ג׳ מיאָקישֶׁב
ב׳ בּוּכוֹבְצֶב
נ׳ סוֹצְקי

פיזיקה 10

ספר לימוד לבתי ספר תיכוניים

תרגום ועריכה מדעית: ד״ר פיליפ סלובוצקי

יסוד – הוצאה לאור

תוכן העניינים

דינמיקה

סטטיקה

פיזיקה מולקולרית
תופעות הקשורות בחום

תוכן העניינים

יסודות האלקטרודינמיקה

דְבר העורך הראשי

קוראים יקרים,

בידיכם כרך ראשון משני הספרים, המהווים את לִבָּהּ של העֶרכה המקיפה החדשה ללימוד פיזיקה בבתי-ספר תיכוניים. בנוסף לשני ספרי הלימוד הללו, המלוּוים בתקליטורים המכילים הדמיות ממוחשבות, כוללת הערכה שני ספרי הדרכה למורים ושני ספרי בעיות ותרגילים.

ספרי לימוד אלה מתבססים על שיטת הלימוד, הנהוגה בבתי-הספר התיכוניים ברוסיה. המהדורה הראשונה של הספרים יצאה לאור לפני כ-20 שנה, ותרגומם נעשה מהמהדורה מס׳ 14 (מס׳ 12 של הספר השני). התכנים הותאמו לתוכנית הלימודים של משרד החינוך.

ייחודיות הספרים היא בשלמות החומר וברציפותו: התפתחות הפיזיקה נפרשת מימי קדם דרך ימי הביניים, שנות פריחתה במאה ה-19, ועד לשליטתה של הפיזיקה המודרנית בכל תחומי החיים בימינו.

לצד המתווה ההיסטורי המרתק, הכתוב בשפה ברורה ופשוטה לכול, ואשר בו משתפים הפיזיקאים את הקוראים בהתלבטויות ושאלות שהתעוררו במהלך עבודתם, כוללים הספרים את כל הכלים החיוניים שיסייעו לתלמידים להצליח במבחני הבגרות, כמו: תיאורים של התופעות, הגדרות, משפטים, הוכחות, יחידות, נוסחאות, דוגמאות של פתרון תרגילים ותרגילים לבדיקה עצמית.

מלבד אוסף הנוסחאות והמידע מאתגרים הספרים את התלמידים בהבנת הקשרים בין תחומי הפיזיקה השונים ובין הפיזיקה למדעי טבע אחרים, ובפתרון בעיות, ובזאת חשיבותם.

הספרים חוברו בידי צוות מורים ומדענים מהאוניברסיטה של מוסקבה, לאחר שיעילותה של השיטה הוכחה במשך עשרות שנות הוראה של פיזיקה בבתי-הספר בברית-המועצות.

הספרים קומפקטיים: שני הכרכים מכילים את כל חומר הלימוד ברמה עד 5 יחידות לימוד. ההסברים פשוטים, ועם זאת מקיפים ומאפשרים חזרה ולימוד עצמי של החומר.

התקליטורים המלווים פותחו בידי חברת ״הלומדה״ הישראלית, שפיתחה עשרות הדמיות בפיזיקה במשך כ-20 שנה. ההדמיות הממוחשבות מאפשרות המחשה גרפית אינטראקטיבית של התופעות העיקריות המתוארות בספרים ועריכת ״המעבדה הווירטואלית״ וחקר עצמי של תופעות אלה.

ספרי התרגילים, המהווים את הצלע השלישית של ערכת הלימוד, מכילים כ- 2,000 בעיות חישוב ושאלות הבנה בכל נושאי הלימוד המסודרים לפי רמת קושי ומורכבות.

ספרי ההדרכה למורים כוללים מערכי שיעורים מומלצים, תיאור המעבדות ותרגילים נוספים.

אנו תקווה שהערכה החדשה תהיה בבחינת פורצת דרך בהוראה ובלימוד של הפיזיקה, ותמשוך רבבות תלמידים חדשים ללימודי המדע החשוב והמרתק זה.

הספר הראשון מקיף שלושה תחומים – מכניקה, תורת הגזים ותורת החשמל – המהווים חלק מפרקי חובה בתוכנית הלימודים החדשה.

כדי להתאים את הספרים לתוכנית הלימודים החדשה של משרד החינוך הוכנסו בהם כמה פרקים נוספים, כמו תנועה בתאוצה משתנה, חוקי קפלר, חוקי קירכהוף ועוד (הם סומנו בתוספת אות ליד מספר הסעיף) וכן פרק של חישוב שגיאות, שחובר בידי העורך הדידקטי, ד״ר יעקב שרגאי.

אני מודה מקרב לב לצוות המערכת של ההוצאה לאור ״יסוד״, לעורך הדידקטי ד״ר יעקב שרגאי ולעורך הלשוני א״ב צפורה, שלא התיר לנו לשגות בלשון העברית בתחום כה רחוק ממנה כמו פיזיקה מודרנית. תודה מיוחדת לאנשי ״הלומדה״ על התאמת ההדמיות הממוחשבות לגרסת התקליטור המלווה .

נשמח לקבל הערות ותגובות לספרים שלפניכם. אנא שלחו אותם לדואר האלקטרוני של ״הלומדה״ : halomda@netvision.net.il.

בהצלחה בלימוד ובהוראת הפיזיקה – המדע העתיק והמרתק מכולם!

ד״ר פיליפ סלובוצקי,

המתרגם והעורך הראשי

דבר היועץ המדעי

הספרים שבידיכם שונים מכל ספרי לימוד פיזיקה לתלמידי תיכון, שיצאו עד כה לאור בארץ. ייחודם הוא בתיאור הפיזיקה כמדע חי ומתפתח, המציב אתגרים וקורא להצטרף לפיצוחם.

הספרים עוסקים בכל הנושאים הנדרשים על פי תוכנית הלימודים של משרד החינוך ברמה של 3 ו-5 יחידות לימוד, וכמה נושאים שאינם כלולים בתוכנית החובה – כמו תרמודינמיקה, מוליכים למחצה, ייצור חשמל, תקשורת רדיו – שבלעדיהם היתה הפיזיקה נשארת מדע מנותק מחיי היומיום. יתרה מכך; אי-הכרתם של הנושאים הללו עושה גם את התלמיד, שהצליח בבחינת הבגרות בפיזיקה, לרובוט, הזוכר את הנוסחאות – אך אינו יודע היכן משתמשים בהן.

ספרי הלימוד מציגים גם את ההיסטוריה של הפיזיקה, וכך עושים את הקריאה בהם למרתקת ולא דומה לשינון נוסחאות ודרכי פתרון בעיות בלבד. לשיטה זאת שני יתרונות בולטים: היא מעוררת את סקרנות הקוראים ובכך מעלה את המוטיבציה; וגם מראה את הקשרים בין תופעות שונות, וכך מבין התלמיד את החומר הנלמד באופן מעמיק. יש לזכור שבשנים האחרונות כלולה במבחני הבגרות "שאלת הבנה", ולשם פתרונה חיונית הבנה מעמיקה מהסוג שביכולתם של ספרים אלה להקנות.

פרופ' יגאל גלילי,

יועץ ועורך מדעי

מבוא
פיזיקה והבנת העולם

המדע לכול. אלפי שנים לומדים בני-אדם את העולם סביבם. המדענים השקיעו עבודה רבה, וצעיר החפץ ללמוד את יסודות המדע המודרני צריך להשקיע מאמץ וזמן רב. המדע נחוץ לא למדענים בלבד, אלא גם למהנדס, לפועל, לנהג: כל אחד משתמש במידה זו או אחרת במערכות שונות. כדי להפעיל אותן בצורה יעילה יש להבין כיצד הן פועלות, ולשם כך נחוץ לדעת את חוקי הטבע.

עובדות פשוטות. כבר מגיל הילדות, בשנתיים–שלוש הראשונות של חיינו, עוברים כולנו קורס בפיזיקה בסיסית: מתרגלים לתופעות הפשוטות סביבנו. כך, למשל, אנו לומדים שאבן נופלת תמיד כלפי מטה; שיש גופים קשים, העלולים להכאיב אם מתנגשים בהם; שאש עלולה לגרום לכוויות; וכדומה.

על אף חשיבותו של אוסף הידיעות, הנצברות על-ידי ילד ואדם בוגר, אין אוסף זה מהווה מדע. הידיעות הנצברות הן רק עובדות וכללים, המתארים תופעות בודדות שונות. הן מנבאות בעבורנו מה עשוי לקרות בתנאים רגילים, אולם אינם נותנים מענה לשאלה: מדוע בכלל מתרחשות התופעות האלה? והאם ייתכן שהן לא יתרחשו כלל?

בני-אדם חפֵצים להבין את העולם הסובב אותם כדי להשתמש בחוקיו, לייעל את עבודתם ולשפר את תנאי המחיה שלהם.

שינוי העולם. פיתוח מדעי הטבע נתן בידי האדם את הטכניקה המודרנית, וזו הביאה למהפכה בעולם סביבנו. התפקיד העיקרי במהפכה זו שייך לפיזיקה – המדע החשוב ביותר החוקר את חוקי הטבע הבסיסיים.

הפיזיקה מהווה את הבסיס המדעי לכל ענפי הטכנולוגיה, כמו: תחומי הנדסת הבניין, המים, החום, החשמל, רדיו-אלקטרוניקה, האור, תחום מערכות נשק ומכשור צבאי – כל אלה התפתחו על בסיס הפיזיקה. הודות לשימוש בחוקי

הפיזיקה הפסיקו המהנדסים לנקוט את שיטת "נסה ושגה", כלומר: הגילויים המקריים נטשו, ויצאו לדרך של פיתוח מכוון.

עם גילוי חוקי הטבע למד האדם להשתמש בהם למטרותיו שלו, וכך לפתח את מה שלא היה קיים בטבע לפני-כן. כך פיתח האדם את הרדיו, בנה מכונות חשמל ענקיות, למד להשתמש באנרגיית הגרעין, ויצא לחלל החיצון.

פיזיקה ומדעים אחרים. מדע הפיזיקה חוקר את תכונותיו הפשוטות ביותר, ועם זאת הכלליות ביותר, של העולם החומרי הסובב אותנו. לכן מהווים מושגי הפיזיקה וחוקיה בסיס לכל ענף של מדעי הטבע.

בתקופה המודרנית קשורה הפיזיקה באופן הדוק באסטרונומיה, גיאולוגיה, כימיה, ביולוגיה ומדעי טבע אחרים. היא מסבירה עובדות רבות במדעים אלה ומעניקה להם שיטות חקר רבות-עוצמה.

השיטה המדעית. באילו דרכים משיגים את האמת המדעית? לפני כמה מאות שנים גיבשו את העקרונות של שיטת החקירה הפיזיקלית: מתבססים על ניסוי ומחפשים חוקיות כמותית בתופעות הנצפות; מנסחים חוקי טבע במונחים מתמטיים ובודקים את נכונותם במציאות.

הערכים הפיזיקליים ומדידתם. חקירת התופעות החדשות מתחילה מצפייתן; אולם על מנת להבין ולתאר את התופעות המתרחשות, מגדירים המדענים שורה של ערכים פיזיקליים, כגון: מהירות, כוח, לחץ, טמפרטורה, מטען חשמלי ורבים אחרים. יש להגדיר כל ערך באופן מדויק, ולציין כיצד ניתן למדוד אותו וכיצד להכין את הניסוי המתאים למדידתו.

לעתים קרובות מסתכמת הגדרתם של הערכים הפיזיקליים בתיאור כמותי של מה שנצפה ומוחש במישרין באמצעות החושים שלנו. כך מגדירים, למשל, כוח וטמפרטורה. ערכים אחרים אינם נצפים ואינם מוחשים באמצעות החושים (למשל, מטען חשמלי), אולם הם מוגדרים באמצעות הערכים האחרים, שלהם רגישים חושי האדם. כך, למשל, מוגדר המטען החשמלי באמצעות כוחות בין גופים טעונים.

הקשרים בין ערכים פיזיקליים. כדי שאפשר יהיה להסיק מסקנות כלליות ולמצוא סיבות לתופעות הנצפות, צריך לגלות קשרים כמותיים בין הערכים השונים, כלומר מצפייה תמימה צריך לעבור לניסוי פיזיקלי מבוקר.

כאשר כמה מהתנאים משתנים באחת, קשה לגלות את החוקיות של התהליך הפיזיקלי. לכן כשעורכים ניסוי פיזיקלי, משתדלים לעקוב אחר תלותו של הערך המבוקש בכל אחד מהתנאים המשתנים בנפרד.

לדוגמה: לחץ הגז תלוי במסה, בנפח ובטמפרטורה. כדי לחקור את תלותו של לחץ הגז במשתנים השונים, יש לחקור קודם כיצד משפיע שינוי נפחו של הגז על הלחץ, כאשר הטמפרטורה והמסה נשארות קבועות, ואחר כך יש לעקוב אחר תלות הלחץ בטמפרטורה, כאשר הנפח נשאר קבוע, וכך הלאה.

תיאוריה. כאשר חוקרים קשרים כמותיים בין ערכים שונים, אפשר לגלות חוקיות בכל קשר. על סמך כמה גילויים כאלה מפתחים את התורה הכללית של התופעה.

תיאוריה חייבת להסביר את החוקיות הפיזיקלית.

תיאוריה מאפשרת להסביר את התופעות הפיזיקליות הנצפות, וגם לחזות תופעות חדשות. כך ניבא הכימאי מנדלייב – על סמך גילוי חוק, הנוגע לרצף הגיוני של יסודות החומר בטבע – את קיומם של כמה יסודות כימיים שלא היו ידועים עד זמנו.

מכניקה

§1 מהי מכניקה

בין התהליכים הרבים, המתרחשים בטבע, נבחר לדון באלה שבתחום המכניקה.

התחושה הראשונית, המתלווה להתבוננות בעולם שסביבנו, היא ההשתנות המתמדת: העולם אינו קפוא, אינו סטטי, והשינויים בו הם מכל סוג; אולם אם ישאלו אתכם אילו הם השינויים הבולטים ביותר, קרוב לוודאי שהתשובה תהיה חד-משמעית: **משתנים מיקום העצמים** (או ה"גופים", כפי שאומרים הפיזיקאים) **יחסית לקרקע ומיקומם של העצמים זה ביחס לאחר במהלך הזמן.** כאשר כלב רץ או מטוס טס, עובר עליהם תהליך דומה: מיקומם המרחבי יחסית לקרקע ויחסית לעצמים אחרים משתנה עם הזמן: הם זזים. כך עלי העץ הנישאים ברוח, טיפות הגשם הניתכות לקרקע והעננים המשייטים ברקיע.

לא כל השינויים הם תזוזות של גופים. כך, למשל, במהלך התקררות קופאים המים והופכים לקרח; אולם השינויים, שבהם אנו נתקלים בתכיפות המרבית, הם שינויי המיקום של הגופים אחד יחסית למשנהו.

שינוי מקום הגוף במרחב יחסית לגופים אחרים במהלך הזמן מכונה תנועה מכנית.

הגדרת התנועה המכנית נראית פשוטה, אולם פשטות זו מדומה. קראו את ההגדרה פעם נוספת, וחשבו אם ברורים לכם כל המושגים "מרחב", "זמן", "יחסית לגופים אחרים". מושגים אלה דורשים הבהרה.

"מרחב" ו"זמן". המרחב והזמן הם הערכים הבסיסיים ביותר בפיזיקה וסתומים-משהו. אין לנו ידע מלא ומקיף עליהם, ואת הידע שיש לנו עד כה לא ניתן להסביר בשלב לימודיכם זה של הפיזיקה.

תחילה נסתפק במיומנות של מדידת המרחק שבין שתי נקודות במרחב באמצעות הסרגל, ושל מדידת פרקי זמן באמצעות השעון. הסרגל והשעון הם המכשירים החשובים ביותר למדידות במכניקה.

"...יחסית לגופים אחרים". אם לא שמתם לב לחלקה זה של הגדרת התנועה המכנית, אתם עלולים לשגות בשיפוט תנועתן של מערכות. למשל: על כיסא

המכונית נמצא תפוח. המכונית יוצאת לדרכה, ושני אנשים – הנהג ומי שנותר בחוץ – מתבקשים לענות על השאלה: האם התפוח זז או לא זז?

כל צופה מעריך את מצבו של התפוח יחסית לעצמו. הנהג רואה את התפוח במרחק של מטר אחד ממנו, ומרחק זה נשאר קבוע עם הזמן. לעומתו האדם בחוץ רואה כיצד המרחק ממנו לתפוח הולך וגדל בחלוף הזמן.

הנהג יענה אפוא, שהתפוח אינו נמצא בתנועה מכנית, כלומר הוא נייח; ואילו האדם האחר יאמר שהתפוח נע.

אם כן, הגוף נייח ונייד בו-זמנית. האם ייתכן הדבר? בהתאם להגדרת התנועה המכנית זה אכן כך.

מכניקה היא מדע של חוקי תנועה כלליים. התנועה המכנית היא העתקת הגופים במרחב אחד יחסית למשנהו בחלוף הזמן.

§2 המכניקה הקלאסית של ניוטון וגבולותיה

כמו כל חוקי הפיזיקה, כך גם חוקי המכניקה אינם מדויקים באופן מוחלט.

חוקי המכניקה נוסחו בידי המדען האנגלי הגדול **אייזיק ניוטון**. על אבן קברו בכנסיית וסטמינסטר בלונדון חרוטות המילים:

כאן מונח
האביר יצחק ניוטון
אשר בעזרת כוחו האלוהי של שכלו
הסביר לראשונה
בסיוע השיטה המתמטית שפיתח
את תנועותיהם ואת צורותיהם של כוכבי הלכת,
את מסלולם של כוכבי השביט, את הגיאות והשפל של האוקיינוס.
הוא היה הראשון שחקר את מגוון קרני האור, את תכונות הצבעים,
שאנוש לפניו לא היה מודע לקיומם.
קפדן, חד-ראייה, המפרש הנאמן של הטבע,
אשר הילל בתורתו את בורא העולם....
נולד ב- 25 בדצמבר 1642.
נפטר ב- 20 במרץ 1727.

