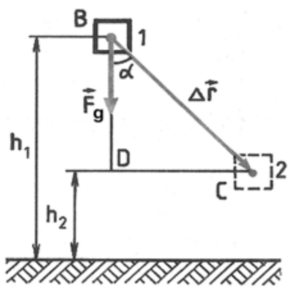
נניח כעת שהגוף נזרק אנכית כלפי מעלה מנקודה, הנמצאת בגובה h_1 מעל פני הקרקע, והוא מגיע לגובה h_2 (ראו ציור 110). הווקטורים $\vec{F}_g$ ו- $\Delta\vec{r}$ מכוונים במגמות מנוגדות, וגודל ההעתק שווה ל: $\left|\Delta\vec{r}\right| = h_2 - h_1$. עבודת כוח הכבידה תירשם כך:



ציור 109



ציור 110



ציור 111

$$W = F_g \cdot \left|\Delta \vec{r}\right| \cdot \cos 180^\circ = mg\left(h_2 - h_1\right)(-1) = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.13)$$

אם גוף נע לאורך קו ישר, וכיוון ההעתק יוצר זווית α עם כיוון כוח הכבידה (ראו ציור 111) , תהיה עבודת כוח הכבידה שווה ל:

$$W = F_g \cdot \left|\Delta \vec{r}\right| \cdot \cos \alpha = mg \cdot \left|\overrightarrow{BC}\right| \cdot \cos \alpha$$

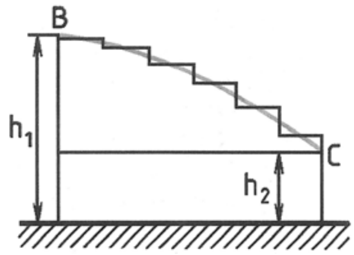
המשולש ישר-הזווית BCD מראה ש: $\left|\overrightarrow{BC}\right| \cdot \cos \alpha = \left|BD\right| = h_1 - h_2$

לכן:

$$W = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.14)$$

הנוסחאות (6.12), (6.13), (6.14) מאפשרות להבחין בחוקיות חשובה: עבור תנועה בקו ישר שווה עבודת כוח הכבידה בכל אחד מהמקרים להפרש שני ערכים, התלויים במקומו של הגוף ברגע ההתחלתי וברגע הסופי. ערכים אלה מוגדרים על-ידי גובה הגוף (h_1 ו- h_2 , בהתאמה) מעל פני הקרקע.

זאת ועוד; עבודת כוח הכבידה בהעברת גוף שמסתו m ממקום אחד לאחר אינה תלויה בצורת המסלול שבו נע הגוף. ואכן, אם הגוף נע לאורך הקו BC (ראו ציור 112), שווה העבודה בעקומה זו לעבודה בהעברת הגוף לאורך קו מדורג, העשוי מקטעים אופקיים ואנכיים קטנים. לאורך הקטעים האופקיים שווה עבודת כוח הכבידה לאפס, מכיוון שהכוח מאונך להעתק; סכום העבודות לאורך הקטעים האנכיים שווה לעבודה, שהיה מבצע כוח הכבידה בהעברת הגוף בקו אנכי שאורכו $h_1 - h_2$.



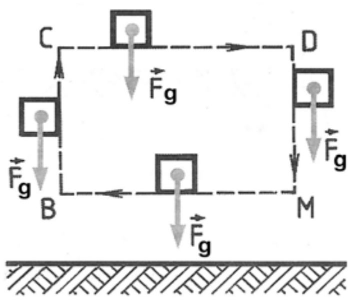
ציור 112

אם כן, העבודה בהעברת הגוף לאורך העקומה BC שווה:

$$W = mgh_1 - mgh_2 \qquad (6.15)$$

בתנועת גוף במסלול סגור תשווה עבודת כוח הכבידה לאפס. ואכן, נניח שגוף נע בלולאה סגורה BCDMB (ראו ציור 113).

בקטעים BC ו- DM מבצע הכוח $\vec{F}$ עבודות שוות בגודלן, אך מנוגדות בסימנן. סכום העבודות האלה שווה לאפס. לכן שווה לאפס העבודה בכל הלולאה הסגורה.



ציור 113

כוחות בעלי תכונות כאלה מכונים **כוחות משמרים**.

לסיכום: עבודת כוח הכבידה אינה תלויה בצורת המסלול של תנועת הגוף; היא מוגדרת על-ידי המקום ההתחלתי והמקום הסופי של הגוף. בהעברת הגוף במסלול סגור תשווה עבודת כוח הכבידה לאפס.

49א § עבודה ואנרגיה בשדה כבידה

נפתֵחַ את הביטוי לאנרגיה שאצורה בגוף, הנמצא בגובה כלשהו מעל הקרקע, וגם עבור שתי מסות הנמשכות על-פי חוק הכבידה העולמית.

בסעיף הקודם פיתחנו ביטוי לעבודת כוח הכבידה, כאשר הגוף נמצא קרוב לפני הקרקע. כך ניתן להניח שאין כוח הכבידה תלוי בגובה בו מצוי הגוף מעל הקרקע. אולם הנחה זו נכונה כאשר גובה הגוף h מעל הקרקע קטן בהרבה מרדיוס כדור הארץ.

עבודת כוח הכבידה היא גודל חשוב מאוד; נחשב אותה במקרה של שני גופים קטנים, הפועלים אחד על משנהו על-פי חוק הכבידה העולמית:

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

כאשר: m_1 ו- m_2 – מסות הגופים; r – המרחק ביניהם (הגופים אינם קטנים בהכרח; חשוב רק שמידותיהם תהיינה קטנות מאוד בהשוואה למרחק שביניהם).

בהשפעת כוח המשיכה התקרבו מעט הגופים זה לזה. תחילה היה המרחק ביניהם r_1, ובסוף – r_2. העבודה שבוצעה על-ידי כוח המשיכה היא:

$$W = F(r_1 - r_2)$$

כאשר: F – ערך הכוח בנקודת תָּוֶךְ r_0 הנמצאת באמצע הקטע בין המסות.

ואז:

$$W = G\frac{m_1m_2}{{r_0}^2}\left(r_1 - r_2\right)$$

אם r_1 ו- r_2 נבדלים במעט זה מזה, ניתן להחליף את הריבוע ${r_0}^2$ במכפלה r_1r_2, ונקבל:

$$W = G\frac{m_1m_2}{r_1r_2}\left(r_1 - r_2\right) = G\frac{m_1m_2}{r_2} - G\frac{m_1m_2}{r_1}$$

עבודה זאת בוצעה על חשבון אנרגיית הכבידה:

$$W = E_{p1} - E_{p2}$$

כאשר: E_{p1} – הערך ההתחלתי של האנרגיה הפוטנציאלית; E_p – הערך הסופי.

נשווה בין שתי הנוסחאות, ונמצא את הביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית של הכבידה:

$$E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

על-פי הנוסחה, עבור מרחקים גדולים תהיה האנרגיה הפוטנציאלית $E_p = 0$. דבר זה הגיוני, מכיוון שבמרחקים כאלה השפעת הכבידה לא תורגש; אולם כאשר הגופים מתקרבים, האנרגיה הפוטנציאלית הולכת וקטנה, שכן על חשבונה מתבצעת עבודה, וערכה יהיה שלילי; והרי בנוסחה נמצא הסימן מינוס!

כאשר מדובר בתנועה בסמוך לפני כדור הארץ, ניתן להחליף את הביטוי לכוח הכבידה במכפלה mg, ואז: $E_{p1} - E_{p2} = mgh$.

נוסחת כוח הכבידה העולמית מתקיימת גם עבור גופים גדולים. אם צורתם כדורית, המרחק ביניהם הוא המרחק שבין מרכזי הכדורים. אם כך, על פני כדור הארץ שווה האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף ל:

$$E_{p0} = -G\frac{Mm}{R}$$

כאשר: R – רדיוס כדור הארץ.

לכן האנרגיה הפוטנציאלית (של המערכת כדור הארץ והמסה m) בגובה h מעל פני הקרקע תהיה:

$$E_{ph} = -G\frac{Mm}{R} + mgh$$

אנרגיית הכבידה קובעת את חוזק ה"קשר" בין הגופים לבין כדור הארץ. כיצד ניתן "לנתק" את הקשר הזה? כיצד אפשר להבטיח שגוף הנזרק מעלה לא יחזור אל הקרקע? יש להעניק לגוף מהירות התחלתית גבוהה; מהי הדרישה המזערית לערך מהירות זו?

במהלך ההתרחקות מכדור הארץ תגדל האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף ששוגר כלפי מעלה (הערך המוחלט של E_p תקטן) עד שהיא תתאפס. לפני השיגור היתה לגוף אנרגיה פוטנציאלית השווה ל- $-G\frac{Mm}{R}$ (ליתר דיוק יש לומר "אנרגיה פוטנציאלית של המערכת כדור הארץ והגוף הנתון"; אולם מכיוון ששיגור הגוף אינו משנה את מהירותו ואת האנרגיה הקינטית של כדור הארץ, אפשר לייחס את שינויי

האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה פוטנציאלית של הגוף עצמו).

לכן כדי "לנתק" את הגוף מכדור הארץ יש להעניק לגוף מהירות כזו, שהאנרגיה הכללית שלו תהיה חיובית. במקרה זה גם במרחק אינסופי מהארץ, כאשר האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף תהיה אפסית, הוא עדיין ינוע במהירות כלשהי, המונעת את חזרתו אל כדור הארץ. כל עוד תהיה האנרגיה הכללית שלילית (הערך המוחלט של האנרגיה הפוטנציאלית יהיה גדול מהאנרגיה הקינטית), לא יוכל הגוף "להתגבר" על משיכת כדור הארץ, ולא יוכל להתנתק ממנו.