יצחק ניוטון

(1727-1642) – הפיזיקאי והמתמטיקאי הגאון האנגלי, אחד מגדולי המדענים בכל הזמנים. ניוטון ניסח את העקרונות והחוקים הבסיסיים של המכניקה וגילה את חוק הכבידה העולמית. הוא פיתח את תורת התנועה של עצמים שמימיים, והסביר לראשונה את תופעות הגיאות והשפל באוקיינוס. בתחום האופטיקה גילה ניוטון את תופעת הנפיצה של אור לבן לצבעיו, והניח הסבר למקורם. ניוטון פיתח את שיטת החקר המתמטי של תופעות הטבע, והשפיע באורח מכריע על התפתחות מדע הפיזיקה לשנים רבות.

במשך שנים רבות היו המדענים משוכנעים, שחוקי הטבע הבסיסיים והיחידים הם חוקי המכניקה שניסח ניוטון. הם סברו שכל עושרו ורבגוניותו של העולם נובעים מהבדלים בתנועותיהם של חלקיקי היסוד, המרכיבים את כל הגופים שביקום. אבל התמונה הפשטנית-מכנית של העולם נתגלתה כשגויה. חקירת התופעות האלקטרו-מגנטיות הוכיחה, שהן אינן מצייתות לחוקים שניסח ניוטון. הפיזיקאי האנגלי הגדול ג׳׳ מקסוול גילה סוג חדש של חוקים בסיסיים. אלה הם חוקי ההתנהגות של השדה האלקטרו-מגנטי, שלא ניתן להציגם כמקרה פרטי של החוקים שניסח ניוטון.

התגלה שכמו כה רבים מחוקי טבע אחרים, גם החוקים שניסח ניוטון אינם מדויקים באופן מוחלט. הם מתארים בדיוק רב למדי רק את תנועותיהם של גופים גדולים, הנעים במהירות הקטנה בהשוואה למהירות האור.

תורת המכניקה, המתבססת על החוקים שניסח ניוטון, נקראת **מכניקה קלאסית**.

בדרך כלל מתנהגים חלקיקי יסוד בהתאם לחוקים של ה**מכניקה הקוונטית**. במהירויות הקרובות למהירות האור מתגלות תופעות חדשות, שניוטון לא שיער.

באשר לגופים הגדולים שמסביבנו, הנעים לאט, ניתן יהיה תמיד לתאר את תנועותיהם באמצעות החוקים שניסח ניוטון. תחום זה של המכניקה מכונה **המכניקה הקלאסית**.

פרק 1. קינמטיקה של נקודה

בהתאם לאופי התופעות הנחקרות מחלקים את המכניקה **לקינמטיקה ולדינמיקה**.

הקינמטיקה עוסקת בחקירת תנועות של גופים, ללא ניתוח הסיבות שגרמו לתנועות האלה.

את גורמי התנועה חוקרים ב**דינמיקה**. במילים אחרות: הדינמיקה נותנת מענה לשאלה: מדוע גופים נעים בצורה זו או אחרת?

§3 תנועות הנקודה והגוף

נתחיל בלימוד התנועה המכנית. בכל מעשה-חקר נשאלת לראשונה השאלה: ממה להתחיל? אל תקֵלו ראש בשאלה זאת; נדרשו לאנושות כאלפיים שנה כדי למצוא את נקודת המוצא, ממנהּ עלתה האנושות על דרך המלך שהובילה לגילוי חוקי התנועה!

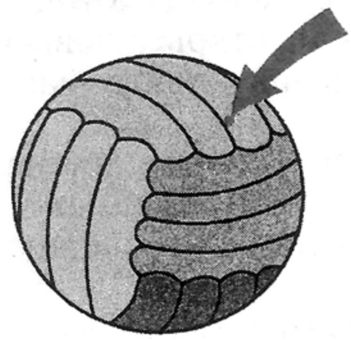
נסיונותיהם של הפילוסופים הקדומים להסביר את סיבות התנועה בכלל, ותנועה מכנית בפרט, נראו כְּפְרי דמיונם הטהור. הם סברו כי כפי שהולך רגל עייף מאיץ את צעדיו בהתקרבו לביתו, כך גם האבן הנופלת נעה מהר יותר בהתקרבה לארץ-האם, אל קליפת הכוכב, מִמנהּ מוצאהּ. תנועותיהם של יצורים חיים כחתול, למשל, נראו באותם הזמנים פשוטות וברורות הרבה יותר מנפילת האבן. היו אומנם גם הברקות גאוניות: הפילוסוף היווני **אנאקסאגור** טען, שאילו לא היה הירח בתנועה, הוא היה נופל אל הארץ כפי שנופלת אבן המשוגרת ממקלע.

אולם ההתפתחות המואצת בהבנת התנועה המכנית החלה בעקבות עבודותיו של הפיזיקאי האיטלקי הגדול **גליליאו גליליי**. **גליליאו** היה הראשון שהבין שכדי לגלות ולנסח את חוקי התנועה, יש תחילה לדעת לתאר את התנועה בצורה כמותית: אין להסתפק בהתבוננות בלבד בגופים נעים; יש לערוך ניסוי, המשלב חקר עיוני עם בדיקה כמותית-מתמטית, כדי לפענח לפי אילו כללים מתרחשת התנועה.

קינמטיקה היא פרק מפרקי המכניקה, העוסק בשיטות לתיאור תנועות הגופים ובקשר בין הערכים הכמותיים המאפיינים את התנועות.

תיאור תנועת הגוף – משמעו שיטת המדידה של מקום הגוף במרחב בכל רגע.

כבר ממבט ראשון נראית בעיית התיאור סבוכה למדי. לדוגמה: התבוננו בעננים המשייטים ברקיע ובעלים הרוטטים בענף העץ; נסו לתאר את התנועה המורכבת שמבצעת בוכנת מנוע המכונית. כיצד ניתן להתחיל ולתאר את התנועה? הנכון ביותר יהיה להתחיל לתאר את תנועתה של נקודה על גוף נע. לדוגמה: נסמן קטן על גוף נע כגון כדורגל (ראו ציור 1) או גלגל מכונית. אם נדע כיצד מתרחשת תנועתה של כל נקודה (כל חלק קטנטן) של הגוף, נדע איך נע הגוף כולו.


ציור 1

נגדיר כנקודה גוף קטן מאוד – קטן לעומת המרחק שהוא עובר. לדוגמה: כשאתם אומרים שרצתם 10 ק״מ, אף אחד לא ישאל איזה חלק מחלקי גופכם עבר מרחק גדול או קטן ממרחק זה או שווה לו – אף שאינכם נראים כנקודה. במקרה כזה הפירוט האנטומי של גופכם ממש מיותר, ורמת הדיוק מסתפקת בדיון על כל גופכם כנקודה.

זוהי נקודת-מבט חשובה מאוד: כאשר אנו מנסים לתאר את מה שמתרחש בעולם, אנו נאלצים לפשט את המציאות, וָלא – לא נתקדם כלל בפתרון הבעיה. אין טעם להתיימר לדייק את התיאור בדיוק מוחלט; במציאות הדיוק המוחלט אינו נחוץ – מה גם שלא ניתן להשיגו.

גם תנועה של גוף קטן מאוד עשויה להיות מורכבת ומפותלת ביותר. כך, למשל, מבצעת דבורה ביום מחייָהָ תנועה כל-כך מורכבת, שספק אם מישהו היה מסוגל לתאר אותה באופן כמותי. התנועה הפשוטה ביותר היא תנועה בקו ישר במגמה אחת, כגון תנועה של מכונית בקטע כביש ישר או תנועתה של רכבת בקטע ישר במסלולה.

את לימוד התנועה מתחילים מתיאורהּ.

כדי לפתור בעיות בתנועתה של נקודה, יש קודם לכול לדעת למדוד את מיקומה במרחב. כיצד מודדים את מיקום הנקודה?

כשאנו מתבוננים בגוף נע, אנו מבחינים שבכל רגע מיקומו של הגוף שונה יחסית לגופים אחרים. כך, לדוגמה, חללית ששוגרה מכן השיגור – תנועתה יחסית לכוכב-הארץ שונה מזו יחסית לירח או לשמש. לכן יש לציין את הגוף, שיחסית אליו מגדירים את מיקומו של הגוף הנע. גוף כזה מכונה **גוף ייחוס**. את גוף הייחוס אפשר לבחור באופן שרירותי. הוא עשוי להיות מסלול תעופה, מטוס בו אנו טסים, חללית, כוכב-הארץ, השמש, כוכב. מיקומו של גוף יהיה שונה אם מודדים אותו יחסית לנקודות שונות של גוף ייחוס. אם, למשל, נגדיר את כוכב-הארץ כגוף ייחוס, יהיה מיקומו של לוויין יחסית למוסקווה שונה ממיקומו יחסית לתל-אביב. אנו חייבים לציין את נקודת הייחוס, שלגביה מודדים את מיקום הגוף הנע.

כאשר נבחר גוף הייחוס, אפשר להגדיר את מיקומה של כל נקודה יחסית אליו באמצעות **קואורדינטות** או **רדיוס-וקטור**.

נלמד שתי שיטות אלה של הגדרת מיקום הנקודה.

הגדרת מיקום הנקודה באמצעות הקואורדינטות

מלימוד המתמטיקה אנחנו יודעים, שאת המיקום של נקודה במישור אפשר להגדיר בעזרת שני ערכים מספריים הנקראים **קואורדינטות של הנקודה**. לצורך זה משרטטים במישור שני צירים מאונכים לדוגמה: צירים Ox ו- Oy. את נקודת חיתוך הצירים מכנים **ראשית הקואורדינטות**, ואת הצירים עצמם – **צירי הקואורדינטות**.

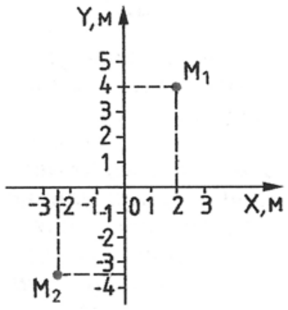
קואורדינטות הנקודה M_1 (ראו ציור 2) הן: $x_1 = 2, y_1 = 4$;

קואורדינטות הנקודה M_2 הן: $x_2 = -2.5, y_2 = -3.5$.

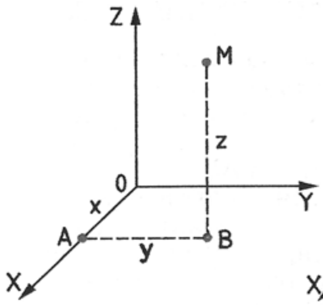
את מיקום הנקודה יחסית לגוף הייחוס במרחב אפשר להגדיר באמצעות שלוש קואורדינטות. על מנת לעשות זאת, יש להעביר שלושה צירים מאונכים Ox, Oy ו- Oz דרך הנקודה שנבחרה על גוף הייחוס. במערכת צירים שהתקבלה יוגדר

מיקום הנקודה באמצעות שלש הקואורדינטות x, y ו- z.

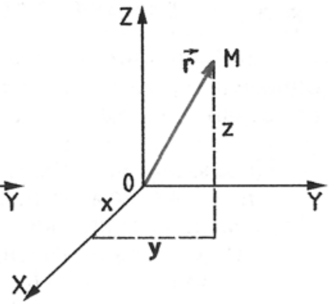
אם המספר x הוא חיובי, מועבר הקטע לכיוון החיובי של הציר Ox (ראו ציור 3). אם המספר x שלילי, מועבר הקטע לכיוון השלילי של הציר Ox. מקצה הקטע מעבירים קו המקביל לציר Oy, ועליו משרטטים קטע שאורכו שווה ל- y בכיוון החיובי של הציר Oy – אם y חיובי, או בכיוון השלילי של הציר Oy אם y שלילי.



ציור 2



ציור 3



ציור 4

בהמשך מעבירים מקצה הקטע ישר המקביל לציר Oz . על ישר זה מסמנים את אורך הקטע – שלילי או חיובי בהתאמה – המתאים לערך z, כמרחק מהמישור $OxOy$.

קצה הקטע השלישי הוא הנקודה, שהקואורדינטות שלה הן הערכים x, y, z.

כדי להגדיר את הקואורדינטות של הנקודה הנתונה צריך לחזור על כל פעולות המיקום, אך בסדרן ההפוך.

הגדרת מיקום הנקודה באמצעות רדיוס-וקטור. את מיקום הנקודה ניתן להגדיר לא רק באמצעות קואורדינטות, אלא גם בעזרת רדיוס-וקטור. **רדיוס-וקטור הוא קטע מְכֻוון, המחבר את ראשית הצירים עם הנקודה הנתונה.**

את הרדיוס-וקטור מקובל לסמן באות $\vec{r}$. אורכו של רדיוס-וקטור (או בשם אחר: **הערך המוחלט**, או פשוט **הגודל** של הרדיוס-וקטור) הוא המרחק מראשית הצירים לנקודה M (ראו ציור 4).

מיקום הנקודה במרחב יוגדר באמצעות רדיוס-וקטור רק אם ידועים גודלו (אורכו) וכיוונו במרחב. רק כך נדע לאיזה כיוון מראשית הצירים יש למשוך קטע באורך r, כדי להגדיר את מיקום הנקודה במרחב.

מיקום הנקודה במרחב מוגדר באמצעות הקואורדינטות או באמצעות רדיוס-וקטור.

?

1. **מהו גוף ייחוס?**
2. **כיצד אפשר להגדיר מיקום נקודה במרחב?**
3. **כיצד מגדירים מיקום נקודה במרחב באמצעות קואורדינטות?**
4. **מהו רדיוס-וקטור?**

§5 ערכים וקטוריים, פעולות עם וקטורים

נשנן פעולות בווקטורים שלמדתם בשיעורי הגיאומטריה.

ערכים סקלריים ווקטוריים

מבדילים בין שני סוגים של ערכים פיזיקליים, השונים האחד מהאחר בשוני משמעותי.

הערכים: שטח, נפח, זמן, מסה, טמפרטורה, מטען חשמלי, למשל, מוגדרים באמצעות ערך מספרי אחד. ערך זה עשוי להיות חיובי, שלילי, ובמקרים מסוימים גם אפס. ערכים כאלה מכונים: **ערכים סקלריים** או **סקלרים**.

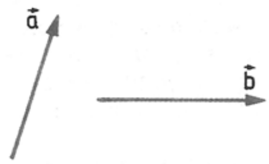
הערכים האחרים, כגון רדיוס-וקטור, מאופיינים – מלבד בגודל (האורך) – גם בכיוון במרחב. הם מכונים **ערכים וקטוריים** או **וקטורים**.

מכיוון שבמכניקה בכלל, ובקינמטיקה בפרט, משתמשים בערכים וקטוריים כדי לתאר תנועות של גופים, יש להגדיר פעולות מתמטיות בין הווקטורים.

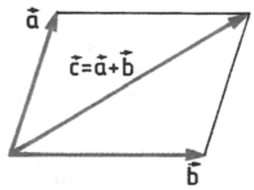
בשרטוט נהוג לסמן כל וקטור באמצעות קטע מכוּוָן. את הקטע המכוּוָן עצמו מסמנים בדרך כלל באמצעות חץ. כיוון החץ מגדיר את כיוון הווקטור.

חיבור וקטורים. הווקטורים אינם מסתכמים כפי שמסתכמים מספרים רגילים, אלא באופן גיאומטרי.

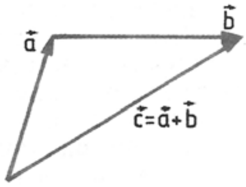
נניח שנתונים שני הווקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$ (ראו ציור 5א). כידוע, את סכומם של וקטורים אלה ניתן למצוא באמצעות כלל המקבילית או כלל המשולש.



ציור 5א



ציור 5ב



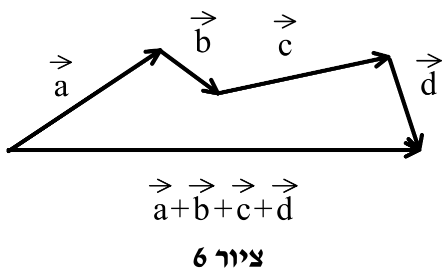
ציור 5ג

כאשר מסכמים לפי כלל המקבילית, מעתיקים את הווקטורים באופן מקביל כדי שנקודות המוצא שלהם יתלכדו. סכום הווקטורים הנתונים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$ (ראו ציור 5ב) הוא הווקטור השלישי $\vec{c}$, המתואר באמצעות אלכסון המקבילית שנבנתה על הווקטורים המחוברים, המשמשים לה כצלעות.

מקורו (נקודת האחיזה) של וקטור $\vec{c}$ צריך להימצא באותה הנקודה שבה נמצאת נקודת המוצא של הווקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$.

כאשר מחברים את הווקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$ לפי שיטת המשולש, מעתיקים אותם כך שקצהו של הווקטור האחד יתלכד עם "זנבו" של האחר.

אזי וקטור $\vec{c}$, שמקורו בנקודת האחיזה של הווקטור האחד, מתחבר לקצהו של השני, ויהווה את סכום הווקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$ (ראו ציור 5ג). בעזרת כלל המשולש ניתן לחבר מספר שונה של וקטורים. לצורך זה יש להעתיק אותם באופן ש"זנבו" של הווקטור השני יתחבר לקצהו של הווקטור הראשון, "זנבו" של הווקטור השלישי יתחבר לקצהו של השני, וכך הלאה. סכום כל הווקטורים הוא הווקטור, המכוון מה"זנב" של הווקטור הראשון לקצהו של הווקטור האחרון (ראו ציור 6).



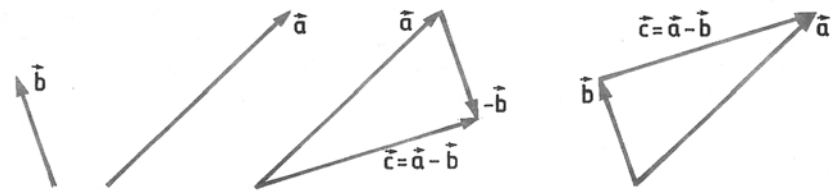
ציור 6

חיסור וקטורים

נלמד כעת את כלל חיסור הווקטורים. להחסיר מווקטור $\vec{a}$ את וקטור $\vec{b}$ (ציור 7א) – פירושו לחבר לווקטור $\vec{a}$ את וקטור $-\vec{b}$ (ציור 7ב). בדומה לאלגברה רגילה, אם וקטור $\vec{c}$ הוא וקטור ההפרש $\vec{a}-\vec{b}$, אפשר לכתוב:

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right)$$

הערכים המוחלטים של הווקטורים $\vec{b}$ ו- $-\vec{b}$ שווים, ומגמותיהם מנוגדות. וקטורים כאלה מכונים "מנוגדים".