באופן כזה הגענו לתנאי פשוט: מהירות הגוף צריכה להיות גדולה מהערך המכונה **מהירות המילוט השנייה**, שניתן לחשב אותה מהשוויון:

$$\frac{m{v_2}^2}{2} = G\frac{Mm}{R},\ {v_2}^2 = 2G\frac{M}{R}$$

נשתמש בביטוי של g:

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

ונקבל סופית:

$${v_2}^2 = 2gR$$

נציב ערכים מתאימים, ונקבל:

$$v_2 \approx 11\ \frac{km}{sec}$$

ערך זה גדול פי $\sqrt{2} = 1.41$ ממהירות המילוט הראשונה $v_1 = \sqrt{gR}$, שיש להעניק ללוויין כדי שיסוב במסלול בסמוך לפני כדור הארץ.

מה ערכה של מהירות המילוט v_3, הדרושה כדי להתגבר על משיכת כדור הארץ והשמש, ולטוס לכוכבים רחוקים?

נמצא קודם את ערך המהירות הדרושה להימלטות מהשמש בלבד.

כפי שהראינו כעת, המהירות הדרושה כדי להתגבר על כוח המשיכה של כדור הארץ גדולה פי $\sqrt{2}$ ממהירותו של לוויין הסובב בסמוך לפני כדור הארץ. אותם השיקולים תקפים לגבי השמש: מהירות המילוט ממנה צריכה להיות גדולה פי $\sqrt{2}$ ממהירות הלוויין שלה (כלומר כדור הארץ). מכיוון שמהירות התנועה של

כדור הארץ סביב השמש שווה בקירוב ל- 30 km/sec, מהירות המילוט השלישית תהיה 42 km/sec.

זו מהירות גדולה מאוד, אולם כדי לשגר חללית לכוכבים ניתן לנצל את מהירותו של כדור הארץ סביב השמש, ואז נצטרך להוסיף 42 – 30 = 12 km/sec "בלבד".

כדי שלטיל תהיה מהירות כזאת לאחר שיתרחק מכדור הארץ, צריך להעניק לו בעת השיגור מהירות v_3 , ואותה ניתן לחשב באמצעות חוק שימור האנרגיה (v היא המהירות הנוספת):

$$\frac{mv_3^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$

$$v_3^2 = (11)^2 + (12)^2$$

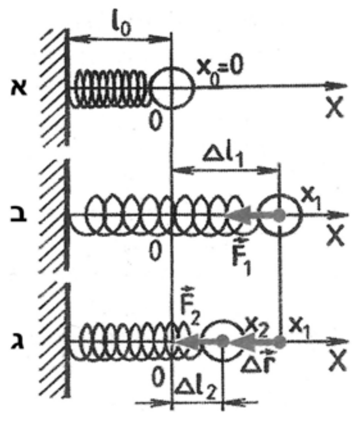
$$v_3 = 16 \text{ km/sec}$$

ובכן, מהירות המילוט השנייה של 11 km/sec תעניק לגוף אפשרות לעזוב את כדור הארץ, אולם השמש לא תשחרר אותו, והוא יהפוך ללוויין של השמש. כדי לצאת למסע בין הכוכבים, יש להעניק לטיל מהירות מילוט שלישית בשיעור 16 km/sec.

בדומה לכוח הכבידה, גם הכוח האלסטי הוא כוח משמר. כדי להשתכנע בזאת נחשב את העבודה, שמבצע קפיץ בעת הזזת משקולת.

ציור 114א מתאר קפיץ, שקצהו האחד קשור לקיר, ולקצהו השני קשור כדור. כאשר הקפיץ מתוח, הוא פועל על הכדור בכוח $\vec{F}_1$ (ראו ציור 114ב), המכוון לנקודת שיווי-המשקל, שבה הקפיץ אינו מעוות כלל. ההתארכות ההתחלתית של הקפיץ: Δl_1. נחשב את עבודת הכוח האלסטי בהעברת הכדור מנקודה ששיעורה x_1 לנקודה ששיעורה x_2. ציור 114ג מראה שגודל ההעתק שווה:

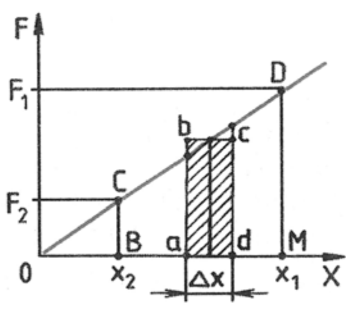
$$\left|\Delta\vec{r}\right| = x_1 - x_2 = \Delta l_1 - \Delta l_2 \qquad (6.16)$$



ציור 114

כאשר: Δl_2 – ההתארכות הסופית של הקפיץ.

אי-אפשר לחשב את העבודה של הכוח האלסטי על-פי הנוסחה (6.2), מכיוון שנוסחה זו נכונה עבור כוח קבוע בלבד, ואילו הכוח האלסטי, שנוצר עקב שינוי עיוות (אורך) הקפיץ, אינו נשאר קבוע. כדי לחשב את העבודה נשתמש בגרף של גודל הכוח האלסטי כפונקציה של קואורדינטת הכדור (ראו ציור 115). נחלק את הקטע BM לקטעים Δx כה קטנים, שאפשר להניח שהכוח לאורך כל אחד מהם נשאר קבוע. עתה נשתמש בשיטה, שבעזרתה פיתחנו את הנוסחה לתלות הקואורדינטות בזמן בעבור תנועה שוות תאוצה, ונקבל שעבודת הכוח האלסטי לאורך ההעתק $\left|\Delta\vec{r}\right| = x_1 - x_2$ שווה בערכה המספרי לשטח הטרפז BCDM.



ציור 115

לכן:

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2}\left(x_1 - x_2\right) = \frac{F_1 + F_2}{2}\left|\Delta\vec{r}\right| \qquad (6.17)$$

בהתאם לחוק הוק, $F_1 = k\,\Delta l_1$ ו- $F_2 = k\,\Delta l_2$. נציב את הביטויים האלה במשוואה (6.17), נביא בחשבון ש- $\left|\Delta\vec{r}\right| = \Delta l_1 - \Delta l_2$, ונקבל:

$$W = \frac{k\Delta l_1 + k\Delta l_2}{2}\left(\Delta l_1 - \Delta l_2\right) = \frac{k[(\Delta l_1)^2 - (\Delta l_2)^2]}{2}$$

או בצורה הסופית:

$$W = \frac{k(\Delta l_1)^2}{2} - \frac{k(\Delta l_2)^2}{2} \qquad (6.18)$$

ניתחנו כאן מקרה, שבו זהות מגמות הכוח האלסטי וההעתק. ניתן היה למצוא את עבודת הכוח האלסטי גם כאשר מגמתו נגדית לזו של ההעתק, או כאשר הוא יוצר אִתו זווית כלשהי, וכך בהעברת גוף בעקומה בעלת צורה כלשהי.

בכל המקרים האלה של תנועת גוף בהשפעת הכוח האלסטי היינו מגיעים לאותו ביטוי לערך העבודה (6.18). העבודה של הכוח האלסטי תלויה בעיוותי הקפיץ Δl_1 ו- Δl_2, כלומר במצבו ההתחלתי ובמצבו הסופי.

אם כן, עבודת הכוח האלסטי אינה תלויה בצורת מסלול התנועה של הגוף.

?

1. **מה ערכהּ של עבודת הכוח האלסטי בתנועת גוף במסלול סגור?**
2. **אילו כוחות מכונים כוחות משמרים?**

§51 אנרגיה פוטנציאלית

באמצעות החוק השני של ניוטון הוכחנו, שניתן להציג עבודת כוח כהפרש בין שני ערכים של גודל התלוי במהירות: הפרש הערכים של האנרגיה הקינטית ברגע ההתחלתי וברגע הסופי:

$$W = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta E_k \qquad (6.19)$$

אם כוחות הפעולה ההדדית שבין הגופים הם כוחות משמרים, ניתן להציג (ראו סעיפים 49 ו-50) את העבודה כהפרש בין שני ערכים של גודל, התלוי במָקום

היחסי שבין הגופים (או של חלקי אותו גוף):

$$W = mgh_1 - mgh_2 \qquad \text{(לכוח הכבידה)}$$

(6.20)

$$W = \frac{k\Delta l_1^{\,2}}{2} - \frac{k\Delta l_2^{\,2}}{2} \qquad \text{(לכוח אלסטי)}$$

כאן מגדירים הגבהים h_1 ו- h_2 את המקום היחסי בין הגוף לקרקע; Δl_1, Δl_2 מגדירים את המקום היחסי בין שני מצבי סלילי הקפיץ המעוּות, או של מידות העיוות של גוף אלסטי, בהתאמה.

הגודל, השווה למכפלת מסת הגוף m בתאוצת הנפילה החופשית g ובגובה h של הגוף מעל פני הקרקע, מכונה **האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף בשדה הכבידה של כדור הארץ** (מהמילה הלועזית "פוטנציה", שפירושה: יכולת). נסמן את האנרגיה הפוטנציאלית באות E_p:

$$\boxed{E_p = mgh} \qquad (6.21)$$

הגודל, השווה למחצית המכפלה של קבוע הקפיץ k בריבוע העיוות Δl, מכונה **האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף המעוות באופן אלסטי**:

$$\boxed{E_{pEl} = \frac{1}{2}k\Delta l^2} \qquad (6.22)$$

בשני המקרים נקבעת האנרגיה הפוטנציאלית על-ידי המקום היחסי שבין גופי המערכת או בין חלקי אותו גוף.

המושג **אנרגיה פוטנציאלית** מאפשר לבטא את עבודתו של כל כוח משמר באמצעות מושג זה.

שינוי הערך של גודל כלשהו הוא ההפרש בין הערך הסופי לערך התחלתי, ולכן:

$$\Delta Ep = E_{p2} - E_{p1}$$

את המשוואות (6.20) אפשר לרשום כך:

$$W = E_{p1} - E_{p2} = -(E_{p2} - E_{p1}) = -\Delta E_p \qquad (6.23)$$

נוסחה זו מאפשרת לנסח את ההגדרה של האנרגיה הפוטנציאלית: **אנרגיה פוטנציאלית של מערכת היא גודל, התלוי במקום הגופים; וערכו של שינוי הגודל במעבר המערכת ממצב התחלתי למצב סופי שווה לעבודת כל הכוחות הפנימיים המשמרים בסימן נגדי.**

הסימן "מינוס" בנוסחה (6.23) אינו מעיד שעבודת הכוחות המשמרים היא תמיד שלילית; הוא רק מסמן, שלשינוי האנרגיה הפוטנציאלית ולעבודת הכוחות במערכת תמיד סימנים מנוגדים. לדוגמה: בנפילת אבן אל הקרקע הולכת האנרגיה הפוטנציאלית וקטנה $(\Delta E_p < 0)$, אך כוח הכבידה מבצע עבודה חיובית $(W > 0)$. לכן ל-W ול- E_p סימנים מנוגדים בהתאם לנוסחה (6.23).

רמת האפס של האנרגיה הפוטנציאלית

לפי הנוסחה (6.23) אין עבודת הכוחות מגדירה את האנרגיה הפוטנציאלית עצמה, אלא את גודל השינוי בערכה.

מכיוון שעבודת הכוחות מגדירה את **השינוי** באנרגיה הפוטנציאלית, יש משמעות פיזיקלית רק להשתנות ערך האנרגיה. לכן אפשר לבחור באופן שרירותי את מצב המערכת שבו האנרגיה הפוטנציאלית שווה לאפס. אין תופעה בטבע או בהנדסה, המתאפיינת על-ידי ערך האנרגיה הפוטנציאלית שאצורה בה. החשוב הוא ההפרש שבין הערכים של האנרגיה הפוטנציאלית במצבים הסופי וההתחלתי של מערכת הגופים.

בחירת רמת האפס נעשית בהתאם לנוחות פתרון הסוגיה ובהתאם לפשטות פיתוח הביטויים ליישום חוק שימור האנרגיה.

נוח לבחור מצב, שבו האנרגיה הפוטנציאלית שווה לאפס, או מצב מערכת, שבו האנרגיה מזערית. אז יהיה ערך השינוי באנרגיה הפוטנציאלית חיובי.

האנרגיה הפוטנציאלית של קפיץ היא מזערית (אפסית) בהיעדר עיוות, ושל אבן הנופלת – כאשר היא מונחת על פני הקרקע. לכן במקרה הראשון תהיה האנרגיה האלסטית האצורה בקפיץ:

$$\Delta E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$$

ובמקרה השני תהיה האנרגיה הכובדית שאצורה במסה בשדה הכובד:

$$E_p = mgh.$$

אם נוסיף לביטויים אלה גודל קבוע C, נוכל להבין את משמעותו:

$$E_p = \frac{k(\Delta l)^2}{2} + C,\ \ E_p = mgh + C$$

למשל, אם במקרה השני נניח:

$$C = -mgh_0$$

יתפרש מכך שרמת האפס לערך האנרגיה שאצורה במסה בשדה הכובד נקבעה בגובה h_0 מעל פני הקרקע.

עבודת הכוחות, התלויים במרחקים בין הגופים בלבד (ולא במהירותם), אינה תלויה בצורת מסלולו של הגוף. לכן אפשר להציג את העבודה כהפרש ערכים של פונקציה מיוחדת, המכונה **אנרגיה פוטנציאלית של מערכת**, במצביה הסופי וההתחלתי.

?

1. **במה דומות האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית?**
2. **במה שונות האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית?**
3. **האם עשויה אנרגיה פוטנציאלית להיות שלילית?**

§52 חוק שימור האנרגיה במכניקה

עבודה חיובית של כוחות פנימיים במערכת סגורה מגדילה את ערך האנרגיה הקינטית ומקטינה את ערך האנרגיה הפוטנציאלית. לעומתה מגדילה עבודה שלילית את ערך האנרגיה הפוטנציאלית ומקטינה את ערך האנרגיה הקינטית. במאזן אנרגטי כולל נמצא שערך האנרגיה, האצורה במערכת סגורה, נותר קבוע. עובדה זו מכונה **חוק שימור האנרגיה.**

נפנה פעם נוספת למערכת גופים פשוטה, הכוללת את כדור הארץ וגוף המורם מעל פני הקרקע – אבן, למשל.

האבן נופלת בהשפעת כוח הכבידה. אם נזניח את כוח התנגדות האוויר, שווה העבודה, שנעשתה על-ידי כוח הכבידה בהעברת האבן מנקודה אחת לאחרת, לשינוי (הגדלה) ערך האנרגיה הקינטית של האבן:

$$W = \Delta E_k \qquad (6.24)$$

בו-בזמן שווה עבודה זו לפחיתת האנרגיה הפוטנציאלית של האבן:

$$W = -\Delta E_p \qquad (6.25)$$

בל נשכח את קיומה של עבודת כוח הכבידה העולמי, הפועל מצדה של האבן על כדור הארץ; אך עקב מסתו הגדולה של כדור הארץ, ניתן להזניח את שינויי מהירותו ומקומו, ולכן לא נכניס עבודה זו למאזן האנרגטי של המערכת.

מכיוון שבנוסחאות (6.24) ו- (6.25) שווים אגפי שמאל, שווים גם אגפי הימין:

$$\Delta E_k = -\Delta E_p \qquad (6.26)$$

השוויון (6.26) מראה, שהגידול בערך האנרגיה הקינטית של המערכת שווה להקטנת ערך האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת, ולהפך. מכאן נובע ש:

$$\Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

או:

$$\Delta(E_k + E_p) = 0 \qquad (6.27)$$

השינוי בסכום ערכי האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית שווה לאפס.

הגודל E, השווה לסכום ערכי האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית של המערכת, מכונה האנרגיה המכנית של המערכת:

$$E = (E_k + E_p) \qquad (6.28)$$

מכיוון שלפי משוואה (6.27) שווה שינוי ערך האנרגיה הכוללת לאפס, האנרגיה המכנית נשמרת:

$$E = E_k + E_p = \text{const} \qquad (6.29)$$

אם כן, **במערכת סגורה, שבה פועלים כוחות משמרים בלבד, האנרגיה המכנית נשמרת.** זו המשמעות של **חוק שימור האנרגיה**. האנרגיה אינה נוצרת ואינה נעלמת, אלא רק מותמרת מצורה אחת לאחרת: מקינטית לפוטנציאלית, ולהפך.

במקרה הנדון: $E_p = mgh$ ו- $E_k = \frac{mv^2}{2}$. נרשום את חוק שימור האנרגיה:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}$$

או:

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 \qquad (6.30)$$

משוואה זו מאפשרת למצוא את מהירות האבן v_2 בכל גובה h_2 מעל פני הקרקע, אם ידועה המהירות ההתחלתית v_1 של האבן בגובה ההתחלתי h_1.

חוק שימור האנרגיה (6.29) מתקיים גם כאשר פועל מספר כלשהו של גופים וכוחות משמרים בין הגופים. E_k יסמן את סכום האנרגיות הקינטיות של כל

גופי המערכת, ו- E_p – את סכום האנרגיות הפוטנציאליות שלהם.

במערכת, הכוללת גוף שמסתו m וקפיץ שקבועו k, יקבל חוק שימור האנרגיה את הצורה:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{k(\Delta l)^2}{2} = const \qquad (6.31)$$

האנרגיה המכנית הכוללת שווה לסכום האנרגיות הקינטית והפוטנציאלית של גופי המערכת. במערכת סגורה, שבה פועלים כוחות משמרים בלבד, האנרגיה המכנית נשמרת.

?

1. **מהי האנרגיה המכנית הכוללת של מערכת?**
2. **האם יכולה אנרגיה מכנית של מערכת גופים להישמר, כאשר פועלים עליה כוחות חיצוניים?**
3. **גוף שמסתו m נופל מגובה h מעל פני הקרקע. שרטטו גרפים של אנרגיה פוטנציאלית, של אנרגיה קינטית ושל אנרגיה כוללת כתלות בגובה.**

§53 הפחתת האנרגיה המכנית של מערכת בנוכחות כוחות החיכוך

עד כה לא התחשבנו בעבודת כוחות החיכוך. כעת נראה כיצד משפיעה העבודה של כוחות חיכוך על ערך האנרגיה המכנית.

אם כוחות החיכוך מבצעים עבודה במערכת סגורה בזמן תנועת הגופים האחד יחסית למשנהו, אין האנרגיה המכנית נשמרת. לדוגמה: אם ניתן דחיפה קלה לספר המונח על השולחן, ייעצר הספר כמעט מיד עקב פעולת כוח החיכוך; האנרגיה המכנית שהוענקה לו תיעלם. כוח החיכוך מבצע עבודה שלילית, וכך מפחית את האנרגיה הקינטית האצורה בספר. אולם תוך כדי כך אין האנרגיה הפוטנציאלית גדלה, ולכן האנרגיה המכנית הכוללת הולכת וקטנה. האנרגיה הקינטית אינה מותמרת לאנרגיה פוטנציאלית.

כוחות החיכוך אינם כוחות משמרים

לכוחות החיכוך תכונה מיוחדת: עבודתם איננה קשורה בשינוי (גידול או הפחתה) של האנרגיה הפוטנציאלית של המערכת. כוחות החיכוך אינם תלויים במרחקים שבין הגופים, אלא בתנועה היחסית שביניהם ובמהירותם. לכן אין עבודת כוחות החיכוך קשורה לשינוי מיקום הגופים.