ציור 7א **ציור 7ב** **ציור 7ג**

כאשר לווקטורים $\vec{a}$ ו- $\vec{b}$ נקודת מוצא משותפת, יתואר וקטור ההפרש $\vec{a}-\vec{b}$ על-ידי וקטור $\vec{c}$, הנמשך מקצה הווקטור $\vec{b}$ אל קצהו של וקטור $\vec{a}$ (ראו ציור 7ג).

?

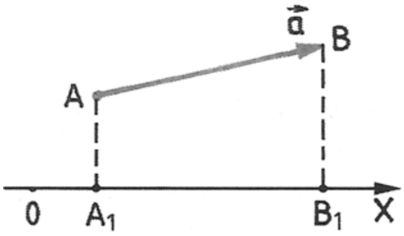
1. **אילו ערכים מכונים סקלריים? הציגו דוגמאות של ערכים סקלריים.**
2. **אילו ערכים מכונים וקטוריים? הציגו דוגמאות של ערכים וקטוריים.**
3. **כיצד מתבצע חיבור וקטורים בעזרת כלל המקבילית וכלל המשולש?**
4. **איך מתבצע חיסור וקטורים?**
5. **שני וקטורים נמצאים על ישר אחד ומכוּונים למגמה אחת. להיכן מכוון וקטור ההפרש, ומה ערכו?**

§6 היטל וקטור על ציר

במהלך פתרון בעיות רבות במכניקה ובפרקי פיזיקה אחרים צריך לחשב ערכים של וקטורים בכיוונים שונים.

נשאלת השאלה: כיצד ניתן לעשות זאת?

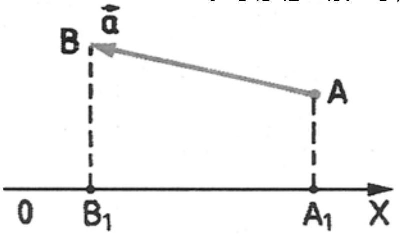
את גודלו וכיוונו של וקטור כלשהו מוצאים לפי ההיטלים על צירי הקואורדינטות. כדי להבין כיצד הדבר נעשה, צריך תחילה להבהיר למה מתכוונים כשאומרים "היטל וקטור על ציר".



ציור 8

נשרטט ציר כלשהו, למשל, ציר Ox (ציור 8). נוריד אנכים לציר Ox מה"זנב" A ומהקצה B של וקטור $\vec{a}$. הנקודות A_1 ו- B_1 הן ההיטלים של הקצה ושל ה"זנב", בהתאמה, של וקטור $\vec{a}$.

ההיטל של וקטור $\vec{a}$ על ציר כלשהו הוא אורך הקטע A_1B_1 בין היטלי הקצה וה"זנב" של הווקטור על ציר זה, עם סימני "פלוס" או "מינוס".



ציור 9

את היטל הווקטור מסמנים באותה אות שבה מסומן הווקטור, אולם ללא חץ מעליה, ובסימן תחתי, המסמן את הציר שעליו הוטל הווקטור.

כך, למשל, a_x ו- a_y הם היטלי הווקטור $\vec{a}$ על צירי הקואורדינטות Ox ו- Oy, בהתאמה.

לפי הגדרת היטל וקטור על ציר אפשר לרשום: $a_x = \pm |A_1B_1|$.

ההיטל של וקטור על ציר הוא ערך אלגברי. יחידותיו הן היחידות של ערכו המוחלט של הווקטור. סימן ההיטל הוא חיובי, אם כיוון ההליכה מהיטל ה"זנב" להיטל הקצה הוא חיובי; אחרת – סימן ההיטל הוא שלילי (ראו ציור 9).

מהתבוננות בציורים 8 ו- 9 אפשר להסיק, שהיטל של וקטור על ציר יהיה חיובי, אם הזווית בין הווקטור לבין הכיוון החיובי של הציר היא חדה; ושלילי – אם הזווית היא קהה.

היטלי רדיוס-וקטור על צירי הקואורדינטות

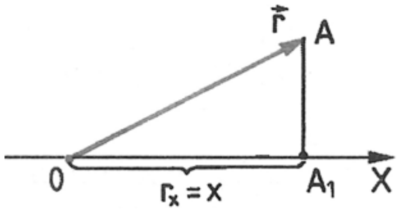
נפַתח ביטויים להיטלים של רדיוס-וקטור על צירי הקואורדינטות.

על-פי ההגדרה, הערך המוחלט של רדיוס-וקטור הוא המרחק מראשית הצירים לנקודה שהוא מגדיר (ראו ציור 10). לכן אפשר לרשום:

$$r = |OA|$$

לכן הביטוי להיטל של רדיוס-וקטור על ציר קואורדינטות כלשהו, למשל ציר *Ox*, ייראה בצורה $r_x = \pm |OA_1|$. אם הזווית בין וקטור $\vec{r}$ לבין הכיוון החיובי של ציר *Ox* היא חדה (ראו ציור 10), אזי:

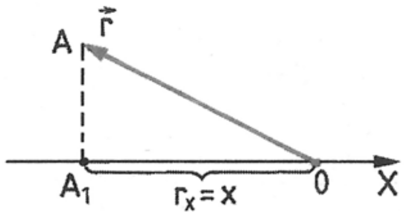
$r_x = \pm |OA_1| = x$ ו- $|OA_1| = x$



ציור 10

גם כאשר הזווית בין הווקטור $\vec{r}$ לבין הכיוון החיובי של ציר *Ox* היא קהה (ראו ציור 11), נשארת התוצאה דומה:

$r_x = -|OA_1| = x$ ו- $|OA_1| = -x$,.



ציור 11

בדרך דומה אפשר להוכיח ש- $r_y = y$

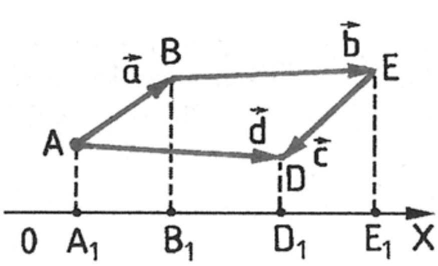
ו- $r_z = z$.

לסיכום, הגענו למסקנה **שהיטלי רדיוס-וקטור לצירי הקואורדינטות שווים לקואורדינטות של קצותיו של הווקטור.**

היטל סכום הווקטורים על ציר

נלמד כעת כיצד למצוא היטל של וקטור על ציר כאשר הווקטור הוא סכום של כמה וקטורים.

נניח שנתונים שלושת הווקטורים $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ (ראו ציור 12). לפי כלל חיבור הווקטורים, סכום הווקטורים הנתונים הוא וקטור $\vec{d}$ המחבר את נקודת המוצא של וקטור $\vec{a}$ עם נקודת הקצה של וקטור $\vec{c}$.



ציור 12

ציור 12 מראה שהיטל של וקטור $\vec{d}$ על ציר *Ox* שווה ל- $d_x = |A_1D_1|$:

$$|A_1D_1| = |A_1B_1| + |B_1E_1| - |D_1E_1|$$

לכן : $d_x = |A_1B_1| + |B_1E_1| - |D_1E_1|$.

מכיוון שעל-פי הגדרת היטל וקטור על ציר מתקיים :

$$|A_1B_1| = ax,\ \ |B_1E_1| = bx,\ \ -|D_1E_1| = cx$$

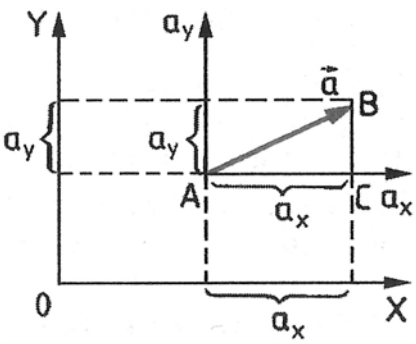
אזי מקבלים סופית :

$$d_x = a_x + b_x + c_x$$

היטל סכום הווקטורים על ציר כלשהו שווה לסכום היטלי הווקטורים המסתכמים על אותו ציר.

בניית הווקטור וחישוב ערכו המוחלט על-פי היטליו

נניח שווקטור $\vec{a}$ נמצא במישור *xOy*. נעביר דרך נקודת ההתחלה של הווקטור צירים, המכוּונים במקביל לצירים *Ox* ו- *Oy* (ראו ציור 13). נבנה את היטלי הווקטור על הצירים *Ox* ו- *Oy* ונשרטט אותם על צירי המערכת החדשה.



ציור 13

ציור 13 מראה שהיטלי הווקטור $\vec{a}$ על הצירים *Ox* ו- *Oy* במערכת החדשה a_xAa_y הם הקואורדינטות של נקודות הקצה של הווקטור. במערכת הצירים החדשה מוצאים אפוא את המיקום של נקודות הקצה של הווקטור על-פי היטליו לצירים *Ox* ו- *Oy* באותה דרך, כפי שמוצאים את מיקום נקודות הקצה במערכת *xOy*.

נראה כעת כיצד מחשבים את גודל הווקטור על-פי היטליו. מכיוון שהאנכים במשולש ישר-הזווית ABC שווים להיטלי הווקטור $\vec{a}$ על צירי הקואורדינטות, אזי בהתאם למשפט פיתגורס נקבל :

$$\left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2}} \qquad (1.1)$$

לאחר שקיבלתם מידע בסיסי באלגברה וקטורית, נוכל לגשת ללימוד שיטתי של הקינמטיקה.

?

1. **מהו היטל וקטור על ציר?**
2. **מהו ערכו של היטל של וקטור על ציר, אם ידוע שהווקטור מכוון במגמת הציר?**
3. **מהו ערכו של היטל של וקטור על ציר, אם ידוע שהווקטור מכוון במגמה נגדית לכיוון הציר?**
4. **מהו ערכו של היטל של וקטור על הציר המאונך לווקטור?**
5. **מהו ערכם היטלי רדיוס-וקטור על צירי הקואורדינטות?**
6. **מהו ערכו של היטל של סכום כמה וקטורים על ציר כלשהו?**
7. **כיצד נחשב את גודלו של וקטור על-פי היטליו על צירי הקואורדינטות?**
8. **כיצד ניתן לבנות וקטור על-פי היטליו על צירי קואורדינטות?**

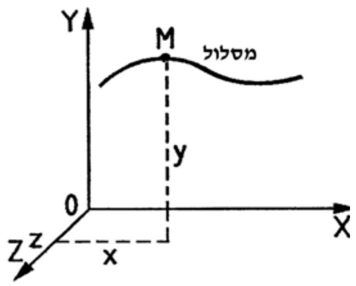
§7 שיטות תיאור התנועה
מערכות ייחוס

אנו יודעים כבר שתנועת גוף כלשהו מאופיינת באמצעות תנועותיהם של כל החלקיקים המרכיבים את הגוף. לכן נוכל לתאר את תנועת הגוף רק בתנאי שנלמד לתאר תנועה של נקודה (כחלק הזעיר ביותר של הגוף), ונדע לחשב את מיקום הנקודה יחסית לגוף ייחוס נבחר בכל רגע.

קיימות כמה שיטות לתיאור או להגדרה של תנועת נקודה. נלמד את שתי השיטות הנפוצות ביותר.

שיטת הקואורדינטות

נגדיר את מיקום הנקודה באמצעות הקואורדינטות (ראו ציור 14). אם הנקודה נמצאת בתנועה, משתנות הקואורדינטות שלה בזמן, ואפשר לומר שהן פונקציות של הזמן. מקובל לרשום עובדה זו בצורה מתמטית כך:



ציור 14

$$x = x(t),$$
$$y = y(t), \qquad (1.2)$$
$$z = z(t)$$

המשוואות (1.2) מכונות **המשוואות הקינמטיות של תנועת הנקודה**.

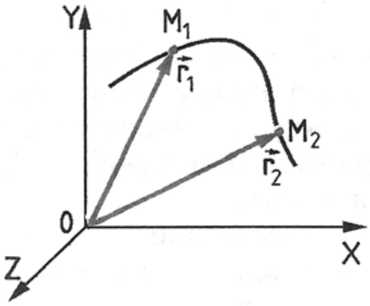
אם המשוואות האלה מפורשות, יכולים אנו לחשב את קואורדינטות הנקודה בכל רגע, ובאמצעותן – גם את מיקומה ביחס לגוף ייחוס נבחר. צורת המשוואות (1.2) תהיה אופיינית ומוגדרת לכל סוג תנועה.

הקו, שעליו נעה הנקודה, מכונה מסלול.

בהתאם לצורת המסלול ניתן להגדיר את תנועותיה של נקודה כתנועה **בקו ישר** או כתנועה **בעקומה**.

תנועת הנקודה במסלול ישר מכונה **תנועה בקו ישר**, וכאשר המסלול הוא קו עקום, מכונה התנועה בהתאם לשם העקומה (תנועה **מעגלית**, **אליפטית** וכדומה).

השיטה הווקטורית



את מיקום הנקודה אפשר להגדיר גם באמצעות רדיוס-וקטור. תוך כדי תנועה משתנה בזמן גם רדיוס-וקטור (הוא משנה את כיוונו במרחב ואת אורכו; ראו ציור 15). מכאן משתמע שרדיוס-וקטור הוא פונקציה של הזמן:

ציור 15

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \qquad (1.3)$$

המשוואה האחרונה היא משוואת התנועה של נקודה, הרשומה בצורה וקטורית. אם היא מפורשת, יכולים אנו לאתר את הרדיוס-וקטור של הנקודה בכל רגע, ובהתאם לכך – את מיקומה.

מערכת של שלוש משוואות סקלריות (1.2) שקולה אפוא למשוואה וקטורית אחת (1.3).

מערכת ייחוס

תנועת גוף כלשהו היא תנועה יחסית. משתמע מכך שתנועה עשויה להיות שונה לגמרי יחסית לגופים שונים.

למשל: עבור צופה, הנמצא על סיפון אונייה, הכיסא שנמצא על הסיפון הוא נייח. אותו כיסא נראה בתנועה לצופה הניצב על החוף.

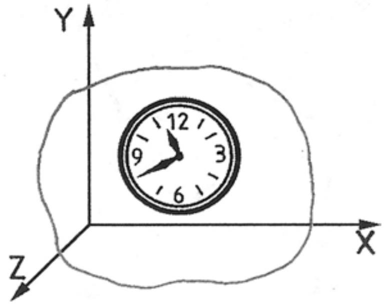
בהיעדר רוח ניתכות טיפות גשם אנכית יחסית לקרקע; אולם אותן טיפות ניתכות באלכסון מנקודת ראייה של צופה הנמצא בתוך רכב נוסע. אם גוף כלשהו נמצא במנוחה יחסית לכוכב הארץ, הוא נע יחסית לשמש. כשעוסקים בתנועת גוף אנו חייבים אפוא לציין **יחסית לאיזה גוף נחקרת התנועה**.

הגוף, שיחסית אליו נחקרת התנועה, מכונה גוף ייחוס.

על מנת לחשב את מיקום הנקודה (הגוף) ביחס לגוף הייחוס הנבחר, יש לקשור אל גוף הייחוס את מערכת הקואורדינטות ולמדוד זמן. את הזמן מודדים בעזרת שעון. השעון המודרני הוא מכשיר דיגיטלי מורכב, ומאפשר למדוד זמן בשניות בדיוק המגיע לספרה ה-13 לאחר הנקודה העשרונית. אין בנמצא מכשיר מכני

המסוגל להגיע לדיוק שכזה. השעון המכני המדויק ביותר בעולם מדויק פי 10,000 פחות משעוני התקן הדיגיטליים, הנמצאים במכוני התקנים במדינות שונות. אם לא נכייל את שעון התקן כלל, הוא ישגה בשנייה אחת במשך 300,000 שנה! בחיי היומיום אין צורך למדוד זמן בדיוק כה גבוה, אולם למחקרים בפיזיקה, במדעי החלל, בגיאודזיה, בתחום הרדיו-אסטרונומיה ובניהול התחבורה האווירית הדיוק הגבוה במדידת הזמן הכרחי. במידת הדיוק של מדידת הזמן תלויה מידת הדיוק של חישוב מיקום הגוף ברגע מסוים.

את גוף הייחוס, מערכת הקואורדינטות הקשורה בו והשעון מכנים *מערכת ייחוס* (ציור 16).



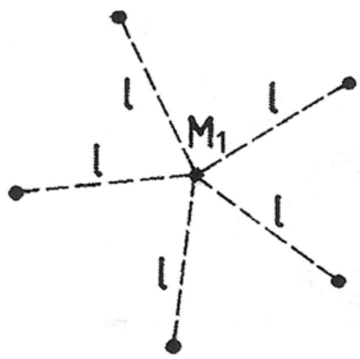
ציור 16

§8 העתק

כדי לתאר תנועה משתמשים במושג **העתק הנקודה**. בהמשך לימודי המכניקה ניעזר בו רבות, ולכן נבהיר את משמעותו.

נתון שברגע מסוים נמצאת הנקודה הנעה במקום M_1 (ראו ציור 17א). כיצד נמצא את המקום, בו תימצא כעבור פרק זמן מסוים?

נניח שידוע לנו שהנקודה נמצאת במרחק l מהמקום ההתחלתי. האם נוכל כעת להגדיר באופן חד-משמעי את המקום החדש? ברור שלא, מכיוון שקיים מספר אינסופי של נקודות, המרוחקות מרחק l מהנקודה M_1.

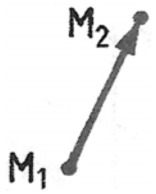


ציור 17א

על מנת להגדיר באופן חד-משמעי את המקום החדש של הנקודה, צריך גם לדעת באיזה כיוון מהנקודה M_1 יש להעביר קטע באורך l.

אם ידוע מיקום הנקודה ברגע כלשהו, אפשר אפוא למצוא את מיקומה החדש באמצעות קטע **מכוון, באורך מסוים**, שיש להעביר מהמקום ההתחלתי. נקודת הסוף של הקטע הזה תגדיר את המקום החדש (ציור 17ב).

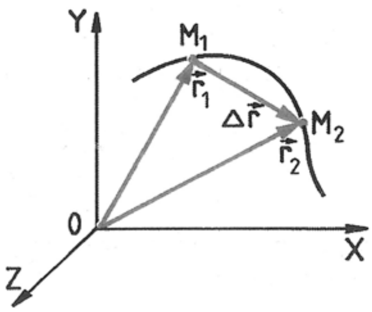
קטע מכוון, המועבר מהמקום ההתחלתי של הנקודה אל מקומה הסופי, מכונה וקטור-העתק או העתקה של נקודה.