ההבדל בין כוחות החיכוך לבין הכוחות המשמרים בולט במיוחד כשמנתחים את עבודתם של שני סוגי הכוחות במסלול סגור. כך, למשל, עבודת כוח הכבידה לאורך מסלול סגור תשווה תמיד לאפס. היא חיובית בנפילת הגוף מגובה h, ושלילית בעלייה לאותו גובה. העבודה של כוח התנגדות האוויר שלילית, הן בעליית הגוף כלפי מעלה והן בתנועתו מטה. לכן עבודה זו לאורך המסלול הסגור בהכרח קטנה מאפס.

ניזכר: כאשר מזיזים שולחן מפינה אחת של החדר לפינה אחרת ואחר כך בחזרה, מבצעים עבודה חיובית השונה מאפס. עבודה זו שווה בדיוק לעבודה השלילית של כוחות החיכוך, הפועלים על רגלי השולחן מצדה של הרצפה במסלול הסגור. עבודת כוחות החיכוך תלויה בצורת המסלול (אם נזיז את השולחן לאורך קו ישר וקצר מפינה לפינה או בעקלתון), ואינה מוגדרת על-ידי המצב ההתחלתי והמצב הסופי בלבד. מסתבר אפוא שכוחות החיכוך אינם כוחות משמרים.

העבודה השלילית של כוחות החיכוך מפחיתה את האנרגיה הקינטית של גופים, כמו גם העבודה השלילית של הכוחות, התלויים במרחק שבין הגופים; אולם עבודת כוחות החיכוך איננה גורמת להגדלת האנרגיה הפוטנציאלית. כתוצאה מכך הולכת האנרגיה הכללית של המערכת וקטנה.

בכל מערכת, הכוללת גופים גדולים, פועלים כוחות חיכוך. לכן במערכת סגורה של גופים נעים פוחתת האנרגיה המכנית וקטנה בהכרח. לכן דועכות תנודות המטוטלת, עוצרת המכונית כשמנועה דומם וכו'.

ברם, הפחתת האנרגיה המכנית אינה מסמנת את היעלמותה. בפועל מתרחשת התמרת אנרגיה מכנית לאנרגיות אחרות. בדרך כלל נבחין בפעולת כוחות החיכוך בחימום הגופים, או בלשון הפיזיקאים: גידול האנרגיה הפנימית של המערכת. קל לגלות את תופעת החימום עקב חיכוך; לדוגמה: נשפשף בחוזקה את המטבע

בשולחן. תוך כדי השפשוף מתחמם המטבע, וגדלה האנרגיה הקינטית של האטומים והמולקולות הבונים אותו: עקב פעולת כוחות החיכוך הופכת האנרגיה הקינטית של המטבע לאנרגיה קינטית של תנועה בלתי מסודרת של האטומים והמולקולות שבו.

במנועי הבעירה הפנימית, בטורבינות המונעות בקיטור, במנועי חשמל וכדומה נוצרת אנרגיה מכנית על חשבון הפחתת אנרגיות אחרות: אנרגיה פנימית של החומר, אנרגיה כימית, אנרגיה חשמלית וכו'.

?

1. **באילו מקרים נשמרת האנרגיה המכנית של המערכת?**
2. **מדוע אין כוח החיכוך כוח משמר?**
3. **לאן נעלמת האנרגיה המכנית במערכת, שפועלים בה כוחות החיכוך?**

53א § התנגשויות

בכל התנגשות בין שני גופים נשמר תמיד התנע הכולל של שני הגופים. לא כך לגבי האנרגיה; כפי שנדון בסעיף הקודם, ניתן להסיק שבהכרח קטֵנה היא עקב כוחות חיכוך מסוגים שונים.

אולם כאשר הגופים המתנגשים עשויים מחומר אלסטי, כפלדה או כשנהב, יהיו איבודי האנרגיה מזעריים. בהתנגשויות בין כדורי ביליארד, שעשויים שנהב, מגיעים איבודי האנרגיה עד כדי 3%-4% מהאנרגיה שאצורה בהם.

התנגשויות כאלה, שבהן סכומי האנרגיות הקינטיות לפני ההתנגשות ולאחריה שווים, מכונות **התנגשויות אלסטיות**.

שימור האנרגיה הקינטית בהתנגשות אלסטית מאפשר לפתור שורה של בעיות.

כדוגמה ננתח אירוע התנגשות מרכזית בין כדורים בעלי מסה שונה (כלומר: התנועה מתרחשת לאורך הקו הישר המחבר את מרכזי הכדורים), כאשר אחד מהכדורים (מס' 2) היה נייח לפני ההתנגשות. עבור משוואת התנע נקבל:

$$m_1v_1 = m_1u_1 + m_2u_2$$

וממשוואת האנרגיה:

$$\frac{m_1v_1^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}$$

כאשר: v_1 – מהירות הכדור הראשון לפני ההתנגשות; u_1 ו- u_2 – מהירויות הכדורים לאחר ההתנגשות.

מכיוון שהתנועה מתרחשת לאורך הקו הישר המחבר את מרכזי הכדורים, רשמנו את המהירויות כערכים סקלריים.

מהמשוואה הראשונה מקבלים:

$$u_2 = \frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - u_1\right)$$

נציב את הביטוי הזה במשוואת האנרגיה:

$$\frac{m_1}{2}\left(v_1{}^2 - u_1{}^2\right) = \frac{m_2}{2}\left(\frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - u_1\right)\right)^2$$

אחד הפתרונות של המשוואה הוא:

$$u_1 = v_1,\ \ u_2 = 0$$

אולם פתרון זה אינו מעניין, מכיוון שמשמעותו היא שהכדורים לא התנגשו בכלל.

לכן מחפשים פתרון אחר.

מצמצמים בשני האגפים ב- $m_1(v_1 – u_1)$, ומקבלים:

$$\frac{1}{2}\left(v_1 + u_1\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - u_1\right)$$

כלומר:

$$m_2v_1 + m_2u_1 = m_1v_1 - m_1u_1$$

או:

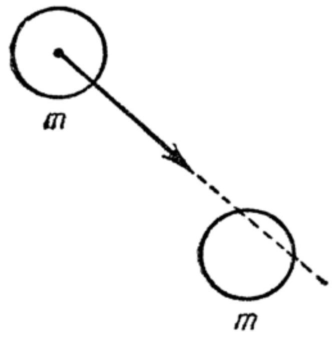
$$\left(m_1 - m_2\right)v_1 = \left(m_1 + m_2\right)u_1$$

מכאן מחלצים את מהירות הכדור הראשון לאחר ההתנגשות:

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot v_1$$

בהתנגשות מרכזית עם כדור נייח מנתר הכדור הפוגע לאחור (u_1 היא שלילית), כאשר מסתו קטנה ממסת הכדור הנייח. אם $m_1 > m_2$ ימשיכו שני הכדורים לנוע בכיוון v_1, כלומר, בכיוון התנועה של הכדור הנייד לפני ההתנגשות.

במשחק ביליארד נראה מקרה של פגיעה מרכזית מדויקת: הכדור הפוגע עוצר, וכדור המטרה נע. את התופעה ניתן להסביר באמצעות פתרון המשוואה: כאשר מסות הכדורים שוות, מתקבל מהמשוואה: $u_1 = 0$ ו- $u_2 = v_1$.



הכדור הפוגע נעצר, והכדור השני נע במהירותו של הכדור הפוגע, כלומר הכדורים מתחלפים במהירויותיהם.

ננתח עוד דוגמה של התנגשות אלסטית: כאשר בין שני כדורים בעלי מסה שווה מתרחשת התנגשות שאינה מרכזית. לפני ההתנגשות הכדור השני נייח, ולכן חוקי שימור התנע והאנרגיה יתנו:

$$m\vec{v}_1 = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2 ,$$

$$\frac{m{v_1}^2}{2} = \frac{m{u_1}^2}{2} + \frac{m{u_2}^2}{2}$$

מצמצמים במסה בשני האגפים ומקבלים:

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 ,$$

$${v_1}^2 = {u_1}^2 + {u_2}^2$$

הווקטור $\vec{v}_1$ הוא סכום וקטורי של שני הווקטורים $\vec{u}_1$ ו- $\vec{u}_2$. המשמעות היא ששלושת הווקטורים מהווים משולש. מהו המשולש הזה? ניזכר במשפט פיתגורס שמבטאת המשוואה השנייה. כלומר: המשולש הוא ישר-זווית, כאשר $\vec{v}_1$ הוא היתר, ו- $\vec{u}_1$ ו- $\vec{u}_2$ הם ניצבים שהזווית ביניהם ישרה.

המסקנה היא, שלאחר כל התנגשות שאינה מרכזית בין שני גופים שמסתם שווה, ינועו הגופים בכיוונים המאונכים זה לזה.

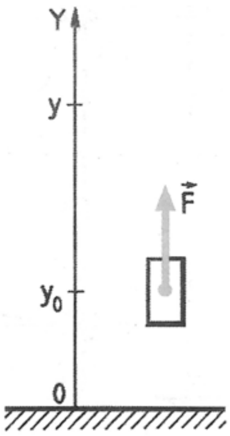
דוגמאות לפתרון תרגילים

בפתרון התרגילים של פרק זה נעשה שימוש גם בחוק שימור האנרגיה.

כאשר משתמשים בחוק שימור האנרגיה, יש קודם כול להגדיר איזה מצב מערכת הוא התחלתי ואיזה סופי. בהמשך יש לרשום את הביטויים לאנרגיית המערכת בשני המצבים ולהשוותם. כאשר רושמים את האנרגיה הפוטנציאלית

שבשדה הכבידה, יש לקבוע את רמת האפס לגובה במקום הנוח ביותר. כל זאת יודגם בתרגילים הבאים.