ציור 17ב

מכיוון שהעתק הוא ערך וקטורי, אפשר לסמן את ההעתק המצוין בציור 17ב כ- $\overrightarrow{M_1M_2}$. נוכיח שהתיאור הווקטורי של התנועה מאפשר להציג את ההעתק כשינוי של רדיוס-וקטור של נקודה נעה.

נניח שרדיוס-וקטור $\vec{r}_1$ מגדיר את מקום הנקודה ברגע הזמן t_1, ורדיוס-וקטור $\vec{r}_2$ מגדיר את מקומה ברגע t_2 (ציור 18). כדי למצוא את השינוי של רדיוס-וקטור בפרק זמן $\Delta t = t_2 - t_1$, צריך להחסיר מהערך הסופי $\vec{r}_2$ את הערך ההתחלתי $\vec{r}_1$. ציור 18 מראה שההעתק, שעברה הנקודה בפרק זמן Δt, שווה לשינוי של הרדיוס-וקטור במשך זמן זה.



ציור 18

לכן נסמן את השינוי של רדיוס-וקטור ב- $\Delta\vec{r}$ ונרשום: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

שימו לב: לא תמיד שווה גודל **העתק** ל**דרך** שעברה הנקודה מהרגע t_1 עד לרגע t_2, משום שמסלול הנקודה עשוי להיות עקום, ואז אורכו של קטע המסלול בין הנקודות M_1 ל- M_2 (ראו ציור 18) עשוי להיות ארוך יותר מאורך הקטע הישר, המחבר שתי נקודות אלה.

?

1. **מהו העתקה של נקודה?**
2. **מהו שיעורו (אורכו) של העתק?**
3. **מתי שווה שיעור ההעתק שעבר הגוף במשך זמן מסוים לשיעור הדרך שעבר הגוף במשך זמן זה?**

§9 מהירות בתנועה קצובה

נתאר כעת כמה סוגי תנועה של נקודה.

בשיעורי המדעים למדתם על תנועה במהירות קבועה בקו ישר; התנועה מכונה **קצובה,** אם במשכי זמן שווים עוברת הנקודה דרכים שוות.

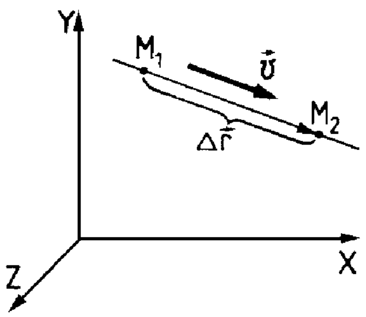
תנועה קצובה לאורך קו ישר היא סוג התנועה הפשוט ביותר. ממנו נתחיל את לימודי התנועה בקינמטיקה.

הערך החשוב, המאפיין את תנועת הנקודה, הוא ה**מהירות**. לכל אחד מאתנו יש מושג מסוים על המהירות גם טרם לימודי הפיזיקה: צב הולך לאט, אדם – במהירות גבוהה יותר, מכונית נעה מהר יותר מהאדם, ומטוס טס מהר עוד יותר. את המהירות הגבוהה ביותר יחסית לכדור הארץ משיג האדם בעזרת טילי חלל.

אף-על-פי שמשתמשים במילה **מהירות** כבשגרה, לא פשוט להגדיר באופן מדויק מה זו מהירות בתנועה שאינה קצובה. קל הרבה יותר להבהיר למה מתכוונים במונח **מהירות בתנועה קצובה** לאורך קו ישר.

בתחום המכניקה המהירות היא ערך וקטורי, כלומר המהירות נתונה כאשר נתונים גודלה וכיוונה.

נגדיר מהי מהירות בתנועה קצובה לאורך קו ישר. נניח שנקודה, הנמצאת בתנועה קצובה בקו ישר, עברה בפרק זמן Δt ממקום M_1 למקום M_2 (ציור 19), והעתקה שווה ל-$\Delta\vec{r}$. נחלק את ההעתק $\Delta\vec{r}$ במשך הזמן המתאים Δt, וכתוצאה נקבל וקטור (בחלוקת וקטור בסקלר מתקבל וקטור).



ציור 19

מכנים וקטור זה **המהירות של התנועה הקצובה לאורך הקו הישר**, ומסמנים אותו באות $\vec{v}$.

ניתן לרשום:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad (1.4)$$

המהירות בתנועה קצובה לאורך קו ישר שווה ליחס שבין העתק הנקודה למשך

הזמן שבו עברה הנקודה העתק זה.

מכיוון שהזמן Δt הוא ערך חיובי, מכוונת המהירות $\vec{v}$ בכיוון ההעתק $\Delta\vec{r}$.

נברר את משמעות **ערך** המהירות:

$$v = \frac{\left|\Delta\vec{r}\right|}{\Delta t}$$

גודל ההעתק $\left|\Delta\vec{r}\right|$ הוא המרחק שעברה הנקודה במשך הזמן Δt. מכיוון שהנקודה נעה במהירות קצובה, ערך המנה $\left|\Delta\vec{r}\right|/\Delta t$, ובהתאם גם ערך המהירות v, שווים למרחק שעוברת הנקודה ביחידת הזמן.

לסיכום: כאשר המהירות של התנועה הקצובה בקו ישר מוגדרת כווקטור, ידוע איזה מרחק עוברת הנקודה ביחידת זמן, ובאיזה כיוון היא נעה.

§10 משוואת תנועה קצובה בקו ישר

נְפַתֵּחַ את משוואות התנועה של הנקודה הנמצאת בתנועה קצובה בקו ישר. לצורך זה נשתמש בנוסחה:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

נסמן ב- $\vec{r}_0$ את הרדיוס-וקטור של הנקודה ברגע הזמן ההתחלתי t_0, וב- $\vec{r}$ – את הרדיוס-וקטור ברגע כלשהו t. אזי: $\Delta t = t - t_0$, $\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$, והביטוי למהירות יהיה בצורה:

$$\vec{v} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t - t_0}$$

אם נניח שהתנועה החלה ברגע ההתחלתי t_0 השווה לאפס, נקבל: $\vec{v} = \dfrac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t}$.

מכאן מקבלים:

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t} \qquad (1.5)$$

המשוואה האחרונה מהווה את משוואת התנועה הקצובה של נקודה בקו ישר, הרשומה בצורה וקטורית. היא מאפשרת לחשב את הרדיוס-וקטור של הנקודה בכל

רגע, אם ידועים מהירות הנקודה והרדיוס-וקטור ברגע ההתחלתי.

במקומה של משוואה וקטורית אחת (1.5) אפשר לרשום שלוש משוואות להיטלים על צירי הקואורדינטות, המהוות מערכת שקולה למשוואה הווקטורית.

רדיוס-וקטור $\vec{r}$ הוא הסכום של שני הווקטורים רדיוס-וקטור $\vec{r}_0$ ווקטור $\vec{v}t$. לכן היטלי הרדיוס-וקטור $\vec{r}$ לצירי הקואורדינטות יהיו שווים לסכום היטלי שני הווקטורים על אותם הצירים.

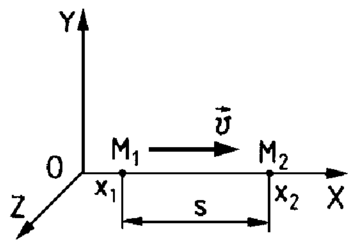
נכוון את מערכת הצירים כך, שהנקודה תנוע לאורך אחד הצירים – למשל ציר *Ox*. במקרה זה יהיו הווקטורים $\vec{r}_0$ ו- $\vec{v}t$ ניצבים לצירים *Oy* ו- *Oz*, והיטלי שני הווקטורים על צירים אלה יהיו שווים לאפס. בהתאם יתאפסו גם ההיטלים של רדיוס-וקטור $\vec{r}$ על הצירים *Oy* ו- *Oz*, ולבסוף תירשם המשוואה (1.5) עבור ההיטלים על ציר *Ox* בצורה הבאה:

$$x = x_0 + v_x t \qquad (1.6)$$

המשוואה (1.6) היא משוואת התנועה הקצובה של נקודה בקו ישר, הרשומה בצורה קואורדינטית, מכיוון שהיא מאפשרת לחשב את הקואורדינטה x של הנקודה בכל רגע, אם ידועים היטל מהירות הנקודה על הציר *Ox* והקואורדינטה ההתחלתית x_0.

הדרך s, שעברה הנקודה בתנועתה לאורך ציר x (ראו ציור 20), שווה לערך המוחלט של שינוי הקואורדינטה x: $s = |x_2 - x_1|$.
ניתן למצוא ערך זה אם ידוע הערך המוחלט של המהירות $v = |v_x|$:

$$s = |v_x|t = vt \qquad (1.7)$$

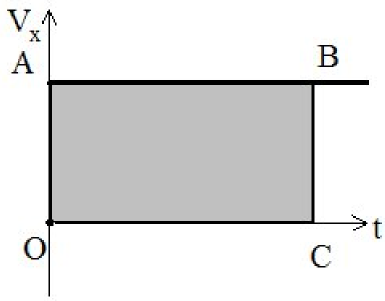


ציור 20

תנועה קצובה בקו ישר אינה קיימת במציאות. מכונית, הנוסעת לאורך הכביש, לא נוסעת בדיוק בקו ישר, כי סטיות קטנות לצד זה או אחר מתקיימות תמיד. גם גודל המהירות משתנה: חספוסים זעירים של הכביש, מַשבי רוח, לחיצה חזקה יותר על דוושת הדלק וסיבות אחרות – כל אלה גורמים לשינויי מהירות זעירים.

אולם בקירוב טוב, המספיק לרוב המשימות היומיומיות ולמשך זמן לא ארוך מדי, ניתן לומר שתנועת מכונית עשויה להיות קצובה ובקו ישר. הפשטה זו של המציאות מאפשרת לתאר תנועות רבות ללא מאמצים מיותרים.

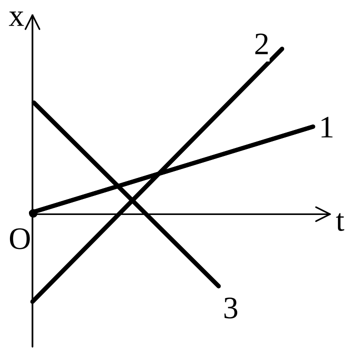
הייצוג הגרפי של תנועה קצובה



ציור 21

את התוצאות שקיבלנו אפשר להמחיש באמצעות גרפים. הפשוט ביותר ביניהם הוא גרף המהירות כפונקציה של הזמן (ציור 21). זהו ישר AB המקביל לציר הזמן. שטח המלבן OABC שווה בערכו המספרי לשינוי קואורדינטת הגוף בזמן t; הצלע OA מייצגת את v_x, והצלע OC היא זמן התנועה t.

לכן $\Delta x = v_x t$.



ציור 22

בציור 22 מתוארים גרפים של קואורדינטה בתלות הזמן בשלושה מקרים. הישר 1 מתאים למקרה של $x_0 = 0, v_x > 0$;

הישר 2 – למקרה של $x_0 < 0, v_x > 0$;

והישר 3 – למקרה של $x_0 > 0, v_x < 0$.

?

1. **כיצד רושמים בצורה וקטורית משוואה של תנועתה הקצובה בקו ישר של נקודה?**
2. **איך רושמים בקואורדינטות משוואה של תנועתה הקצובה בקו ישר של נקודה, הנעה בציר Oy? בציר Oz?**

דוגמאות לפתרון תרגילים

1. מצאו את גודלה וכיוון מהירותה של נקודה, אם ידוע שתנועתה קצובה בציר O, ושבזמן $t_1 = 4\ sec$ השתנתה הקואורדינטה שלה מ- $x_1 = 5m$ לערך $x_2 = -3m$.

<u>פתרון</u>

את גודל הווקטור וכיוונו אפשר למצוא לפי ההיטלים לצירי הקואורדינטות. מכיוון שהנקודה נמצאת בתנועה קצובה, אפשר לחשב את היטל המהירות על ציר Ox על-פי הנוסחה: $x_2 = x_1 + v_x t_1$.

ממנה נובע:

$$v_x = \frac{x_2 - x_1}{t_1} = \frac{-3\ m - 5\ m}{4\ sec} = -2\ \frac{m}{sec}$$

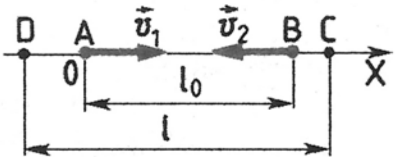
הסימן השלילי של היטל המהירות מסמן שמהירות הנקודה מכוונת בניגוד לכיוון החיובי של הציר Ox. גודל המהירות שווה:

$$v = \left|v_x\right| = \left|-2\ \frac{m}{sec}\right| = 2\ \frac{m}{sec}$$

2. מהמקומות A ו- B, שהמרחק ביניהם $l_0 = 20\ km$, התחילו לנוע בקו ישר בו-זמנית שתי מכוניות אחת לקראת האחרת. מהירות המכונית הראשונה $v_1 = 50\ km/h$, ומהירותה של המכונית השנייה $v_2 = 60\ km/h$. מצאו את מקום המכוניות יחסית למקום A לאחר זמן $t_1 = 0.5\ h$ מהתחלת התנועה, ואת המרחק l בין המכוניות כעבור זמן זה. מצאו את הדרכים s_1 ו- s_2 שעברה כל מכונית בזמן t_1.

<u>פתרון</u>

נקבע את ראשית הצירים במקום A, ונכוון את הציר Ox לעבר המקום B (ראו ציור 23).



ציור 23

משוואות התנועה של המכוניות הן:

$x_1 = x_{01} + v_1 x_t,$

$x_2 = x_{02} + v_2 x_t$

מכיוון שהמכונית הראשונה נעה בכיוון החיובי של הציר Ox, והשנייה נעה בכיוון השלילי, אזי: $v_{1x} = v_1$, $v_{2x} = -v_2$. בהתאם למקום הנקבע של ראשית הצירים רושמים: $x_{01} = 0$, $x_{02} = l_0$.

לכן כעבור זמן t_1 יתקיים:

$$x_1 = v_1t_1 = 50\ \frac{km}{h}\cdot 0.5\ h = 25\ km,$$

$$x_2 = l_0 - v_2t_1 = 20\ km - 60\ \frac{km}{h}\cdot 0.5\ h = -10\ km$$

המכונית הראשונה תימצא בנקודה C, הנמצאת במרחק 25 ק״מ מהמקום A מימינו, והמכונית השנייה – בנקודה D במרחק 10 ק״מ משמאלו. המרחק בין המכוניות שווה לערך המוחלט של הפרש הקואורדינטות:

$$l = |x2 - x1| = |-10\ km - 25\ km| = 35\ km$$

הדרכים שהמכוניות עברו הן בהתאם:

$$s_1 = v_1t_1 = 50\ \frac{km}{h}\cdot 0.5\ h = 25\ km,$$

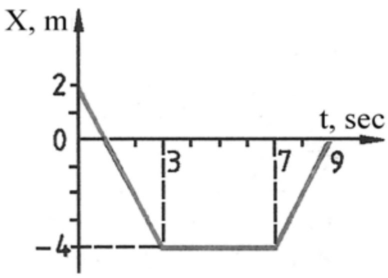
$$s_2 = v_2t_2 = 60\ \frac{km}{h}\cdot 0.5\ h = 30\ km$$

מקבץ תרגילים 1

1. **נקודה נעה בתנועה קצובה בקו ישר בכיוון החיובי של ציר Ox. ברגע ההתחלתי היתה קואורדינטת הנקודה $x_0 = -10\ m$. הערך המוחלט של מהירות הנקודה שווה ל- $v = 2\ \frac{m}{sec}$. מצאו את קואורדינטת הנקודה כעבור 5 שניות מתחילת הספירה של הזמן, ואת הדרך שעברה הנקודה בפרק זמן זה.**
2. **נקודה נעה בתנועה קצובה בקו ישר בכיוון הנגדי לכיוון החיובי של ציר Ox. ברגע ההתחלתי היתה קואורדינטת הנקודה $x_0 = 12\ m$. הערך המוחלט של מהירות הנקודה שווה ל- $v = 3\ \frac{m}{sec}$. מצאו את קואורדינטת הנקודה כעבור 6 שניות מתחילת הספירה של הזמן, ואת הדרך שעברה הנקודה בפרק זמן זה.**
3. **קואורדינטת הנקודה, הנעה בתנועה קצובה בקו ישר המתלכד עם ציר Ox, השתנתה מ- $x_1 = 8\ m$ ל- $x_2 = -8\ m$**

ערך המהירות של הנקודה שווה ל- $v = 4\,\frac{m}{sec}$. מצאו את הזמן, שבמהלכו השתנתה המהירות, ואת הדרך שעברה הנקודה בפרק זמן זה.

4. הגרף בציור 24 מתאר את התלות של קואורדינטת הנקודה הנעה לאורך ציר Ox בזמן. תארו את תנועת הנקודה בפרקי זמן בין 0 ל-3 ש', מ-3 ש' עד ל-7 ש', ומ-7 ש' עד 9 ש'. שרטטו גרפים של ערך היטל המהירות כפונקציות של הזמן. שרטטו גרף של הדרך בתלות הזמן.



ציור 24

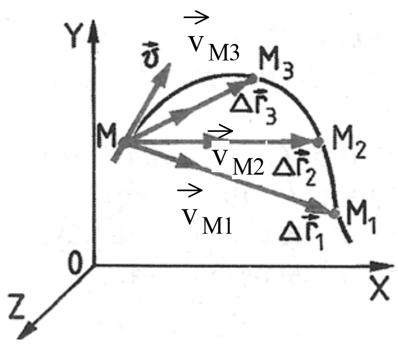
§11 המהירות הרגעית

הגופים בסביבתנו הקרובה אינם נעים במהירות קבועה. כך, למשל, מכונית שיוצאת מחנייה נוסעת יותר ויותר מהר. חלק מהזמן היא עשויה לנוע בתנועה קצובה או כמעט קצובה, אבל בשלב מסוים היא תאט ותעצור. במהלך התנועה עוברת המכונית מרחקים שונים בפרקי זמן שווים. זו תכונה שמאפיינת תנועה שאינה קצובה.

תנועה שאינה קצובה עשויה להתרחש בקו ישר או עקום. כדי לתאר תנועה שאינה קצובה צריך לדעת כיצד לחשב מהירות ברגע מסוים. מהירות זאת מכונה בשם **מהירות רגעית**.

נסביר מונח זה.

נניח שנקודה נעה בתנועה לא קצובה במסלול עקום, וברגע מסוים t היא נמצאת במקום M (ראו שרטוט 25). כעבור זמן Δt_1 תהיה הנקודה במקום M_1 ותבצע העתק $\Delta \vec{r}_1$.



ציור 25

נחלק את הווקטור $\Delta \vec{r}_1$ בפרק זמן Δt_1, ונמצא את המהירות של תנועה קצובה,

שבה צריכה היתה לנוע הנקודה על מנת להגיע בפרק הזמן Δt_1 ממקום M למקום M_1. מהירות זו מכונה **מהירות ממוצעת של תנועה שאינה קצובה של הנקודה בזמן Δt_1.**

נסמן אותה באמצעות $\vec{v}_{M1}$ ונרשום:

$$\vec{v}_{M1} = \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t_1}$$

נמצא את ערכי המהירות הממוצעת בפרקי הזמן השונים:

$$\vec{v}_{M2} = \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t_2},$$

$$\vec{v}_{M3} = \frac{\Delta \vec{r}_3}{\Delta t_3},$$

במהלך קיצור פרקי הזמן Δt הולכים ההעתקים וקטנים בגודלם ומשתנים בכיוונם. בהתאמה משתנים בגודלם ובכיוונם ערכי המהירות הממוצעת; אולם תוך כדי התקרבות פרקי הזמן Δt לאפס יתקרבו ערכי המהירויות הממוצעות יותר ויותר האחד למשנהו. כלומר: תוך כדי שאיפתו של פרק הזמן Δt לאפס שואפות המנות $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ לערך מסוים, המכונה **ערך גבולי**. במכניקה מכנים ערך זה **מהירות הנקודה ברגע נתון** או פשוט **מהירות רגעית**, ומסמנים אותה ב- $\vec{v}$.

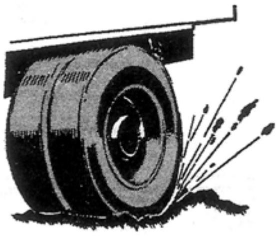
לסיכום: **מכנים מהירות רגעית את גבול המנה של העתק הנקודה $\Delta \vec{r}$ בפרק הזמן Δt, שבמהלכו התבצע ההעתק הזה, כאשר משך הזמן Δt שואף לאפס.**

נברר כעת להיכן מכוון וקטור המהירות הרגעית. בכל נקודות המסלול מכוון וקטור המהירות הרגעית בכיוונה של המהירות הממוצעת בפרק הזמן Δt השואף לאפס. המהירות הממוצעת מכוונת בכיוון וקטור ההעתק $\Delta \vec{r}$.

מציור 25 אפשר להיווכח, שתוך כדי הקטנת פרקי הזמן Δt קטֵנים וקטורֵי $\Delta \vec{r}$ ומשנים את כיוונם. ככל שהווקטור $\Delta \vec{r}$ יהיה קצר יותר, יהיה כיוונו קרוב יותר לכיוון המשיק למסלול בנקודה נתונה M. לכן מכוונת המהירות הרגעית בקו המשיק למסלול (ראו ציור 25).

גם בתנועה מעגלית מכוונת המהירות הרגעית בכיוון המשיק למעגל.

קל להבחין בכך, כאשר רסיסי בוץ מתנתקים מהגלגל הסובב וניתזים בכיוון המשיק לצמיג של הגלגל.



ציור 26

המושג **מהירות רגעית** הוא אחד המושגים הבסיסיים בקינמטיקה המתייחס לנקודה. כשנדון במהירות התנועה של גוף, נתייחס אפוא למהירותה של נקודה כלשהי שבגוף.

?

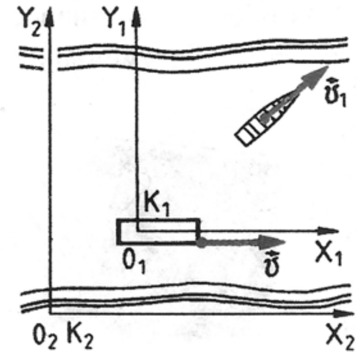
1. **מהי מהירות רגעית?**
2. **להיכן מכוונת המהירות הרגעית בנקודה מסוימת של מסלול התנועה?**
3. **נקודה נעה במסלול עקום, כך שגודל המהירות שלה אינו משתנה.**
   האם אפשר לומר שמהירותה קבועה?

§12 חיבור מהירויות

נניח שסירת מנוע שטה בנהר במהירות $\vec{v}_1$ יחסית למים, או ליתר דיוק - יחסית למערכת הייחוס K_1 הקשורה במים.

את מערכת הייחוס הזאת אפשר לקשור, לדוגמה, לרפסודה השטה עם הזרם. אם ידועה גם מהירות הזרימה של הנהר $\vec{v}$ יחסית למערכת הייחוס K_2 הקשורה לחוף, או במילים מדויקות יותר: המהירות של מערכת הייחוס K_1 יחסית למערכת הייחוס K_2, אפשר לחשב את מהירות הסירה $\vec{v}_2$ יחסית לחוף (ראו ציור 27).

לא קשה למדוד את מהירות הזרימה של הנהר. את מהירות הסירה יחסית למים אפשר למדוד בעזרת מכשיר פשוט. אפשר כמובן למדוד באופן ישיר את מהירות הסירה יחסית לחוף $\vec{v}_2$, אולם לעשות זאת כבר לא כל-כך פשוט, ועדיף לחשב אותה.



ציור 27

אפשר לפתח את חוק חיבור המהירויות באמצעות הנוסחה לחיבור ההעתקים. מכיוון שההעתקים הם וקטורים, מתקיים:

$$\Delta\vec{r}_2 = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r} \qquad (1.8)$$

כאשר $\Delta\vec{r}_1$ - העתק הסירה יחסית למים;

$\Delta\vec{r}$ - העתק המים יחסית לחוף;

$\Delta\vec{r}_2$ - העתק הסירה יחסית לחוף.

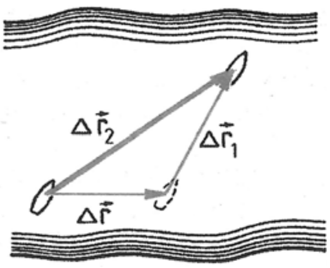
נחלק את שני אגפי המשוואה (1.8) ב- Δt, ונקבל:

$$\frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

המנה של העתק בזמן שווה למהירות.

לכן: $$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v} \qquad (1.9)$$

מהירויות מתחברות באופן גיאומטרי, כמו כל הווקטורים.



ציור 28

קיבלנו תוצאה פשוטה וחשובה מאוד, הנקראת **חוק חיבור המהירויות**:

אם גוף נע במהירות $\vec{v}_1$ יחסית למערכת ייחוס כלשהי K_1, שבעצמה נעה יחסית למערכת ייחוס אחרת K_2 במהירות $\vec{v}$, שווה מהירות הגוף יחסית למערכת השנייה לסכום הגיאומטרי של המהירויות $\vec{v}_1$ ו- $\vec{v}$.

יצוין, שחוק חיבור המהירויות מתקיים גם עבור תנועה שאינה קצובה. במקרה זה מחברים מהירויות רגעיות.

בדומה לכל משוואה וקטורית, מהווה המשוואה (1.9) רישום מקוצר של שתי משוואות לחיבור היטלי המהירויות:

$$v_{2x} = v_{1x} + v_x, \qquad (1.10)$$
$$v_{2y} = v_{1y} + v_y$$

היטלי המהירויות מתחברים בצורה אלגברית.

דוגמאות לפתרון התרגילים

1. שתי רכבות נוסעות בתנועה קצובה זו אחר זו. מהירות הרכבת הראשונה $80\ \frac{km}{h}$, ומהירות הרכבת השנייה $60\ \frac{km}{h}$. מה מהירות הרכבת השנייה יחסית לראשונה?

<u>פתרון</u>

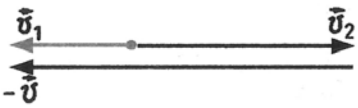
נסמן את מהירות הרכבת הראשונה יחסית לאדמה ב- $\vec{v}$, ואת מהירות הרכבת השנייה יחסית לאדמה ב- $\vec{v}_2$. לפי חוק חיבור המהירויות (1.9) נקבל:

$$\vec{v}_2 = \vec{v} + \vec{v}_1$$

כאשר $\vec{v}_1$ - המהירות הנדרשת של הרכבת השנייה יחסית לראשונה.

מכאן נקבל: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}$

את חיבור המהירויות בצורה גרפית אפשר לראות בציור 29. מהציור רואים, שהמהירות $\vec{v}_1$ של הרכבת השנייה יחסית לראשונה מכוונת בניגוד לכיוון תנועת הרכבות,



ציור 29

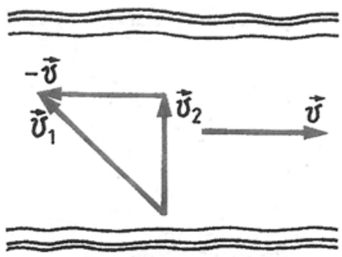
ושהרכבת השנייה מתרחקת מהראשונה.

את גודלו של וקטור המהירות היחסית מחשבים כך:

$$v_1 = v - v_2 = 20\ \frac{km}{h}$$

2. מהירות זרם הנהר היא $v = 1.5\ \frac{km}{h}$.

מה ערך המהירות v_1 של הסירה ששטה בניצב לקו החוף במהירות $v_2 = 2\ \frac{km}{h}$ **יחסית אליו?**



ציור 30

<u>פתרון</u>

בהתאם לחוק חיבור המהירויות (1.9) מתקיים:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}$$

מכאן נחלץ את מהירות הסירה יחסית למים: $\vec{v}_1 = \vec{v}_2 - \vec{v}$.

החיבור הווקטורי של המהירויות $\vec{v}$ ו- $\vec{v}_2$ מתואר בציור 30. מכיוון שמשולש המהירויות שהתקבל הוא ישר-זווית, מקבלים:

$$v_1 = \sqrt{v_2^{\,2} + v^2} = 2.5\ \frac{m}{sec}$$

מקבץ תרגילים 2

1. **שתי מכוניות נעות בתנועה קצובה בכביש ישר זו לקראת זו. ערכי המהירויות של המכוניות:** $36\ \frac{km}{h}$ **ו-** $20\ \frac{m}{sec}$. **מה המהירות היחסית של המכונית הראשונה יחסית לשנייה, ושל המכונית השנייה יחסית לראשונה?**

2. **בשתי מסילות מקבילות נוסעות זו לקראת זו שתי רכבות. מהירות הרכבת הראשונה היא** $72\ \frac{km}{h}$ **ואורכה – 900 מ'; מהירות הרכבת השנייה היא** $102\ \frac{km}{h}$ **ואורכה – 140 מ'. משך כמה זמן תעבורנה הרכבות זו ליד זו?**

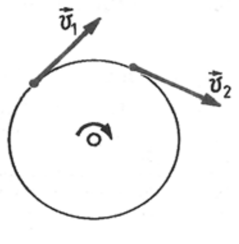
3. **מה צריכה להיות מהירות הסירה יחסית למים, על מנת שהיא תנוע בניצב לחוף במהירות** $3.5\ \frac{m}{sec}$ **יחסית לחוף? מהירות הזרם היא** $2\ \frac{m}{sec}$.

§13 התאוצה

במהלך תנועתו של גוף עשויה מהירותו להשתנות בגודלה או בכיוונה או בגודלה ובכיוונה גם יחד.

מהירותה של דסקית, המשמשת למשחק הוקי-קרח, הגולשת על פני הקרח, הולכת וקטנה עד לעצירה מוחלטת. ניטול אבן ביד ונשחרר אותה; תוך כדי נפילתה תגדל מהירותה בקצב מהיר (ראו ציור 31). מהירותה של כל נקודה, הנמצאת על חישוק הדיסק המסתובב בקצב קבוע, משתנה רק בכיוונה ונשארת קבועה בגודלה (ראו ציור 32).

ציור 31



ציור 32

מהירות אבן, שנזרקת בזווית לאופק, משתנה הן בגודלה והן בכיוונה.

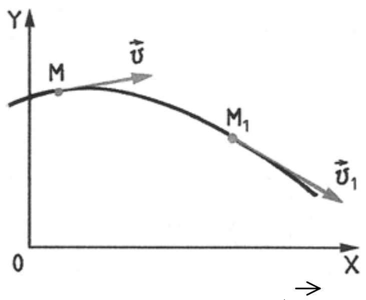
שינוי מהירות הגוף עשוי להתרחש מהר מאוד (כמהירות תנועת קליע בקנה הרובה בעת הירי) או אטי יחסית (כמהירות תנועת הרכבת ביציאתה מתחנה). כדי לחשב את המהירות בכל רגע יש להגדיר את הערך המיוחד המאפיין את **קצב שינוי המהירות**. ערך זה מכונה **תאוצה**. התאוצה היא ערך פיזיקלי חשוב ביותר. נגדיר אותו בעבור גוף נקודתי.

לאחר שהקדשנו תשומת לב רבה להגדרת המהירות הרגעית, יהיה קל יותר להבין מהי התאוצה. נתבונן בנקודה, הנעה במסלול עקום ובמהירות שאינה קצובה. במקרה זה משתנה המהירות הן בגודלה והן בכיוונה. נניח שברגע מסוים t נמצאת הנקודה במקום M ומהירותה $\vec{v}$. כעבור פרק זמן Δt_1 מרגע זה תימצא הנקודה במקום M_1 ומהירותה תהיה $\vec{v}_1$ (ראו ציור 33).

כדי למצוא את מידת שינוי המהירות במשך הזמן Δt_1, יש להחסיר את וקטור $\vec{v}$ מווקטור $\vec{v}_1$: $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}$.

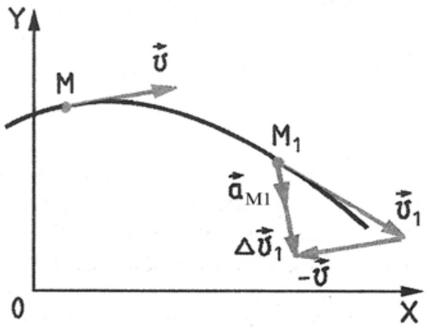
את חיסור הווקטור אפשר לבצע על-ידי הוספת וקטור $\left(-\vec{v}\right)$ לווקטור $\vec{v}_1$:

$$\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v} = \vec{v}_1 + \left(-\vec{v}\right)$$



ציור 33

בהתאם לכלל חיבור הווקטורים, מכוון וקטור שינוי המהירות $\Delta\vec{v}_1$ מזנב הווקטור $\vec{v}_1$ לראשו של הווקטור $(-\vec{v})$, כפי שמתואר בציור 34.

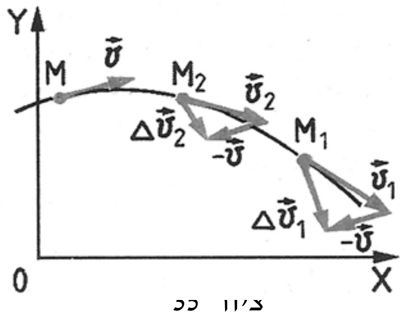


ציור 34

נחלק את הווקטור $\Delta\vec{v}_1$ בפרק הזמן Δt_1, ונקבל וקטור $\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t}$, המכוון בכיוון וקטור שינוי המהירות $\Delta\vec{v}_1$. וקטור זה מכונה **תאוצה ממוצעת** של הנקודה בפרק הזמן Δt_1.

נסמן אותו באמצעות $\vec{a}_{M1}$, ונרשום עבורו:

$$\vec{a}_{M1} = \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t_1}$$



ציור 35

נמצא את ערכי התאוצה הממוצעת בפרקי זמן הולכים וקטנים:

$$\vec{a}_{M2} = \frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t_2},$$

$$\vec{a}_{M3} = \frac{\Delta\vec{v}_3}{\Delta t_3},$$

תוך כדי הקטנת פרק הזמן Δt הולך ומשתנה גודלו של וקטור שינוי המהירות $\Delta\vec{v}$, ומשתנה גם כיוונו (ראו ציור 35). בהתאמה משתנים בגודל ובכיוון גם הערכים של התאוצה הממוצעת; אולם תוך כדי שאיפת פרקי הזמן Δt לאפס שואפת המנה $\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ לערך וקטורי המכונה **הערך הגבולי**. במכניקה מכנים ערך זה **תאוצת הנקודה ברגע נתון** או פשוט **התאוצה**, ומסמנים אותו ב- $\vec{a}$.

לסיכום: **תאוצת הנקודה היא גבול מנת החילוק של שינוי המהירות $\Delta\vec{v}$ בפרק הזמן Δt, שבמהלכו התרחש השינוי, כאשר פרק הזמן Δt שואף לאפס.**

התאוצה מכוונת בכיוון וקטור שינוי המהירות $\Delta\vec{v}$ ברגע הגבולי, כאשר פרק הזמן Δt שואף לאפס.

להבדיל ממהירות, אי-אפשר לגלות את כיוון וקטור התאוצה מידיעת המסלול וכיוון תנועתה של הנקודה במסלול. בהמשך נלמד באמצעות דוגמאות פשוטות כיצד אפשר לגלות את כיוון התאוצה בתנועה בקו ישר ובקו עקום. בינתיים יש לזכור, שעבור כיוון נתון של המהירות עשויה התאוצה להיות מכוונת בכל כיוון שהוא.

לבסוף נקדים שאלה שרבים עשויים לשאול: הרי גם התאוצה עשויה להשתנות! האם לא כדאי להגדיר ערך נוסף, שיאפיין את קצב שינוי התאוצה? מובן שאפשר להגדיר ערך כזה, אבל אין בכך צורך לענייננו.

פעולות הכוחות ההדדיים בין גופים בעולמנו – הן שקובעות את קצב שינוי המהירות. לכן נחוץ לדעת את התאוצה כדי לחשב את מהירותה של הנקודה ומיקומה.

?