1. גוף נע אנכית כלפי מעלה בהשפעת כוח $F = 10N$. ברגע ההתחלתי היה הגוף בגובה 1m מעל פני הקרקע. מצאו את מקום הגוף ברגע שהכוח, המעלה את המשקולת, ביצע עבודה שערכה 100J.



ציור 116

<u>פתרון</u>

נקבע את ראשית הציר Oy על פני הקרקע. גובהו ההתחלתי של הגוף $y_0 = 1$ m. כאשר יבצע הכוח $\vec{F}$ את העבודה, יהיה גובהו של הגוף y, ואותו ניתן למצוא באמצעות הנוסחה:

$$W = F_y \cdot \Delta y = F_y(y - y_0)$$

מכאן נחלץ את y:
$$y = y_0 + \frac{W}{F_y}$$

מכיוון ש- $F_y = F$ (ראו ציור 116),

אזי:
$$y = y_0 + \frac{W}{F},\ y = 11\ m$$

2. מותחים קפיץ רפוי ב- $\Delta l = 10$ cm. מצאו את עבודת הכוח המותח, אם ידוע שכדי למתוח את הקפיץ ב- $\Delta l_0 = 1$ cm נדרש כוח של $F_0 = 2$ N. מהי עבודת הכוח האלסטי של הקפיץ?

<u>פתרון</u>

נרשום את ערכי ההתארכות של הקפיץ ביחידות של SI:

$\Delta l_0 = 0.01$ m, $\Delta l = 0.1$ m. נמצא את קבוע הקפיץ.

מחוק הוק $F_0 = k \cdot \Delta l_0$ נובע:

$$k = \frac{F_0}{\Delta l_0},\ k = 200\ \frac{N}{m}$$

העבודה שווה:
$$W = \frac{k\Delta l^2}{2},\ W = 1\ J$$

מגמת הכוח האלסטי מנוגדת למגמת הכוח החיצוני, וגודלו שווה לו. לכן:

$$W_{El} = - W,\ W = - 1\ J$$

3. על חוט שאורכו *l* תלויה משקולת. לאיזה גובה יש להרים את המשקולת (בהטיית החוט ממצבו האנכי), כדי שעקב שחרורה ללא מהירות התחלתית יהיה כוח מתיחות החוט גדול פי 2 מכוח הכבידה, ברגע שהחוט יעבור את מצבו האנכי?

<u>פתרון</u>

ברגע שהחוט עובר את המצב האנכי, פועלים על המשקולת הכוחות $\vec{F}$ ו- $\vec{F}_1$, הנמצאים לאורך קו אחד (ראו ציור 117). לכן תאוצת המשקולת $\vec{a}$ היא תאוצה צנטריפטלית ומכוונת כלפי מעלה.

נשתמש בחוק השני של ניוטון:

$$\vec{F} + \vec{F}_1 = m\vec{a}$$

נרשום את המשוואה בהיטלים לציר Oy (ראו ציור 117): $F - F_1 = ma$ כאשר

$$a = \frac{v^2}{l}$$

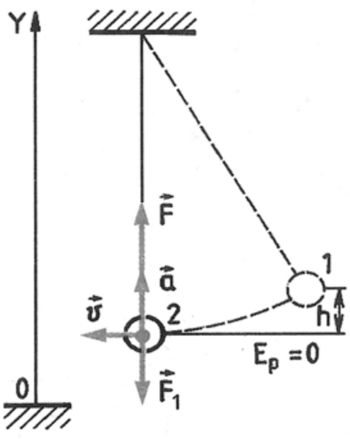
נתחשב בנתון $F = 2F_1$, ונקבל:

$$F_1 = ma,\ \ mg = \frac{mv^2}{l},\ \ v^2 = gl$$

עתה נשתמש בחוק שימור האנרגיה המכנית, ונקבע שבמצב 2 שווה האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף לאפס. לכן האנרגיה הפוטנציאלית במצב 1 שווה: $E_p = mgh$,

כאשר: h – גובה הגוף יחסית לרמת האפס של האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית.

במצב 2 יש לגוף אנרגיה קינטית בלבד:



ציור 117

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

בהתאם לחוק שימור האנרגיה:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh,\ \ v^2 = 2gh$$

נתחשב בשוויון : $v^2 = gl$, ונקבל סופית :

$$2gh = gl,\ \ h = \frac{1}{2}l$$

4. קליע שמסתו $m = 20\ g$ פוגע בקוביית עץ, שמסתה $M = 5\ kg$, התלויה על חבל שאורכו $l = 4\ m$ (המערכת מכונה "מטוטלת בליסטית"), ונתקע בו (ציור 118). מצאו את מהירות הקליע v_0, אם ידוע שזווית ההטייה המרבית של החבל מהמצב האנכי היא $\alpha = 14°$.

<u>פתרון</u>

את מהירות הקובייה לאחר שנתקע בה הקליע נמצא מחוק שימור התנע (ראו ציור 118א ו-ב), לאחר שנרשום אותו בהיטלים על ציר Ox : $mv_0 = (m + M)v$.

שלא כתנע, האנרגיה המכנית בתהליך זה **אינה נשמרת**, מכיוון שעל הקליע פועל כוח חיכוך שאינו כוח משמר; חלק מהאנרגיה הופך לחום, וחלק נוסף מושקע בעיוות החומר, ממנו עשויה הקובייה.

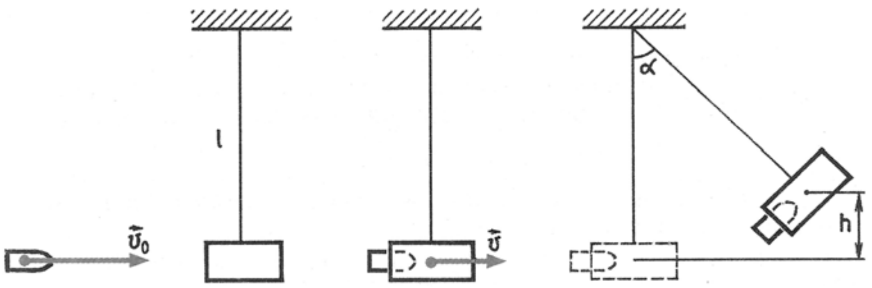
מהירות הקובייה עם הקליע היא : $$v = \frac{mv_0}{m + M} \qquad (6.32)$$

בהתאם לחוק שימור האנרגיה בתהליך ההטיה של המטוטלת, נרשום :

$$\frac{(M + m)v^2}{2} = (M + m)gh$$

כאשר : h – הגובה המרבי שאליו עולה הקובייה. מכאן מקבלים :

$$v = \sqrt{2gh} \qquad (6.33)$$



א)   ב)   ג)

ציור 118

את הגובה h אפשר למצוא מידיעת אורך החבל והזווית α (ראו ציור 118ג):

$$h = l - l\cos\alpha,\ \ h \approx 0.12\ m$$

מהביטויים (6.32) ו- (6.33) מקבלים:

$$v_0 = \frac{m + M}{m}\sqrt{2gh}\ ,\ \ v_0 \approx 427\ \frac{m}{sec}$$

מקבץ תרגילים 9

1. **ליטר נפט הועלה לקומה 10 ונשרף. לאן נעלמה האנרגיה הפוטנציאלית של הנפט?**
2. **איזו עבודה תתבצע, אם כוח של $3N$ יעלה משקולת שמשקלה $1N$ לגובה 5 מטרים?**
3. **משקולת, שמסתה 97 ק״ג, מונעת באמצעות חבל במישור אופקי ובמהירות קבועה. החבל יוצר זווית של $30°$ עם המישור. מקדם החיכוך 0.2.**
מצאו את עבודת הכוח המושך בחבל, לאחר שהמשקולת עברה מרחק 100 מטר.
4. **איזו עבודה מתבצעת בהתכווצות קפיץ ב-10 ס״מ, אם ידוע שלהתכווצות של 1 ס״מ נדרש כוח של 1,000 ניוטון?**
5. **באיזו מהירות נע קרון רכבת, שמסתו 20,000 ק״ג, על גבי מסילה אופקית בעת התנגשות במחסום, אם בעת הבלימה התכווץ כל אחד משני הקפיצים הבולמים ב-10 ס״מ? נתון שכדי לכווץ את הקפיץ ב-1 ס״מ נדרש כוח של 10,000 ניוטון.**
6. **כדור עופרת, שמסתו $m_1 = 500\ g$, נע במהירות $v_1 = 10\ m/sec$ ומתנגש בכדור נייח משעווה, שמסתו $m_2 = 200\ g$. לאחר ההתנגשות נעים שני הכדורים יחד. מצאו את האנרגיה הקינטית של הכדורים לאחר ההתנגשות.**
7. **מכונית שמסתה $1T$ מתחילה לנסוע בתאוצה קבועה ועוברת מרחק 20 מ׳ בזמן 2 ש׳. איזה הספק מפיק מנוע המכונית?**
8. **לאיזה גוף אנרגיה גדולה יותר: ללבנה שמסתה 1 ק״ג, המורמת לגובה 1 מטר – או לאבן שמסתה 0.5 ק״ג הנעה במהירות קבועה של 2.5 מ״/ש׳?**
9. **גוף נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות 4.9 מ״/ש׳. באיזה גובה תשתווה האנרגיה הקינטית לאנרגיה הפוטנציאלית של הגוף?**

תקציר פרק 6

השפעתם של כוחות על גופים עשויה להתבטא בהשקעת עבודה. כוח קבוע $\vec{F}$, המעתיק גוף בקו ישר, מבצע עבודה:

$$W = F\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\alpha$$

כאשר: α - הזווית בין הווקטורים $\vec{F}$ ו- $\Delta\vec{r}$.

היחס בין העבודה לפרק הזמן, שבמהלכו בוצעה, מכונה **הספק**:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

שינוי האנרגיה הקינטית, האצורה בגוף, שווה לסכום עבודת כל הכוחות הפועלים על הגוף:

$$W = \Delta E_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

אם הכוחות הפנימיים במערכת הם כוחות משמרים, שווה עבודתם של כוחות אלה לשינוי האנרגיה הפוטנציאלית האצורה בגוף, בסימן נגדי: $W = -\Delta E_p$.

האנרגיה הפוטנציאלית של מערכת שני הגופים – כדור הארץ וגוף, המורם מעליו לגובה לא רב – שווה ל: $E_p = mgh$

כאשר: h – גובה הגוף מעל פני הקרקע.

האנרגיה הפוטנציאלית האצורה בגוף מעוות היא:

$$E_{pEl} = \frac{k\Delta l^2}{2}$$

כאשר: k – קבוע הקפיץ; Δl – העיוות (השינוי באורך).

האנרגיה הפוטנציאלית מוגדרת עד כדי קבוע שרירותי, התלוי בבחירת רמת האפס לגובה.

במערכת סגורה, שבה פועלים כוחות משמרים בלבד, ערך האנרגיה הכוללת נשמר:

$$E = E_k + E_p = const$$

ערך האנרגיה הקינטית תלוי במהירות הגופים, וערך האנרגיה הפוטנציאלית תלוי במרחקים שביניהם.

פרק 7. שיווי-משקל של גוף קשיח

§54 שיווי-משקל של גופים

כאשר גוף נח, אומרים שהוא נמצא ב**שיווי-משקל**. בניינים, גשרים, מוטות תמיכה, ספר על שולחן וגופים רבים אחרים נחים – אף שפועלים עליהם כוחות מצדם של גופים אחרים. לתנאֵי שיווי-המשקל משמעות מעשית רבה בהנדסת המכונות, בבנייה, במכשור ובתחומים אחרים. במציאות משנה כל גוף את צורתו ואת מידותיו בהשפעת הכוחות הפועלים עליו, כלומר הוא מתעוות. גודל העיוות תלוי בגורמים שונים: בחומר שממנו עשוי הגוף, בצורתו, בגודל הכוחות הפועלים עליו ובכיוונם. העיוותים עשויים להיות גדולים, ואז קל להבחין בהם – למשל: התארכותו של חוט גומי או עיקום של סרגל מדידה. עיוותים קטנים ניתן לגלות באמצעות מכשור מיוחד.

אם פעולת הכוחות גורמת לעיוותים משמעותיים של הגוף, יהיה הגוף בעל מידות גיאומטריות חדשות לאחר פעילותם. בעיות מסוג זה, הקשורות בחישובי העיוותים של הגופים, מורכבות למדי ואינן מענייננו פה.

במקרים רבים במציאות אין עיוות גופים, הנמצאים בשיווי-משקל, גדול. במקרים אלה אפשר להזניח את העיוות ולבצע חישובים כאילו הגוף בלתי מעוות, כלומר **קשיח באופן מוחלט**. לאחר שנלמד את תנאי שיווי-המשקל של גוף קשיח לחלוטין, נוכל גם למצוא את תנאי שיווי-המשקל של גופים במציאות, כאשר אפשר להזניח את מידת עיוותם.

פרק המכניקה, העוסק בשיווי-משקל של גוף קשיח לחלוטין, מכונה **סטטיקה.**

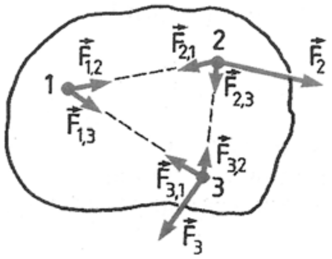
בסטטיקה מובאות בחשבון מידות הגוף וצורתו, וכל הגופים נחשבים קשיחים לחלוטין. סטטיקה היא מקרה פרטי של דינמיקה, מכיוון שמנוחת הגופים, כאשר פועלים עליהם כוחות, היא מקרה פרטי של מהירות תנועה ששיעורה אפס. העיוותים המתרחשים בגוף נלמדים בפרקים מיוחדים של המכניקה (תורת האלסטיות, חוזק חומרים). בהמשך נכנה גוף קשיח לחלוטין בשם **גוף קשיח** או **גוף**.

באמצעות חוקי ניוטון נבדוק תחילה באילו תנאים יימצא גוף בשיווי-משקל. לשם כך נחלק באופן דמיוני את הגוף למספר רב של חלקים קטנים, כדי שיהיה אפשר לתאר כל אחד מהם כגוף נקודתי; כמה חלקים כאלה מתוארים בציור 119. את הכוחות, הפועלים על הגוף מצדם של גופים אחרים, נכנה **כוחות חיצוניים**, ואת הכוחות, שבהם החלקים הקטנים פועלים אחד על משנהו – **כוחות פנימיים**. כך הכוח $\vec{F}_{1,2}$ הוא הכוח הפועל על חלק 1 מצדו של חלק 2, והכוח $\vec{F}_{2,1}$ הוא הכוח הפועל על חלק 2 מצדו של חלק 1.

אלה הם כוחות פנימיים, ואליהם שייכים גם הכוחות $\vec{F}_{1,3}$ ו-$\vec{F}_{3,1}$ ו- $\vec{F}_{3,2}$, $\vec{F}_{2,3}$.

במקרה הכללי יכולים לפעול על כל חלק כמה כוחות חיצוניים. נסמן ב- $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ את הסכום הווקטורי של כל הכוחות החיצוניים, הפועלים על החלקים 1, 2 ו-3, בהתאמה.

באופן דומה נסמן באמצעות הכוחות $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \vec{F}'_3$ את הכוחות הפנימיים, הפועלים על אותם החלקים 1, 2 ו-3, בהתאמה.



ציור 119

אם הגוף נמצא במנוחה, שווה התאוצה של כל חלק לאפס. לכן על-פי החוק השני של ניוטון יהיה שווה לאפס גם הסכום הווקטורי של כל הכוחות הפועלים על כל חלק. לכן אפשר לרשום:

$$\vec{F}_1+\vec{F}'_1 = 0,\quad \vec{F}_2 + \vec{F}'_2 = 0,\quad \vec{F}_3 + \vec{F}'_3 = 0 \qquad (7.1)$$

כדי שגוף יימצא במצב שיווי משקל, חייב שקול כל הכוחות הפועלים על כל חלק של הגוף להיות שווה לאפס.

§55 התנאי הראשון לקיום שיווי-משקל של גוף קשיח

בסעיף הקודם נוכחנו לדעת, ששיווי-המשקל של גוף נקבע על-ידי כל הכוחות הפועלים עליו: הכוחות החיצוניים והכוחות הפנימיים.

עתה נבדוק באיזה תנאי צריכים לעמוד הכוחות החיצוניים, כדי שהגוף יישאר בשיווי-משקל. נחבר את המשוואות (7.1), המתארות את תנאי שיווי-המשקל של כל חלקי הגוף:

$$\left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots\right) + \left(\vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 + \ldots\right) = 0$$

בסוגריים השמאליים רשום הסכום הווקטורי של כל הכוחות החיצוניים הפועלים על הגוף, ובסוגריים הימניים – הסכום הווקטורי של כל הכוחות הפנימיים. כידוע, סכום כל הכוחות הפנימיים במערכת שווה לאפס, מכיוון שעל-פי החוק השלישי של ניוטון מתאים לכל כוח פנימי כוח פנימי אחר, השווה לו בגודלו ומנוגד לו במגמתו. לכן באגף השמאלי של השוויון יישאר רק סכום הכוחות החיצוניים, הפועלים על הגוף:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = 0 \qquad (7.2)$$

עבור הגוף הקשיח מכונה תנאי זה **התנאי הראשון לקיום שיווי-משקל**.

אם גוף קשיח נמצא בשיווי-משקל, שווה הסכום הווקטורי של הכוחות החיצוניים הפועלים עליו לאפס.

מכיוון שעל חלקים אחדים של הגוף יכולים לפעול כוחות חיצוניים, ועל חלקים אחרים אין כוחות חיצוניים פועלים כלל, אין מספר כל הכוחות החיצוניים שווה בהכרח למספר חלקי הגוף (ראו ציור 119).

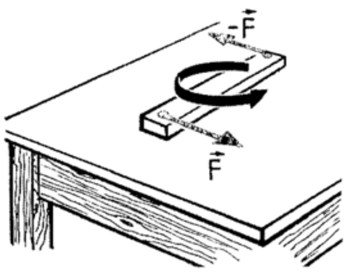
אם סכום הכוחות שווה לאפס, שווה גם סכום היטלי הכוחות על צירי הקואורדינטות לאפס. למשל: עבור היטלי הכוחות החיצוניים על ציר Ox ניתן לרשום:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots = 0 \qquad (7.3)$$

משוואות מסוג זה ניתן לרשום גם עבור היטלי הכוחות החיצוניים על הצירים Oy ו- Oz.

§56 מומנט של כוח; התנאי השני לקיום שיווי-משקל של גוף קשיח

התנאי הקובע, שסכום הכוחות החיצוניים הפועלים על גוף קשיח יהיה שווה לאפס, הוא תנאי הכרחי, אך אינו מבטיח קיום שיווי-משקל. קל להוכיח זאת – למשל על-ידי הפעלת שני כוחות, השווים בגודלם והמנוגדים במגמתם, בשתי נקודות שונות של קרש, כפי שמתאר ציור 120.