1. **מהי התאוצה?**
2. **לאן מכוונת תאוצת נקודה הנעה בקו ישר, כאשר גודל המהירות הולך וגדל? הולך וקטן?**
3. **נקודה נעה במסלול עקום, כך שגודל המהירות נשאר קבוע. האם יש לנקודה תאוצה?**
4. **האם עשויה להיות תאוצה לנקודה ברגע שבו מהירותה שווה לאפס?**

§14 תנועה בתאוצה קבועה
יחידת התאוצה

את התנועה המואצת אפשר לסווג לשניים: תנועה **בתאוצה קבועה**, שבה גודל וקטור התאוצה וכיוונו אינם משתנים בזמן; ותנועה **בתאוצה משתנה**, כאשר גודל וקטור התאוצה או כיוונו או שניהם כאחד משתנים בזמן.

תנועה **בתאוצה קבועה** היא התנועה הפשוטה ביותר, בה משתנה המהירות. אפשר להניח שבתאוצה קבועה מאיצים אוטובוס או רכבת ביציאה מתחנה ובבלימה בכניסתם אליה; דסקית הגולשת על קרח, וכדומה. אנו נלמד בעיקר על תנועה **בתאוצה קבועה**.

אם תאוצת הנקודה קבועה, אזי היחס שבין שינוי המהירות לבין פרק הזמן, שבו התרחש השינוי, יהיה שווה בכל פרקי זמן התנועה. לכן אפשר לרשום:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

כאשר Δt - פרק זמן כלשהו; $\Delta\vec{v}$ - שינוי המהירות בפרק זמן זה.

מכיוון שפרק הזמן Δt הוא ערך חיובי, נובע מהנוסחה שאם תאוצת הנקודה אינה משתנה בזמן, היא מכוונת בכיוונו של וקטור שינוי המהירות. אי לכך, אם התאוצה קבועה, ניתן להגדירה כ**שינוי המהירות ביחידת הזמן**. הגדרה זאת מאפשרת לקבוע יחידות לגודל התאוצה ולהיטליה. נרשום ביטוי לגודל התאוצה:

$$a = \frac{\left|\Delta\vec{v}\right|}{\Delta t} \qquad (1.11)$$

מכאן נובע, שאם ביחידת זמן אחת משתנה הגודל של וקטור שינוי המהירות ביחידה אחת, שווה גודל התאוצה לאחת.

אם הזמן נמדד בשניות, והמהירות – במטרים לשנייה, אזי:

$$1 \text{ יחידת התאוצה } = \frac{1\ \text{m/sec}}{1\ \text{sec}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

כלומר: התאוצה נמדדת במטרים לכל שנייה בריבוע.

אם תאוצת הנקודה קבועה, וגודלה שווה, לדוגמה, ל- $2\ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$, פירוש הדבר שבשנייה אחת יגדל גודלו של וקטור שינוי המהירות ב- $2\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

תנועה בקו ישר בתאוצה קבועה, שבה גדל גודלו של וקטור המהירות, מכונה **תנועה שוות תאוצה**; ותנועה בקו ישר בתאוצה קבועה, שבה אורך וקטור המהירות קטן, נקראת **תנועה שוות תאוטה**.

כמו מושג המהירות, מושג התאוצה הוא אחד המושגים החשובים בקינמטיקה. המושג מתייחס לנקודה. כשמדברים על תאוצת הגוף, מתכוונים לתאוצת נקודה השייכת לגוף.

?

1. **באיזה מקרה נחשבת תאוצת הנקודה לקבועה?**
2. **לאן מכוונת התאוצה בתנועה שוות תאוצה של נקודה?**
   ובתנועת שוות תאוטה?
3. **באילו יחידות נמדד גודל התאוצה?**

§15 מהירות בתנועה שוות תאוצה

נברר כיצד מוצאים את מהירותה של נקודה, הנעה בתנועה שתאוצתה קבועה. נשתמש בנוסחה:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

נניח שמהירות הנקודה ברגע התחלתי t_0 היא $\vec{v}_0$, ומהירותה ברגע כלשהו t היא $\vec{v}$. נחשב את התוספות: $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$, $\Delta t = t - t_0$, ונציב בנוסחה לתאוצה:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

אם ברגע ההתחלתי t_0 ישווה לאפס, נקבל:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

מכאן נחלץ את המהירות:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad (1.12)$$

אם התנועה במישור, מתאימות למשוואה הווקטורית (1.12) שתי משוואות להיטלי המהירות בצירי הקואורדינטות Ox ו- Oy:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad (1.13)$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

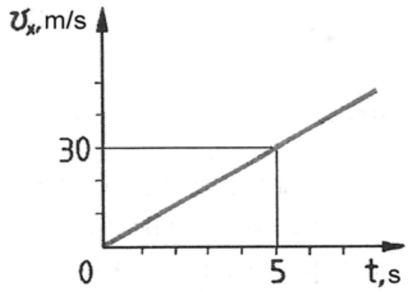
עבור תנועה שוות תאוצה תלות המהירות בזמן היא קווית.

לסיכום: על מנת לחשב מהירות ברגע כלשהו, יש לדעת את המהירות ההתחלתית $\vec{v}_0$ ואת התאוצה $\vec{a}$. את המהירות ההתחלתית צריך למדוד. כפי שנראה בהמשך, נקבעת התאוצה על-ידי השפעת גופים אחרים על הגוף הנתון, ואפשר לחשב אותה.

המהירות ההתחלתית אינה תלויה בהשפעת גופים אחרים על הגוף הנתון, אלא במה שהתרחש בגוף ברגעי זמן קודמים. לדוגמה: המהירות ההתחלתית של האבן הנופלת תלויה בנסיבות הימצאותה בנקודה ההתחלתית: האם שמטנו את האבן מהיד בנקודה ההתחלתית – או שהגיעה לנקודה ההתחלתית לאחר תנועה במסלול זה או אחר.

לעומת זאת אין התאוצה תלויה במה שקרה לגוף ברגעים הקודמים, אלא אך ורק בהשפעתם של גופים אחרים על הגוף הנע.

את התלות של היטל המהירות בזמן אפשר לתאר באמצעות גרף. אם המהירות ההתחלתית שווה לאפס, יהא הגרף של היטל המהירות לציר Ox כפונקציה של זמן קו ישר, העובר דרך ראשית הצירים.



ציור 36

עבור המקרה של $a_x > 0$ מתואר הגרף בציור 36. לפי הגרף אפשר למצוא את היטל התאוצה על ציר Ox:

$$a_x = \frac{v_x}{t}, \; a_x = \frac{30 \text{ m/sec}}{5 \text{ sec}} = 6 \; \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$

ככל שגדֵלה התאוצה a_x, כן גדֵלה הזווית בין קו הגרף של היטל המהירות לבין ציר הזמן. תלות זו של תוספת המהירות בזמן נצפית היטב בנפילת גוף נייח ברגע הנטישה או בתנועת המכונית, המתחילה את נסיעתה ממנוחה.

בפרק זה למדנו כיצד למצוא את מהירות הנקודה, הנעה בתאוצה קבועה.

§16 משוואות של תנועה שוות תאוצה

כעת נְפַתֵּחַ משוואות, המאפשרות לחשב את מיקום הנקודה בכל זמן נתון.

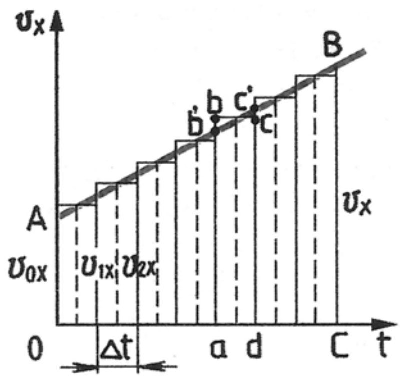
תנועה בתאוצה קבועה מתרחשת במישור; יהא זה, למשל, המישור xOy. אם וקטור המהירות ההתחלתית ווקטור התאוצה אינם נמצאים על קו אחד, תנוע הנקודה בקו עקום, ושתי הקואורדינטות x ו-y ישתנו בזמן. נסמן באמצעות x_0 ו-y_0 את הקואורדינטות ברגע ההתחלתי $t_0 = 0$, ובאמצעות x ו- y - את הקואורדינטות ברגע t.

בפרק הזמן $\Delta t = t - t_0 = t$ יהיו שינויי הקואורדינטות שווים ל: $\Delta x = x - x_0$ ו- $\Delta y = y - y_0$.

מכאן מקבלים:

$$x = x_0 + \Delta x$$
$$y = y_0 + \Delta y \tag{1.14}$$

כלומר: כדי למצוא את מיקום הנקודה בכל רגע צריך לדעת את הקואורדינטות ההתחלתיות ואת שינויי הקואורדינטות Δx ו- Δy בזמן התנועה. אם התנועה בתאוצה קבועה, אפשר למצוא את שינויי הקואורדינטות באמצעות הגרפים של תלות היטלי המהירות בזמן. גרף זה מתואר בציור 37. נוכיח שבמקרה זה שווה הערך של Δx מספרית לשטח הטרפז המתאים $OABC$.



ציור 37

אורך הקטע OC שווה מספרית לזמן t של תנועת הנקודה. נחלק אותו ל- n קטעים קטנים ושווים Δt. את הערכים של היטלי המהירות באמצע הקטע נסמן באמצעות v_{1x}, v_{2x} וכו׳. על כל אחד מהקטעים השווים לפרקי זמן Δt נבנה מלבנים, כך שגובהם יהיה שווה להיטלי המהירות v_{1x}, v_{2x} וכו׳. אם נניח שבמשך כל פרק זמן קצר התנועה היא שוות מהירות (ראו סעיף 10), יהיה שטח כל מלבן

שווה לשינוי הקואורדינטות Δx_1, Δx_2 בפרקי הזמן Δt. מן הציור נראה שסכום השטחים של כל המלבנים שווה לשטח הטרפז OABC, מכיוון ששטח המלבן הקטן abcd שווה לשטח הטרפז האלמנטרי ab'c'd.

צירוף המלבנים מהווה צורה מדורגת. המעבר ממלבן אחד לשני מתרחש באופן הדרגתי, מכיוון שייצגנו את התנועה האמיתית כאוסף תנועות שוות מהירות בפרקי זמן Δt. כדי שתנועה זו תהיה קרובה לתנועה האמיתית, יש להקטין את פרקי הזמן Δt, ואז ילך ויקטן ההבדל בין היטלי המהירות 'ab ו- 'dc שבקצות פרק הזמן Δt; וכאשר פרקי זמן ישאפו לאפס ($\Delta t \rightarrow 0$), לא יהיה אוסף התנועות הקצובות שונה מהתנועה האמיתית. כך יהיה שטח הטרפז OABC שווה מספרית להעתק Δx במשך כל זמן התנועה t.

אורכי הבסיסים OA ו-BC של טרפז זה שווים מספרית להיטלי המהירות ההתחלתית והסופית, והגובה OC שווה למשך הזמן. על-פי נוסחת שטח הטרפז מקבלים:

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$$

מביאים בחשבון ש: $v_x = v_{0x} + a_x t$, ומקבלים סופית:

$$\Delta x = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} t = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

ניתחנו מקרה כאשר $v_{0x} > 0$ ו- $a_x > 0$; אולם הנוסחה שהתקבלה מתקיימת גם כאשר אחד מערכים אלה שלילי, או כששניהם שליליים.

את שינוי הקואורדינטה Δy אפשר לחשב באופן דומה, והוא מתבטא בנוסחה:

$$\Delta y = v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}$$

נציב את ערכי שינוי הקואורדינטות בנוסחאות (1.14), ונקבל את הביטויים לקואורדינטות בתנועה שוות תאוצה כפונקציה של הזמן (אלה מכונות **משוואות התנועה הקינמטיות**):

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}$$

נוסחאות אלה שימושיות לתיאור הן של תנועה בקו ישר והן של תנועה בעקומה – כמובן, בתנאי שהתנועה תתרחש בתאוצה קבועה.

כאשר הנקודה נעה במישור xOy, אפשר לייחס לשתי המשוואות (1.15) משוואה וקטורית אחת:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

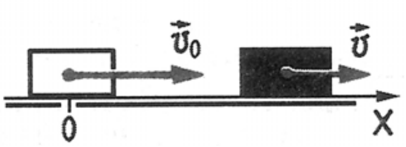
שימו לב: באמצעות הנוסחאות (1.15) ו- (1.16) אפשר למצוא רק את **מיקום** הנקודה בכל רגע מרגעי הזמן. כדי למצוא את ה**דרך** שעבר הגוף, יש לנתח את המסלול בצורה מדוקדקת יותר ולעקוב אחר רצף נקודות המסלול שעשה הגוף (ראו ציור 25).

המשוואות שהתקבלו והנוסחאות להיטלי המהירות (1.1.3) מאפשרות לפתור כל בעיית תנועה בתאוצה קבועה.

דוגמאות לפתרון תרגילים

1. מכת מקל הניעה דסקית במהירות $v_0 = 20\frac{m}{sec}$, וזו החלה לגלוש בקרח בקו ישר. לאחר פרק זמן $t_1 = 2\ sec$ היתה מהירותה $16\frac{m}{sec}$. מה תאוצת הגלישה של הדסקית?

<u>פתרון</u>



ציור 38

נקבע את צירי הקואורדינטות, כך שתנועת הדסקית תתרחש לאורך ציר כלשהו – לדוגמה: ציר Ox. את הכיוון החיובי של הציר נקבע לפי כיוון וקטור המהירות ההתחלתית (ציור 38). מכיוון שהדסקית נעה בתאוצה, נמצא את היטל התאוצה של ציר Ox מהנוסחה: $v_x = v_{0x} + a_x t$.

נביא בחשבון, שעבור הכיוון החיובי הנבחר של הציר Ox, $v_{0x} = v_0$, וכאשר $v_x = v$, $t_1 = 2\ sec$, ונקבל:

$$v = v_0 + a_x t_1$$

נחלץ את התאוצה:

$$a_x = \frac{v - v_0}{t_1} = \frac{16\text{ m/sec} - 20\text{ m/sec}}{2\text{ sec}} = -2\ \frac{m}{sec^2}$$

הסימן מינוס מסמן את הכיוון של וקטור התאוצה, הנגדי לכיוון החיובי של ציר Ox. גודל התאוצה שווה ל:

$$a = \left|a_x\right| = \left|-2\ \frac{m}{sec^2}\right| = 2\ \frac{m}{sec^2}$$

2. ברגע שעברה המעלית את המחיצה שבין הקומה הראשונה לשנייה, היתה מהירותה $v_0 = 4\ \frac{m}{sec}$. בהמשך עלתה המעלית בתאוצה קבועה של $a = 2\ \frac{m}{sec^2}$, המכוונת כלפי מטה. כעבור $t_1 = 2$ sec המעלית נעצרה. הגובה h של כל קומה הוא 4 מ'. באיזה גובה H מרצפת הקומה הראשונה נעצרה המעלית?

<u>פתרון</u>

נמקם את ראשית מערכת הצירים ברצפת הקומה הראשונה, ונכוון את אחד מצירי הקואורדינטות – למשל ציר Oy - כלפי מעלה. מכיוון שתאוצת המעלית קבועה, אפשר לתאר את תנועתה באמצעות המשוואה הקינמטית:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

נרשום את נתוני הבעיה במערכת הצירים שנבחרה:

$$y_0 = h,\ v_{0y} = v_0,\ a_y = -a,\ y = H$$

לכן:

$$H = h + v_0 t - \frac{at^2}{2},$$

$$H = 4\text{ m} + 4\frac{m}{sec}\cdot 2\text{ sec} - \frac{2\text{ m/sec}^2 \cdot 4\text{ sec}^2}{2} = 8\text{ m}$$

מקבץ תרגילים 3

1. גוף נע לאורך ציר Ox. וקטורי המהירות ההתחלתית והתאוצה מכוונים לכיוון החיובי של הציר, וגודלם: $v_0 = 4\frac{m}{sec}$, $a = 2\frac{m}{sec^2}$. מצאו את מהירות הגוף כעבור 4 שניות מתחילת ספירת הזמן.

2. גוף נע לאורך ציר קואורדינטות. ברגע ההתחלתי היתה המהירות מכוונת לכיוון החיובי של הציר. גודל מהירות הגוף: $v_0 = 20\frac{m}{sec}$. מצאו את מהירות הגוף כעבור 5 שניות וכעבור 7 שניות מתחילת ספירת הזמן, אם ידוע שהתאוצה מכוונת בכיוון הנגדי למהירות ההתחלתית, וגודלה $a = 4\frac{m}{sec^2}$.

3. בנקודה $x_0 = 10\ m$ היתה מהירות הגוף מכוונת בכיוון הנגדי לכיוון החיובי של ציר Ox, וגודלה היה $v_0 = 20\frac{m}{sec}$. תאוצת הגוף מכוונת בניגוד לכיוון וקטור המהירות ההתחלתית, וגודלה שווה ל- $a = 10\frac{m}{sec^2}$.
מצאו את קואורדינטת הגוף ברגעי הזמן 1, 2, 3 ו- 4 שניות מתחילת ספירת הזמן.

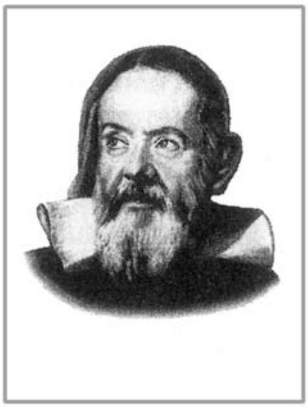
4. שני רוכבי אופנוע יוצאים בו-זמנית משני מקומות זה לקראת זה. אחד מהם נוסע במורד ההר; מהירותו ההתחלתית $v_0 = 36\frac{km}{h}$, ותאוצתו $a = 2\frac{m}{sec^2}$. האופנוען השני עולה בתאוטה קבועה, שגודלה שווה לתאוצת האופנוען הראשון, ומהירותו ההתחלתית היא $72\frac{km}{h}$. המרחק ההתחלתי בין האופנועים הוא 300 מ׳. כעבור כמה זמן מתחילת ספירת הזמן ייפגשו?

§17 נפילה חופשית

נחקור כעת את התנועה בתאוצה הנפוצה, הנקראת **נפילה חופשית של גופים**. את התופעה הזאת חקר בצורה נסיונית המדען האיטלקי הדגול **גליליאו גליליי**.

כל אחד מאתנו צפה בנפילת גופים לאדמה וראה כיצד גדלה מהירותם במשך נפילתם, כלומר, הם נעו בתאוצה. את התאוצה הקנתה לגוף משיכתו אל מרכז כדור הארץ. זמן רב חשבו המדענים שכדור הארץ מקנה תאוצה שונה לגופים שונים. תצפיות פשוטות מרמזות לנכונותה של טענה זו: נוצה של ציפור או דף נייר נופלים הרבה יותר לאט מאבן. זו הסיבה שמזמנו של אריסטו (המדען היווני שחי במאה הרביעית לפנה"ס) השתרשה המחשבה, שהתאוצה שמקנה כדור הארץ לגוף גדולה יותר ככל שהגוף כבד יותר.

גליליאו גליליי



(1642–1564) – הפיזיקאי והאסטרונום האיטלקי הגדול, שהשתמש לראשונה בשיטה הנסיונית במדע.

גליליאו גילה את עקרון היחסות, הכניס את מושג ההתמדה, חקר את חוקי נפילת הגופים והתנועה במישור המשופע, והציע להשתמש במטוטלת לצורך מדידת זמן.

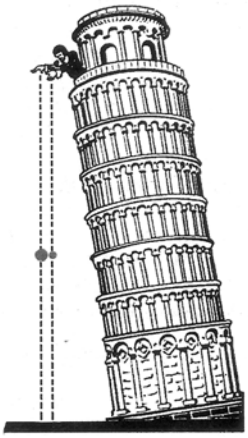
בעזרת הטלסקופ שהמציא גילה גליליאו לראשונה בהיסטוריה של האנושות הרים על הירח, את ירחי כוכב הלכת צדק, את המבנה של שביל החלב, כתמים על פני השמש, הפאזות של נוגה.

גליליאו פיתח את תורת קופרניקוס, שבאותם ימים היתה אסורה על-ידי הכנסייה, ונשפט על כך בשנת 1633 בבית המשפט הקתולי הרומי. פסק הדין בוטל על-ידי הוותיקן כעבור 350 שנה.

בסוף מאה ה-16 הצליח **גליליאו** להוכיח באופן נסיוני שגופים כבדים כקלים – תאוצתם שווה. יש להביא בחשבון את התנגדות האוויר, כי היא המעוותת את אשר נצפה בנפילה החופשית.

גליליאו צפה בנפילת גופים שונים (קליע תותח כדורי העשוי מברזל, קליע של רובה, וכדומה) מגג המגדל הנטוי המפורסם בפיזה (ראו ציור 39), והוכיח שכדור הארץ מקנה לכל הגופים את אותה תאוצה: הגופים השונים בכובדם נעזבו יחדיו והגיעו אל הקרקע באותו רגע.

פשוט ומשכנע היה הניסוי שבוצע לראשונה על-ידי **ניוטון** (ציור 40). לצינור זכוכית מכניסים גופים שונים: קליעי רובה, חתיכות שעם, נוצות וכדומה. אם נהפוך את הצינור כדי שהגופים יוכלו ליפול, מהר מהשאר ייפול קליע הרובה, אחריו חתיכת השעם, ולבסוף תרחף לאטה הנוצה.



ציור 39

אולם אם נשאב תחילה את האוויר מצינור הזכוכית, ורק אז נהפוך את הצינור, ייפלו שלושת הגופים בו-זמנית. מסתבר שבניסוי הקודם התעכבה תנועת הנוצה עקב התנגדות האוויר, שהשפיעה פחות על תנועת השעם, ועוד פחות על קליע הברזל.

כאשר פועלת על גופים אלה משיכת כדור הארץ בלבד, נופלים כולם באותה תאוצה. בהתבסס על תוצאות ניסוי זה אי-אפשר עדיין לטעון, שתאוצת כל הגופים בהשפעת משיכת כדור הארץ שווה באופן מדויק; אולם גם הניסויים, שנעשו באמצעות המכשור המודרני והמשוכלל ביותר, הניבו את אותן תוצאות.

ציור 40

לסיכום: כדור הארץ מקנה לכל הגופים את אותה תאוצה. ללא התנגדות האוויר וקרוב לקליפת כדור הארץ תאוצת הגוף הנופל קבועה. את העובדה הזאת גילה לראשונה גליליאו.

תנועת הגוף בהשפעת המשיכה של כדור הארץ בלבד מכונה נפילה חופשית.

התאוצה שמקנה כדור הארץ לכל הגופים מכונה **תאוצה של נפילה חופשית**,

ותמיד היא מכוונת כלפי מרכז כדור הארץ. מקובל לסמן אותה ב- $\vec{g}$.

נפילה חופשית אינה בהכרח תנועה למטה. אם המהירות ההתחלתית מכוונת כלפי מעלה, ינוע הגוף הנמצא בנפילה חופשית זמן-מה מעלה, יאט, ורק בהמשך יתחיל ליפול.

תאוצת הנפילה החופשית משתנה ותלויה בקו הרוחב של המקום על פני כדור הארץ ובגובה הגוף מעל פני הקליפה – או במדויק יותר: במרחק הגוף ממרכז כדור הארץ. בקו רוחב של מוסקווה, למשל, נותנות המדידות את הערך המספרי לתאוצה של נפילה חופשית: $g \approx 9.82\ \frac{m}{sec^2}$.

באופן כללי משתנה ערכו של $\vec{g}$ על פני כדור הארץ בגבולות שבין $9.78\ m/sec^2$ על קו המשווה עד ל- $9.83\ m/sec^2$ בקוטב.

אם נמריא לגובה קילומטר אחד מעל פני הים, תקטן תאוצת הנפילה החופשית בכ- 0.00032 מערכה במקום הנתון על פני כדור הארץ. בגובה של 100 ק״מ מעל הקוטב ישווה ערכה בערך ל- $9.53\ m/sec^2$.

כשנופלים גופים בתווך האוויר, ערך התאוצה אינו שווה ל- $\vec{g}$ בגלל התנגדות האוויר לתנועת הגוף; אולם על גופים בעלי מסה גדולה יחסית, הנעים במהירות קטנה (אבן שנזרקה ביד, כדור ברזל שבו משתמשים בתחרויות האתלטיקה), השפעתה של התנגדות האוויר אינה משמעותית. במקרה זה תנועת הגופים היא נפילה חופשית בקירוב טוב מאוד. רק במהירויות גבוהות (מעופם של פגז, של קליע רובה) התנגדות האוויר היא משמעותית; ועבור גופים קלים כנוצה התנגדות האוויר משמעותית גם במהירויות קטנות.

§18 נפילה חופשית כסוג של תנועה שוות תאוצה

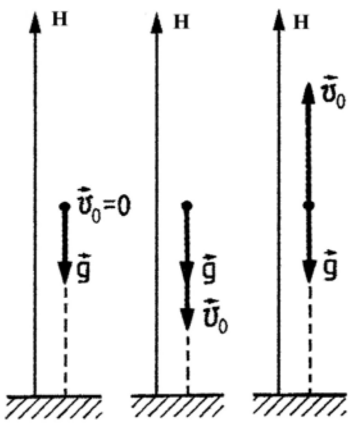
בלימודי הנפילה החופשית נתייחס לתנועה שבה התאוצה היא קבועה; נזניח את השפעת התנגדות האוויר לנפילתו של הגוף.

תנועה זו מתוארת על-ידי המשוואות הקינמטיות הידועות לנו (1.13) ו- (1.15).

תנועה שוות תאוצה עשויה להתרחש בקו ישר ובקו בעקום. כאשר המהירות ההתחלתית של הנקודה שווה לאפס, או כשהיא מכוונת לאורך הקו שלאורכו מכוונת גם התאוצה, תנוע הנקודה לאורכו של אותו קו. אם המהירות ההתחלתית והתאוצה אינן מכוונות לאורך אותו קו, תתרחש תנועת הנקודה בקו עקום.

תאוצת הנפילה החופשית מכוונת כלפי מטה. לכן ינוע גוף לאורך קו ישר אם מהירותו ההתחלתית שווה לאפס, או שהיא מכוונת אנכית (ראו ציור 41). במקרה אחר יהיה מסלול הגוף עקום.

לעתים קרובות נתקלים אנו בתנועת הגופים שמהירותם ההתחלתית מכוונת בזווית לתאוצת הנפילה החופשית. כך מכוונת המהירות ההתחלתית של פגז שנורה בזווית לאופק, או של כדור ברזל שהודף ספורטאי. נוכל למצוא את מסלול תנועתו של גוף שנזרק בזווית לאופק, בתנאי שלכל אורך המסלול נשארת תאוצת הנפילה החופשית קבועה. נניח שמנקודה O נזרק גוף במהירות התחלתית $\vec{v}_0$ בזווית α לאופק (ציור 42).



ציור 41

נבחר את צירי הקואורדינטות כך שהווקטורים $\vec{v}_0$ ו- $\vec{g}$ יהיו במישור קואורדינטות כלשהו – למשל, במישור xOy. את הציר Ox נכוון אופקית, ואת הציר Oy – אנכית כלפי מעלה. את ראשית הצירים נקבע בנקודת הזריקה.

מכיוון שתאוצת הנפילה החופשית אינה משתנה בזמן, תתואר תנועת הגוף, כמו כל תנועה שוות תאוצה, על-ידי המשוואות:

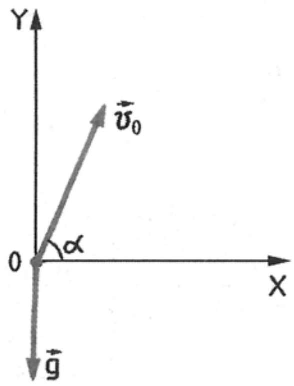
$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad (1.17)$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \qquad (1.18)$$

עבור המיקום הנבחר של ראשית הצירים נקבל:

$x_0 = 0,\ \ y_0 = 0$

את היטלו של וקטור על ציר כלשהו אפשר לבטא באמצעות אורך הווקטור וקוסינוס הזווית שבין הווקטור לבין הכיוון החיובי של הציר. מהציור 42 נראה:



ציור 42

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha\ ,\ \ v_{0y} = v_0 \cos(90° - \alpha) = v_0 \sin\alpha$

$a_x = 0,\ \ a_y = -g$

לכן אפשר לרשום את המשוואות (1.17) ו- (1.18) בצורה:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t, \qquad (1.19)$$

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \qquad (1.20)$$

כדי לבנות את מסלול הגוף אפשר למצוא מהמשוואות (1.19) ו- (1.20) את ערכי הקואורדינטות x ו-y עבור רגעי זמן שונים, לשחזר את הנקודות לפי הקואורדינטות, ולחבר אותן בקו רציף.

אולם אפשר למצוא את מסלול הגוף גם בדרך אחרת. חישוב פשוט יאפשר לנו לקבל משוואה המקשרת בין הקואורדינטות x ו-y. משוואה כזאת נקראת **משוואת המסלול**. כדי לקבל את משוואת המסלול, צריך להעלים את גורם הזמן מהמשוואות (1.19) ו- (1.20). מהמשוואה (1.19) נחלץ t:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

לכן:

$$y = \mathbf{x}\,\frac{v_0 \sin\alpha}{v_0 \cos\alpha} - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha} = x\ tg\,\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$$

נסמן: $tg\,\alpha = c$ ו- $-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} = b$

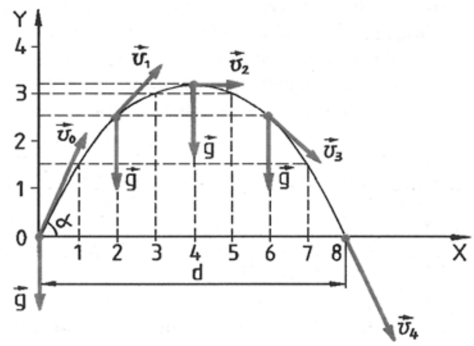
אזי:

$$y = bx^2 + cx \qquad (1.21)$$

מקורס האלגברה ידוע, שגרף הפונקציה (1.21) הוא פרבולה, כאשר ציר הסימטריה שלה הוא ישר המקביל לציר Oy. מכיוון שבמקרה הנתון $b < 0$, מכוונים ענפי הפרבולה כלפי מטה.

ציור 43 מתאר את הפרבולה עבור המקרה:

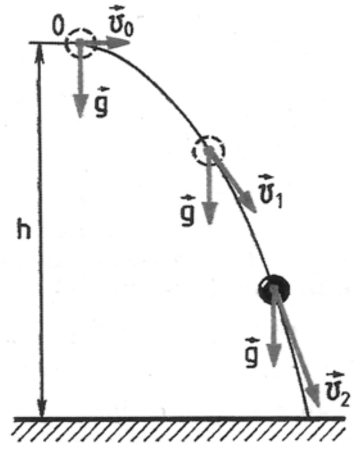
$$c = 1.6 \ , b = -0.2 \ \frac{1}{m}$$



ציור 43

לסיכום: הוכחנו שאם תאוצת הנפילה החופשית קבועה, נע הגוף הנזרק בזווית לאופק בפרבולה.

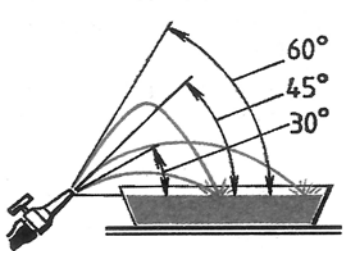
נברר כעת מה יהיה מסלול של גוף, כאשר מהירותו ההתחלתית מכוונת אופקית. מציור 43 נראה שהחל ברגע שבו מהירות הגוף אופקית, נע הגוף באחד מענפי הפרבולה.



ציור 44

לכן כל גוף, שנזרק אופקית, ינוע באחד מענפי הפרבולה, כאשר קודקודה נמצא בנקודת הזריקה (ראו ציור 44).

את התיאור החזותי של מסלול הגוף, שנזרק אופקית או בשיפוע לאופק, אפשר לקבל מניסוי פשוט (ציור 45). מכיוון שכל חלקיק מים נע במסלול פרבולי, יהא גם תוואי הזרם פרבולי.



ציור 45

דוגמאות לפתרון תרגילים

1. כדור נזרק אנכית כלפי מעלה במהירות התחלתית $v_0 = 9$ m/sec.

מצאו את מקומו של הכדור יחסית לנקודת הזריקה O ואת מהירותו כעבור זמן $t_1 = 2$ sec מרגע הזריקה. יש להזניח את התנגדות האוויר לתנועת הכדור.

<u>פתרון</u>

מכיוון שלא מתחשבים בהתנגדות האוויר, אפשר לתאר את תנועת הכדור כנפילה חופשית.

במקרה הנתון נמצאים הווקטורים $\vec{v}_0$ ו- $\vec{g}$ לאורכו של קו אחד, ולכן ינוע הכדור לאורך אותו קו. נקבע את ראשית הצירים בנקודת הזריקה, ונכוון את הציר Oy אנכית כלפי מעלה (ציור 46). תנועת הכדור תתואר על-ידי המשוואה הקינמטית:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

נציב את הנתונים: $y_0 = 0,\ v_{0y} = v_0,\ a_y = -g$

ונקבל:

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

ברגע הזמן $t_1 = 2$ sec נקבל:

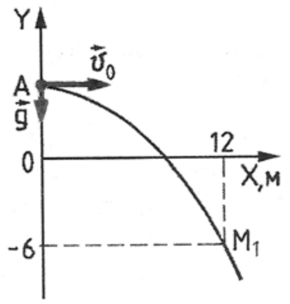
$$y_1 = 9\ \frac{m}{sec}\cdot 2\ sec - \frac{9.8\ \frac{m}{sec^2}\cdot 4\ sec^2}{2} = -\ 1.6\ m$$

כדי לחשב את הגודל והכיוון של וקטור המהירות $\vec{v}_1$ נמצא את היטל הווקטור על ציר Oy לפי הנוסחה: $v_y = v_{0y} + a_y t$.

בהתאם לכיוון הנבחר של הציר Oy אפשר לרשום את הנוסחה האחרונה כך:

$$v_y = v_0 - gt$$

ציור 46



ציור 47

לכן מקבלים סופית:

$$v_{1y} = 9\ \frac{m}{sec} - 9.8\ \frac{m}{sec^2}\cdot 2\ sec = -10.6\ \frac{m}{sec},\quad v_1 = \left|v_{1y}\right| = 10.6\ \frac{m}{sec}$$

המשמעות של הסימן השלילי ליד היטל המהירות היא, שבסוף השנייה השנייה

של הנפילה היתה מהירות הכדור מכוונת מטה, בניגוד לכיוון החיובי של ציר Oy.

2. מנקודה A נזרק כדור בכיוון אופקי במהירות $v_0 = 8$ m/sec. מצאו את מיקום הכדור יחסית לנקודה O כעבור $t = 1.5$ sec מתחילת המעוף, אם ידוע שהנקודה O נמצאת לאורך קו אנך אחד עם הנקודה A, כאשר $|OA| = 5$m. יש להזניח את התנגדות האוויר לתנועת הכדור.

<u>פתרון</u>

נקבע את צירי הקואורדינטות כך שהווקטורים $\vec{v}_0$ ו- $\vec{g}$ יהיו במישור אחד – לדוגמה, במישור xOy. מכיוון שהתנגדות האוויר אינה מובאת בחשבון, והמהירות ההתחלתית מכוונת אופקית, ינוע הכדור במישור xOy במסלול פרבולי, שקודקודו נמצא בנקודת הזריקה.

מכיוון שצריך למצוא את מיקום הכדור יחסית לנקודה O, נקבע את ראשית הצירים בנקודה זו. את הציר Ox נכוון אופקית, ואת הציר Oy – אנכית כלפי מעלה (ראו ציור 47).