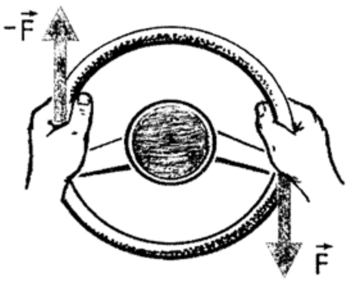


ציור 120

סכום הכוחות האלה שווה לאפס:

$$\vec{F} + \left(-\vec{F}\right) = 0$$

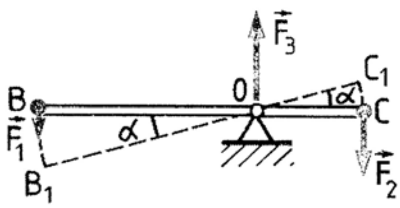
אך הקרש יסתובב. באופן דומה שני הכוחות, השווים בגודלם ומנוגדים במגמתם, מסובבים את הגה המכונית (ראו ציור 121). קל להבין מדוע: כל גוף נמצא בשיווי-משקל, כאשר סכום כל הכוחות הפועלים על כל אחד מחלקיו שווה שווה לאפס; אך אפשר שסכום הכוחות החיצוניים שווה לאפס – ועם זאת סכום כל הכוחות הפועלים על כל חלק של הגוף אינו שווה לאפס. במקרה זה לא יהיה הגוף בשיווי-משקל. בדוגמאות לעיל לא נמצאים הקרש וההגה בשיווי-משקל מאותה סיבה: סכום כל הכוחות הפועלים על חלקים בודדים אינו שווה לאפס.



ציור 121

נברר אפוא באיזה תנאי נוסף – מלבד שוויון סכומם לאפס – צריכים לעמוד הכוחות החיצוניים, כדי שהגוף יישאר בשיווי-משקל. נשתמש בחוק שינוי האנרגיה הקינטית.

נמצא, לדוגמה, את התנאי לשיווי-משקל של מוט הקבוע על ציר בנקודה O (ראו ציור 122). המכשיר הפשוט הזה מכונה "מנוף". נניח שעל המנוף מופעלים הכוחות $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}_2$. אלה עשויים להיות, למשל, כוחות מתיחות חוטים שלקצותיהם קשורות משקולות.



ציור 122

מלבד הכוחות $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}_2$ פועל על המנוף אנכית כלפי מעלה כוח תגובת הציר $\vec{F}_3$.

כאשר המנוף נמצא בשיווי-משקל, סכום כל שלושת הכוחות שווה לאפס:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

נחשב את העבודה, שמבצעים הכוחות החיצוניים תוך כדי סיבוב המנוף לזווית קטנה מאוד α. נקודות האחיזה של הכוחות $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}_2$ יעברו מרחקים $s_1 = |BB_1|$ ו- $s_2 = |CC_1|$ (את הקשתות BB_1 ו- CC_1 אפשר להחליף בישרים עבור זוויות α קטנות) . העבודה $W_1 = F_1 s_1$ של הכור $\vec{F}_1$ חיובית, מכיוון שהנקודה B נעה במגמת

פעולת הכוח; והעבודה $W_2 = - F_2 s_2$ של הכוח $\vec{F}_2$ שלילית, מכיוון שהנקודה C נעה במגמה הנגדית לפעולת הכוח $\vec{F}_2$. הכוח $\vec{F}_3$ אינו מבצע עבודה, מכיוון שנקודת אחיזתו איננה זזה.

את המרחקים s_1 ו-s_2 אפשר לבטא באמצעות זווית הסיבוב של המנוף α הנמדדת ברדיאנים:

$$s_2 = \alpha\,|CO| \quad \text{ו-} \quad s_1 = \alpha\,|BO|$$

נשתמש בביטויים האלה ונרשום את העבודה כך:

$$W_1 = F_1\,\alpha\,|BO| \qquad (7.4)$$
$$W_2 = F_2\,\alpha\,|CO|$$

הרדיוסים BO ו- CO של קשתות המעגלים, שבהן נעות נקודות אחיזת הכוחות $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}_2$, הם האנכים, שהורדו מציר הסיבוב אל קווי פעולת הכוחות.
אורך האנך, היורד מציר הסיבוב אל קו פעולת הכוח, מכונה **זרוע הכוח.**
נסמן את זרוע הכוח באות d.

אזי: $|BO| = d_1$ - זרוע הכוח $\vec{F}_1$; $|CO| = d_2$ - זרוע הכוח $\vec{F}_2$.
נציב ב - (7.4) ונקבל:

$$W_1 = F_1\,\alpha\,d_1 \qquad (7.5)$$
$$W_2 = - F_2\,\alpha\,d_2$$

הנוסחאות (7.5) מראות, שעבור זווית הסיבוב הנתונה תלויה העבודה של כל אחד מהכוחות המופעלים על הגוף במכפלת גודל הכוח באורך הזרוע, עם סימן פלוס או מינוס. מכפלה זאת מכונה **מומנט הכוח**.

מומנט הכוח ביחס לציר סיבוב הגוף הוא מכפלת גודל הכוח באורך זרוע הכוח, ונושא סימן פלוס או מינוס.

מומנט הכוח $\vec{F}$ מסומן באות M:

$$M = \pm Fd$$

מוסכם שמומנט הכוח $\vec{F}$ נחשב **חיובי,** אם בהיעדר כוחות אחרים הוא יגרום לסיבוב הגוף נגד מגמת מחוגי השעון; וייחשב **שלילי,** אם הסיבוב שייגרם על-ידיו

יהיה במגמת מחוגי השעון. מומנט הכוח $\vec{F}_1$ יהיה אפוא: $M_1 = F_1d_1$, ומומנט הכוח $\vec{F}_2$ יהיה: $M_2 = - F_2d_2$.

הביטויים לעבודה יירשמו כך:

$$W_1 = M_1 \alpha \tag{7.6}$$

$$W_2 = M_2 \alpha$$

והעבודה הכוללת של הכוחות החיצוניים תירשם כך:

$$W = W_1 + W_2 = (M_1 + M_2)\alpha \tag{7.7}$$

למדנו שעבודת הכוחות החיצוניים, הפועלים על הגוף, שווה לשינוי האנרגיה הקינטית. כאשר הגוף מתחיל לנוע, האנרגיה הקינטית גדלה. כדי להגדיל את האנרגיה הקינטית, חייבים הכוחות החיצוניים לבצע עבודה. בהתאם למשוואה (7.7) יכולה העבודה להתבצע במקרה אחד בלבד: כאשר המומנט הכולל של הכוחות החיצוניים שונה מאפס. אם המומנט הכולל של הכוחות החיצוניים הפועלים על הגוף שווה לאפס, אין העבודה מתבצעת, האנרגיה הקינטית לא גדלה (נשארת שווה לאפס) והגוף לא יתחיל לנוע.

השוויון:

$$M_1 + M_2 = 0 \tag{7.8}$$

הוא התנאי השני הנחוץ לקיום שיווי-משקל של גוף קשיח.

במצב שיווי-משקל של גוף קשיח ישווה לאפס סכום המומנטים של כל הכוחות החיצוניים, הפועלים על הגוף, ביחס לכל ציר נבחר.

במקרה הכללי של כמה כוחות חיצוניים יירשמו תנאי שיווי-המשקל של גוף קשיח כך:

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = 0\,, \\ M_1 + M_2 + M_3 + \ldots = 0 \end{array}} \tag{7.9}$$

תנאים אלה הכרחיים ומספיקים לקיום מצב שיווי-משקל של גוף קשיח.

אם תנאים אלה מתקיימים, נמצא הגוף בשיווי-משקל; שהרי סכום הכוחות, הפועלים על כל חלק של הגוף, שווה לאפס. אם אין הגוף קשיח לחלוטין, ייתכן שלא

יהיה בשיווי-משקל בהשפעת הכוחות החיצוניים הפועלים עליו – אף שסכום הכוחות החיצוניים וסכום המומנטים, הפועלים עליו יחסית לכל ציר, שווים לאפס – בגלל עיוות הגוף. אזי סכום הכוחות, הפועלים על כל חלק קטן של הגוף, לא יהיה שווה לאפס.

לדוגמה: נפעיל שני כוחות שווים על קצוות של חוט מגומי ונמתח אותו. בהשפעת הכוחות האלה לא יהיה החוט בשיווי-משקל (הוא יימתח) – אף שסכום הכוחות החיצוניים שווה לאפס, וכן שווה לאפס סכום המומנטים של הכוחות החיצוניים ביחס לציר נבחר, העובר דרך כל נקודה במרחב.

?

1. **מהי זרוע כוח?**
2. **מהו מומנט של כוח?**
3. **אילו תנאים הכרחיים ומספיקים לשמירת שיווי משקל של גוף קשיח?**

דוגמאות לפתרון תרגילים

לפתרון תרגילים בסטטיקה (של גוף קשיח) יש להשתמש בתנאי שיווי המשקל (7.9); אך במקום המשוואה הווקטורית לסכום כוחות יש להיעזר במשוואות ההיטלים של הכוחות על צירי הקואורדינטות. לעתים נוח יותר לפתור תרגיל בשימוש בכלל הגיאומטרי לחיבור הווקטורים: במצב שיווי-משקל ייסגר המצולע, המורכב מווקטורי הכוחות, וכך יותיר לשקול הכוחות את הערך אפס. במקרה זה אכן מתאפס וקטור סכום הכוחות בהתאם לתנאי הראשון לקיום מצב של שיווי-משקל (דוגמה מתאימה תובא בהמשך).

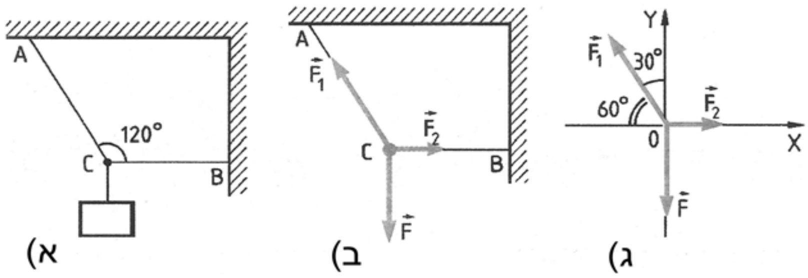
כאשר רושמים את כלל המומנטים, יש לבחור ציר שיאפשר להגדיר את הכוחות וזרועותיהם באופן הפשוט ביותר, ושיהיה מספר קטן ככל שאפשר של איברים בסכום המומנטים.

בחלק מהתרגילים מדובר במוטות המחוברים באמצעות צירים. במקרים כאלה יש להזניח את החיכוך בנקודות החיבור.

1. משקולת תלויה בשני חבלים (ראו ציור 123א). זווית ACB שווה ל- $120°$. כוח הכבידה הפועל על המשקולת שווה ל- 600 N. מצאו את כוחות המתיחה הפועלים בחבלים AC ו- CB.

פתרון

נסמן את הכוחות האלסטיים בחבלים באמצעות $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}_2$. כוחות אלה מכוונים לאורך החבלים מהנקודה C (ראו ציור 123ב). מלבד הכוחות האלה פועל על הנקודה C כוח $\vec{F}$ השווה לכוח הכבידה. הנקודה C נמצאת בשיווי-משקל. לכן סכום הכוחות הפועלים עליה שווה לאפס:



ציור 123

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F} = 0$$

את צירי הקואורדינטות נבחר כמתואר בציור 123ג. במצב שיווי-משקל שווה סכום היטלי כל הכוחות על צירי הקואורדינטות לאפס:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_x = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_y = 0$$

או:

$$F_2 - F_1 \cos 60° = 0$$

$$F_1 \cos 30° - F = 0$$

מכאן:

$$F_1 = \frac{F}{\cos 30°} \approx 690 \text{ N}$$

$$F_2 = F_1 \cos 60° \approx 3450 \text{ N}$$

2. **מכסה הפתח AO עשוי להסתובב סביב ציר החיבור ללא חיכוך. קצהו A מוחזק על-ידי חבל (ראו ציור 124א). מצאו את כוח מתיחות החבל ואת כוח תגובת הציר. הזווית בין החבל לבין המכסה $\alpha = 60°$. מבנה המכסה אחיד, ופועל עליו כוח כבידה של 300 N.**

פתרון

על המכסה פועלים שלושה כוחות (ראו ציור 124ב): כוח הכבידה $\vec{F}$, המופעל על מרכז המכסה בנקודה D; כוח המתיחות $\vec{F}_1$ מצדו של החבל; וכוח תגובה $\vec{F}_2$ מצדו של ציר החיבור (שאינו מתואר בציור, מכיוון שכיוונו טרם ידוע).

נבחר את צירי הקואורדינטות כפי שמתואר בציור 124ב. מכיוון שהמכסה נמצא בשיווי-משקל, שווה סכום המומנטים של כל הכוחות ביחס, למשל, לציר החיבור, לאפס:

$$M_1 + M + M_2 = 0$$

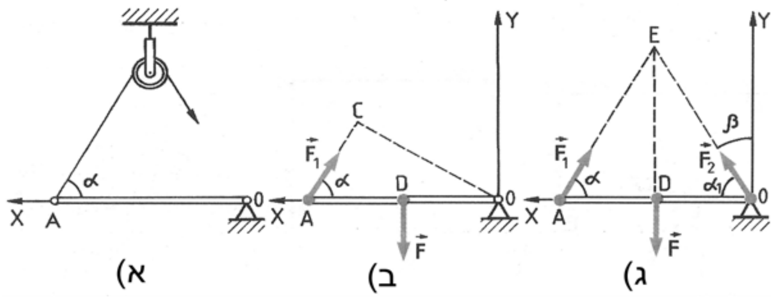
נסמן $|AO| = l$, ונמצא את הזרועות של הכוחות.

נקבל עבור זרוע הכוח $\vec{F}$:

$$|OD| = \frac{|AO|}{2} = \frac{l}{2}$$

זרוע הכוח $\vec{F}_1$:

$$|CO| = |AO| \sin\alpha = l \sin\alpha$$



ציור 124

זרוע הכוח $\vec{F}_2$ שווה לאפס, מכיוון נקודת אחיזתו בציר עצמו.

נביא בחשבון את הסימנים, ונרשום את כל המומנטים:

$$M = F\cdot\frac{l}{2},\ \ M_1 = -F_1\cdot l\cdot\sin\alpha,\ \ M_2 = 0$$

מכאן מקבלים:

$$F_1 = \frac{F}{2\sin\alpha},\ \ F_1 = \frac{300\cdot 2}{2\sqrt{3}}\,N \approx 173\ N$$

כדי למצוא את כוח התגובה של ציר החיבור נשתמש בתנאי הראשון לשיווי

המשקל:

$$\vec{F}_2 + \vec{F} + \vec{F}_1 = 0$$

נרשום משוואה זו בהיטלים על צירי הקואורדינטות:

$$F_{1x} + F_x + F_{2x} = 0$$

$$F_{1y} + F_y + F_{2y} = 0$$

או:

$$F_{2x} - F_1 \cos\alpha = 0$$

$$F_{2y} - F + F_1 \sin\alpha = 0$$

מכאן:

$$F_{2x} = F_1 \cos\alpha,\ \ F_{2x} = \frac{1}{2}F_1,\ \ F_{2x} = 86\ \text{N}$$

$$F_{2y} = F - F_1 \sin\alpha,\ \ F_{2y} = 300\ \text{N} - 86.5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\ \text{N} \approx 225\ \text{N}$$

גודל הכוח $\vec{F}_2$ שווה ל:

$$F_2 = \sqrt{F_{2x}^{\ 2} + F_{2y}^{\ 2}},\ \ F_2 \approx 173\ \text{N}$$

נמצא את הזוויות בין הכוח $\vec{F}_2$ לבין צירי הקואורדינטות:

$$\cos\alpha_1 = \frac{F_{2x}}{F_2},\ \ \cos\alpha_1 = \frac{1}{2},\ \ \alpha_1 = 60°$$

$$\cos\beta = \frac{F_{2y}}{F_2},\ \ \cos\beta = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \ \beta = 30°$$

כעת נוכל לתאר את הכוח $\vec{F}_2$ בציור 124ג.

אפשר לפתור תרגיל סטטי זה אחרת: נבחר בנקודה E, שבה נפגשים קווי פעולת הכוחות $\vec{F}_1$ ו- $\vec{F}$, כנקודת ייחוס לצורך חישוב המומנטים. המומנטים של כוחות אלה ביחס לנקודה E שווים לאפס; ומשום שהמבנה נמצא בשיווי-משקל, ישווה לאפס גם מומנט הכוח השלישי $\vec{F}_2$ ביחס לנקודה E. לכן הכוח $\vec{F}_2$, שמקורו בנקודה O, יעבור דרך נקודה E, וזרועו תתאפס; ומטעמי סימטריה יהא כיוונו נטוי ב- 60° לציר Ox. עתה אפשר לשרטט את משולש הכוחות, ולחשב או למדוד בקנה-מידה את כוח התגובה של ציר החיבור.

מקבץ תרגילים 10

1. **הביאו דוגמאות לגוף שאינו נמצא בשיווי-משקל – אף שסכום הכוחות הפועלים עליו שווה לאפס.**
2. **האם אפשר להשתמש במאזניים קפיציים לשקילת גופים, שמשקלם גדול בהרבה מתחום המדידה של המשקל? הסבירו.**
3. **מדוע כדור על מישור משופע אינו נמצא בשיווי משקל?**
4. **כדי לשגר דאון משתמשים בכבלי גומי. מצאו את הכוח, שבו פועל הדאון על הכבל, ברגע שהזווית בין שני כיווני הכבל שווה ל- $90°$, וכל אחד מהם מתוח בכוח של 500 ניוטון.**
5. **על קצה ידית של "מפתח שוודי", שאורכו 20 ס"מ, מופעל כוח של 50 ניוטון בזווית $60°$ לקו הידית של המפתח. מצאו את זרוע הכוח ואת המומנט.**
6. **אדם פותח דלת בכוח של 4 ניוטון, המופעל בזווית $60°$ למישור הדלת במישור אופקי. מומנט הכוח שווה ל- $3.5\ \text{N}\cdot\text{m}$. מה המרחק מהידית לצירי הדלת?**
7. **צינור שמסתו 14 ק"ג מונח על הקרקע. איזה כוח צריך להפעיל על אחד מקצות הצינור כדי להרים אותו מעט?**

תקציר פרק 7

בסטטיקה נלמדים תנאי שיווי-משקל של גופים קשיחים לחלוטין, כלומר גופים שהעיוותים שלהם קטנים וזניחים. גוף קשיח נמצא בשיווי-משקל, כאשר סכום הכוחות החיצוניים הפועלים עליו, וכן סכום המומנטים של הכוחות החיצוניים, שווים לאפס:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = 0\ ,$$
$$M_1 + M_2 + M_3 + \ldots = 0$$

מומנט הכוח הוא מכפלת הכוח בזרוע הכוח, כלומר באורך האנך היורד מהציר, שביחס אליו נמדד המומנט, על קו פעולת הכוח. גודל המומנט שווה ל- $|M| = Fd$, והוא חיובי, אם בהיעדרם של כוחות אחרים הוא גורם לסיבוב הגוף כנגד מגמת מחוגי השעון; וסימנו שלילי, אם הוא גורם לסיבוב הגוף במגמת מחוגי השעון.