במקרה זה מתוארת תנועת הכדור על-ידי המשוואות הקינמטיות:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

עבור ראשית הצירים וכיווני הצירים Ox ו- Oy הנבחרים רושמים:

$$x_0 = 0,\ \ y_0 = \left|OA\right|,\ v_{0x} = v_0,\ v_{0y} = 0,\ \ a_x = 0,\ \ a_y = -g$$

לכן:

$$x = v_0 t,\ \ y = \left|OA\right| - \frac{gt^2}{2}$$

כעבור זמן $t_1 = 1.5$ sec תהיינה קואורדינטות הכדור:

$$x_1 = 8\ \frac{m}{sec} \cdot 1.5\ sec = 12\ m,$$

$$y_1 = 5\ m - \frac{9.8\ \frac{m}{sec^2} \cdot 2.25\ sec^2}{2} \approx -6\ m$$

מקבץ תרגילים 4

1. אבן שנפלה מצוק הגיעה לפני המים כעבור 2 שניות. מה גובה הצוק? מצאו את גודל המהירות הסופית של האבן.
2. גובה התקרה בחדר 5 מטרים. כמה זמן ייפול הכדור מהתקרה לרצפה? באיזו מהירות יש לזרוק את הכדור, כדי שזמן נפילתו יהיה 0.5 שנייה?
3. אבן שנפלה חופשית הגיעה לקרקע במהירות 40 m/sec. מאיזה גובה נפלה האבן? כמה זמן נפלה?
4. אבן נזרקה אופקית במהירות 30 m/sec. מה היתה מהירותה כעבור 4 שניות? מצאו את שינויי שתי הקואורדינטות של האבן בזמן זה.
5. אבן נזרקה אופקית במהירות 20 m/sec מגובה 10 מטרים יחסית לפני כדור הארץ. מצאו את: זמן המעוף; מרחק המעוף; והמהירות בעת הנפילה.
6. כדור נזרק מהקרקע בזווית $45°$ לאופק במהירות 20 m/sec. מצאו את: הגובה המרבי; המרחק האופקי של המעוף; המהירות בנקודת השיא; המהירות והקואורדינטות של הכדור כעבור 2 שניות מרגע הזריקה.

עד כה למדנו על תנועה בתאוצה קבועה. נחקור כעת מקרה אחד של תנועה בתאוצה משתנה: **תנועה מעגלית קצובה**. בתנועה זו המהירות אינה משתנה בגודלה, אלא בכיוונה בלבד.

תנועת גוף במעגל או בקשת מעגל מתרחשת בטבע ובהנדסה לעתים קרובות: הירח נע סביב כדור הארץ במסלול הקרוב למעגלי; כל נקודה על פני שטח כדור הארץ נעה במעגל סביב ציר, העובר דרך מרכז כדור הארץ; נקודות המטוס בזמן ביצוע תרגילים אווירובטיים, כמו גם של המכונית בעקומת הכביש או של רכבת בפניות המסילה – כל אלה נעים בקשתות של מעגל. לכן חשוב ביותר להכיר סוג זה של תנועה. עם זאת לא נלמד על המקרה הכללי יותר של תנועה במעגל – כאשר משתנה לא רק כיוון המהירות, אלא גם גודלה.

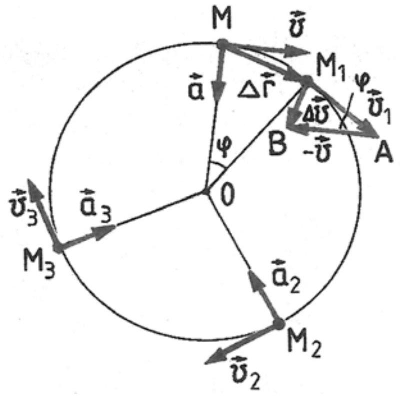
נמצא את גודלו וכיוונו של וקטור התאוצה בתנועת הנקודה במעגל בעל רדיוס R. נניח שברגע t נמצאת נקודה במקום M, וכעבור זמן Δt היא נמצאת במקום M_1 (ראו ציור 48). נסמן את המהירות במקום M באמצעות $\vec{v}$, ובמקום M_1 נסמן באמצעות $\vec{v}_1$. בתנועה קצובה: $v = v_1$. כדי למצוא את שינוי המהירות בזמן Δt, יש להחסיר את וקטור $\vec{v}$ מוקטור $\vec{v}_1$. נחלק את וקטור $\Delta\vec{v}$ בפרק הזמן Δt, ונקבל את התאוצה הממוצעת של הנקודה בפרק זמן זה:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

כאשר פרק הזמן Δt שואף לאפס, שואף וקטור התאוצה הממוצעת לווקטור מסוים, הנקרא **וקטור התאוצה הרגעית** (ראו סעיף 13).

נמצא תחילה את גודל התאוצה הרגעית. כדי לעשות זאת נעביר את וקטור ההעתק $\Delta\vec{r}$, ונתבונן במשולשים OMM_1 ו- M_1AB.

המשולשים דומים, מכיוון שהם שווי שוקיים ובעלי זווית קודקוד שווה.



ציור 48

לכן:

$$\frac{\left|\Delta \vec{v}\right|}{v}=\frac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{R}$$

נחלק את שני האגפים של שוויון זה בפרק זמן Δt, ונקבל:

$$\frac{1}{v}\cdot\frac{\left|\Delta \vec{v}\right|}{\Delta t}=\frac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{\Delta t}\cdot\frac{1}{R}$$

או:

$$\frac{\left|\Delta \vec{v}\right|}{\Delta t}=\frac{v}{R}\cdot\frac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{\Delta t} \qquad (1.22)$$

לפי ההגדרה:

$$\frac{\left|\Delta \vec{v}\right|}{\Delta t}=a_m,\quad \frac{\left|\Delta \vec{r}\right|}{\Delta t}=v_m$$

כאשר פרק הזמן Δt שואף לאפס, יהיה הערך הגבולי של וקטור $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ גודל התאוצה $\vec{a}$ של הנקודה ברגע t; והגודל של וקטור $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ ישאף לגודלו של וקטור המהירות הרגעית $\vec{v}$. השוויון (1.22) יקבל אזי את הצורה:

$$a=\frac{v^2}{R} \qquad (1.23)$$

מכיוון ש- v ו- R קבועים, נשאר אף גודל וקטור התאוצה קבוע בתנועה קצובה של נקודה במעגל.

נמצא את כיוון התאוצה $\vec{a}$. כאשר פרק הזמן Δt שואף לאפס, מכוּון וקטור התאוצה כמו וקטור $\Delta \vec{v}$. ציור 48 מראה שכאשר פרק הזמן Δt שואף לאפס, מתקרבת נקודה M_1 לנקודה M, והזווית φ שואפת לאפס.

כעת נפעיל קצת את הדמיון: תארו לעצמכם שזוויות הבסיס במשולש שווה השוקיים M_1AB שואפות ל- $90°$, ושהזווית בין וקטור $\Delta \vec{v}$ לרדיוס המעגל שואפת לאפס. ברגע הגבולי, כאשר הנקודה M_1 מתקרבת קרוב מאוד לנקודה M, מכוונים אפוא הווקטור $\Delta \vec{v}$ - ובהתאמה גם וקטור התאוצה הרגעית – למרכז המעגל.

זאת הסיבה לכך, שלעתים מכנים את תאוצת הנקודה בתנועה מעגלית קצובה בכינוי **תאוצה צנטריפטלית.**

מכיוון שתוך כדי תנועה של נקודה במעגל מכוונת התאוצה כל הזמן בכיוון הרדיוס אל המרכז, היא משתנה באופן מתמיד בכיוונה. **לכן תנועה קצובה של נקודה במעגל היא תנועה בתאוצה משתנה.**

1. הנקודה נעה במעגל בתנועה קצובה. האם מהירותה קבועה?

2. האם קבועה תאוצת הנקודה, המסתובבת במעגל בתנועה קצובה?

3. כיצד מכוונת התאוצה של קצה מחוג השעון?

תקציר פרק 1

תיאור תנועת הגוף הוא למעשה תיאור תנועותיהן של כל נקודותיו, כלומר זו שיטה המאפשרת לחשב את המקום של כל נקודות הגוף בכל רגע.

את מקום הנקודה יחסית לגוף הייחוס הנבחר אפשר להגדיר באמצעות הקואורדינטות x, y, z או בעזרת רדיוס-וקטור $\vec{r}$.

עבור תנועה קצובה של נקודה במהירות $\vec{v}$ בקו ישר אפשר לחשב את הרדיוס-וקטור בכל רגע t בעזרת הנוסחה:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$

כאשר: $\vec{r}_0$ - רדיוס-וקטור של נקודה ברגע התחלתי $t_0 = 0$.

כאשר הנקודה נעה לאורך ציר קואורדינטות כלשהו, משתנה בזמן קואורדינטה אחת בלבד.

אם התנועה קצובה לאורך ציר Ox, מחושבת קואורדינטת הנקודה בכל רגע הזמן t לפי הנוסחה:

$$x = x_0 + v_x t$$

בנוסחה זו x_0 היא קואורדינטת הנקודה ברגע הזמן $t_0 = 0$, ו- v_x הוא היטל המהירות על ציר Ox.

על מנת לתאר תנועת נקודה שאינה קצובה, יש לחשב את מהירותה בכל רגע. לשם כך מגדירים ערך מיוחד, המאפיין את קצב שינוי המהירות, והמכונה **תאוצה**. כאשר התאוצה קבועה, כלומר גודלה וכיוונה אינם משתנים בזמן, אפשר לחשב אותה על-פי הנוסחה:

$$a = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

כאשר: $\Delta\vec{v}$ - שינוי המהירות בפרק זמן Δt.

בתנועה שוות תאוצה מחושבים מהירות הנקודה ורדיוס-וקטור $\vec{r}$ בכל רגע זמן לפי הנוסחאות:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t ,$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

כאשר: $\vec{r}_0$ ו- $\vec{v}_0$ - רדיוס-וקטור ומהירות הנקודה ברגע ההתחלתי $t_0 = 0$.

תנועה בתאוצה קבועה יכולה להתרחש הן בקו ישר והן בעקומה. כאשר המהירות ההתחלתית של הנקודה שווה לאפס, או כשהיא מכוונת לאורך אותו קו שלאורכו מכוונת התאוצה – נעה הנקודה ישר לאורך קו זה.

אם המהירות ההתחלתית והתאוצה אינן מכוונות לאורך קו אחד, תנוע הנקודה בעקומה. תנועה בעקומה בתאוצה קבועה מתרחשת תמיד באותו מישור, שבו נמצאים וקטורי התאוצה והמהירות ההתחלתית של הנקודה.

אם התנועה בתאוצה קבועה מתרחשת בעקומה במישור xOy, מחושבים היטלי המהירות v_x ו- v_y על הצירים Ox ו- Oy וקואורדינטות x ו- y של הנקודה בכל רגע לפי הנוסחאות:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t \qquad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

בנוסחאות אלה x_0, y_0 הם קואורדינטות הנקודה ברגע הזמן ההתחלתי $t_0 = 0$; v_{0x}, v_{0y} הם היטלי המהירות ההתחלתית על הצירים Ox ו- Oy; a_x, a_y הם היטלי התאוצה על אותם צירים.

בתנועה קצובה של נקודה במעגל אין התאוצה משתנה בגודלה, ובכל רגע היא מכוונת אל מרכז המעגל. במקרה זה הקשר בין גודל התאוצה a לבין גודל המהירות v ולבין רדיוס המעגל R הוא באמצעות הנוסחה:

$$a = \frac{v^2}{R}$$

תנועה קצובה במעגל של נקודה היא תנועה בתאוצה משתנה, מכיוון ש**כיוון** התאוצה משתנה באופן מתמיד.

א19 § תנועה לאורך קו ישר בתאוצה משתנה

עד כה למדנו על אודות תנועה בקו ישר בתאוצה קבועה בגודלה. עתה נחקור מקרה אחר של תנועה בקו ישר, שבמהלכה משתנה גודל התאוצה. זוהי תנועה שבה המהירות אינה משתנה בכיוונה, אך קצב שינוי גודלה איננו אחיד.

בטבע ובהנדסה קיימים מקרים רבים, שתאוצת הגוף תלויה במקומו או במהירותו. כך תאוצת הנפילה החופשית g הולכת וקטנה עם גובה הגוף מעל פני הקרקע (בגובה h = 100 ק"מ: $g = 9.5\ \frac{m}{sec^2}$; בגובה של 300 ק"מ: $g = 8.9\ \frac{m}{sec^2}$; בגובה h = 1000 ק"מ: $g = 7.3\ \frac{m}{sec^2}$).

משתנה בגודלה גם תאוצת הגוף, הנע בתוך תווך, בהתאם למהירות הגוף (בדרך כלל התאוצה שלילית עקב התנגדות התווך, ההולכת וגדלה בגדול מהירות הגוף בתווך).

כיצד משתנה מהירות הגוף כאשר משתנה התאוצה? וכיצד נגדיר ונחשב את התאוצה עצמה כאשר היא משתנה כל רגע ורגע?

בדומה לתנועה במהירות משתנה אפשר להשתמש במושג **תאוצה רגעית**, ולהגדיר אותה כגבול של היחס $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$, כאשר פרק הזמן Δt שואף לאפס, ומדידות ערכי המהירות נעשות קרוב לרגע t של המדידה.

אם התנועה מתרחשת בקו ישר, ניתן לוותר על הרישום הווקטורי, ולרשום עבור תאוצה רגעית:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right) = \frac{dv}{dt}$$

הביטוי $\frac{dv}{dt}$ מכונה **הנגזרת של המהירות בזמן**, ולעתים מסומן כ- v'.

אם ידועה תלות המהירות בזמן, ניתן לחשב את התאוצה הרגעית.

לדוגמה: אם ידוע שמהירות הגוף משתנה בזמן על-פי הקשר:

$$v(t) = gt + a$$

כאשר: a – קבוע , אזי בעזרת כללי הנגזרת נקבל:

$$v'(t) = (gt)' + (a)' = g$$

כלומר תנועה בתאוצה קבועה (השווה ל- g).

דוגמה נוספת: מהירות של גוף משתנה בזמן על-פי הקשר:

$$v(t) = Gt^2 + gt + a$$

כאשר: a ו- G – קבועים. חישוב התאוצה הרגעית:

$$a(t) = v'(t) = (Gt^2)' + (gt + a)' = 2Gt + g$$

כלומר: התאוצה תלויה בזמן ביחס ישר.

אם ידועה תלות התאוצה בזמן, אפשר לפתור את הבעיה ההפוכה: לחשב את מהירות הנקודה בכל רגע. כדי לעשות זאת ניתן להשתמש בהגדרת התאוצה:

$$a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

ולרשום עבור המהירות בכל רגע:

$$v(t + \Delta t) = v(t) + a(t) \bullet \Delta t$$

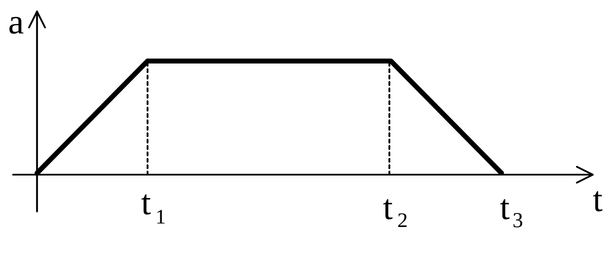
כלומר: המהירות בכל רגע שווה למהירות ברגע הקודם בתוספת מכפלת התאוצה בפרק הזמן שבין שני הרגעים.

הפעולה המתמטית המדויקת, המאפשרת לעשות חישוב כזה, מכונה **חישוב של אינטגרל**:

$$v(t) = \int a(t)\, dt$$

דוגמה נוספת:

גוף נע בקו ישר ובתאוצה משתנה כפי שמתואר בגרף:



באיזה רגע בזמן תהיה מהירות הגוף מרבית?

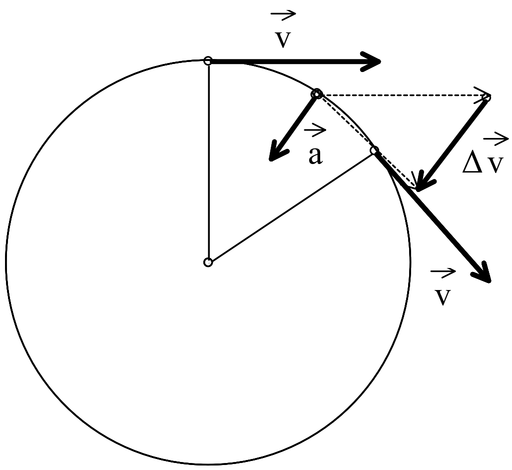
נשתמש בביטוי למהירות: $v(t + \Delta t) = v(t) + a(t)\bullet\Delta t$.

מכיוון שערכי התאוצה a חיוביים בכל זמן התנועה, תגיע מהירות הגוף לערכה המרבי ברגע $t = t_3$ ולא תשתנה עוד (מכיוון שעבור $t > t_3$ התאוצה שווה לאפס, ואִתה מתאפסים כל האיברים $a(t)\bullet\Delta t$).

§19ב תנועה בתאוצה משתנה: מקרה כללי

כאשר הנקודה נעה במסלול שאינו קו ישר, ובמהלך התנועה משנה את מהירותה, משתנה וקטור המהירות $\vec{v}$ הן בגודלו והן בכיוונו.

כפי שנלמד בדיון על אודות תנועה מעגלית, גורם שינוי הכיוון של וקטור המהירות להופעתו של וקטור שינוי המהירות $\Delta\vec{v}$, גם כאשר גודלה של המהירות אינו משתנה:



$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$$

הופעתו של וקטור שינוי המהירות $\Delta\vec{v}$ מעיד על קיום תאוצה $\vec{a}$, המכוונת בכיוון הרדיוס במגמה למרכז המעגל (המכונה **תאוצה צנטריפטלית**), שגודלה:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

נזכיר: כאשר התנועה מתרחשת בקו ישר, מכוון וקטור התאוצה בכיוון התנועה, ואורכו נקבע על-ידי קצב שינוי גודל המהירות:

$$a(t) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

במקרה הכללי של תנועה בעקומה ובמהירות משתנה יש לווקטור שינוי המהירות שני רכיבים: הרכיב הרדיאלי, המבטא את שינוי כיוון המהירות, והרכיב המשיקי (הטנגנציאלי), המבטא את שינוי אורך וקטור המהירות:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = \Delta\vec{v}_r + \Delta\vec{v}_t$$

בהתאם יהיו שני רכיבים לווקטור התאוצה: הרכיב הצנטריפטלי, המוגדר על-ידי אורכו הרגעי של וקטור המהירות ורדיוס העקמומיות: $a_{cp} = \frac{\bar{v}^2}{R}$, והרכיב המשיקי, המוגדר על-ידי קצב שינוי גודל הווקטור:

$$a_t = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$$

כאשר קיימים שני רכיבי תאוצה אלה, אין וקטור התאוצה מכוון לאורך המסלול, אף לא למרכז העקומה, אלא לכיוון המוגדר על-פי כלל המקבילית: