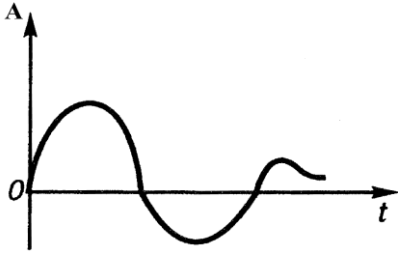
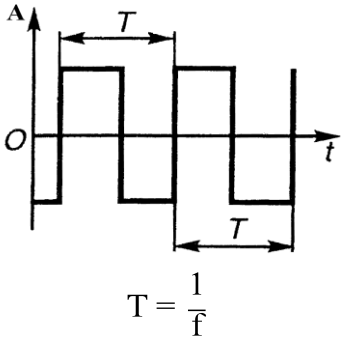
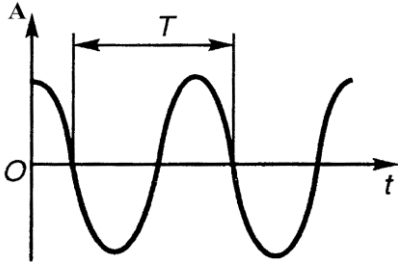


תנודות מכניות וגלים

	<p style="text-align: right;">תנודות</p> <p>תנועות מוגבלות של גוף נקודתי או של גוף בעל ממדים (או שינויים במצבי צבירה), החוזרות במלואן או באופן חלקי סביב ערך כלשהו של הגורם המשתנה, נקראות תנודות.</p> <p>התנודות נקראות תנודות מכניות, כאשר הגורמים המשתנים הם ערכים מכניים (כמו העתקים, מהירויות, תאוצות, לחצים).</p>
 $T = \frac{1}{f}$	<p style="text-align: right;">תנודות מחזוריות –</p> <p>התנודות שבהן כל ערך של הגורם המשתנה חוזר על עצמו מספר אינסופי של פעמים כעבור פרקי זמן שווים. פרק זמן הקטן ביותר, המפריד בין ערכים שווים של הגורם המשתנה, נקרא מחזור התנודות T.</p> <p>מספר תנודות בשנייה אחת נקרא תדירות התנודות f.</p>
 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	<p style="text-align: right;">תנודות הרמוניות –</p> <p>תנודות מחזוריות של ערך כלשהו, שאפשר לבטא אותן בעזרת פונקציות סינוס או קוסינוס:</p> $A = A_0 \cos(\omega t + \varphi)$ <p>A_0 – משרעת התנודות – הערך הגדול ביותר (בערכו המוחלט) של הגורם המשתנה,</p> <p>φ – המופע (הפאזה) ההתחלתי,</p> <p>ω – תדירות זוויתית:</p>

תנודות מכניות וגלים (המשך)

מטוטלת מתמטית –

גוף קטן התלוי בחוט דק, המתנדנד בהשפעת כוח הכבידה (בהעדר חיכוך אוויר וחיכוך בנקודת התלייה). תנודות המטוטלת המתמטית בעלות משרעה קטנה (עד 5 מעלות) הן תנודות הרמוניות. מחזור תנודות המטוטלת המתמטית:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

כאשר l – אורך החוט ו- g – תאוצת הנפילה החופשית.

גם תנודות המשקולת התלויה על קפיץ הן הרמוניות אם עיוותי הקפיץ בהתארכותו והתכווצותו מתוארים על ידי חוק הוק, כוחות החיכוך קטנים ומסת הקפיץ M זניחה לעומת מסת הגוף המתנדנד m :

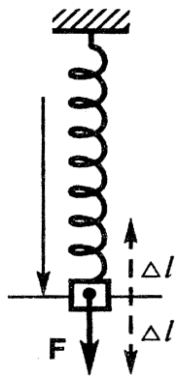
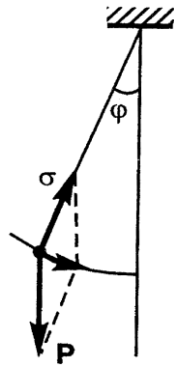
$$M \ll m$$

בתנאים האלה, אפשר לחשב את מחזור התנודות לפי הנוסחה:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

k – קבוע הקפיץ, השווה ליחס בין הכוח החיצוני F לבין השינוי באורך הקפיץ Δl :

$$k = \frac{F}{\Delta l}$$

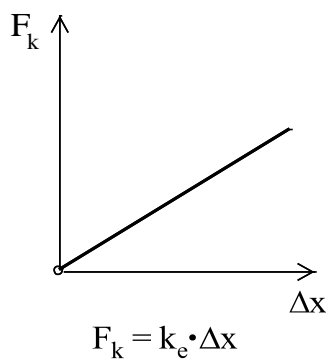


כוחות קוואזי-אלסטיים –

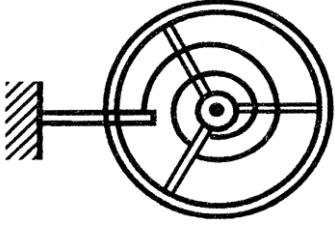
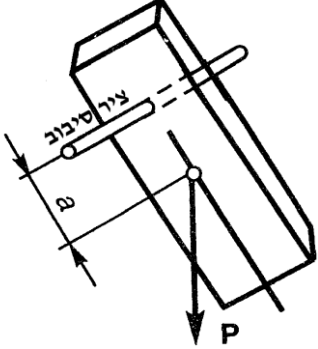
לפי הנוסחה $T = 2\pi \sqrt{m/k}$ אפשר לחשב את מחזור התנודות ההרמוניות אשר מתקיימות לא רק בהשפעת כוחות אלסטיים, אלא כל כוח שגודלו נמצא ביחס ישר להתרחקות הגוף ממצב שיווי המשקל (כוחות כאלה נקראים קוואזי-אלסטיים):

k_e – קבוע הכוח

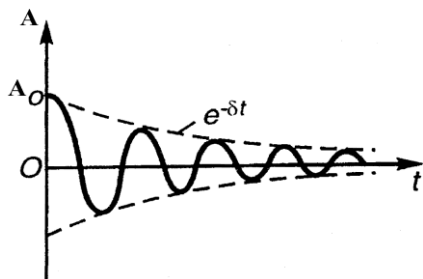
Δx – התרחקות ממצב שיווי המשקל



תנודות מכניות וגלים (המשך)

 $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$	<p>גלגל-מטוטלת</p> <p>גוף המבצע תנודות סיבוביות בהשפעת קפיץ (לדוגמה, גלגל שיניים בשעון מכני). כאשר משרעת התנודות וכוחות החיכוך קטנים, התנודות הן הרמוניות, ואת מחזור התנודות אפשר לחשב לפי הנוסחה:</p> <p>כאשר</p> <ul style="list-style-type: none"> I – מומנט התמדה יחסית לציר הסיבוב, D – הקשיחות הסיבובית – הערך הסקלרי, השווה לגודל מומנט הכוח הדרוש כדי לסובב את הגוף לזווית של רדיאן אחד.
	<p>מטוטלת פיזיקלית</p> <p>גוף המתנדנד סביב ציר אופקי בהשפעת כוח כבידה. מחזור התנודות, T, של המטוטלת הפיזיקלית מוגדר לפי הנוסחה:</p> $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}$ <p>כאשר:</p> <ul style="list-style-type: none"> I – מומנט ההתמדה של הגוף יחסית לציר העובר דרך נקודת התלייה a – מרחק מציר הסיבוב למרכז הכובד של הגוף m – מסת הגוף g – תאוצת הנפילה החופשית
$I = \frac{I}{ma}$	<p>האורך השקול</p> <p>אורך החוט של מטוטלת מתמטית, אשר מחזור התנודות שלה שווה למחזור התנודות של המטוטלת הפיזיקלית הנתונה.</p>

תנודות מכניות וגלים (המשך)



$$A = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\delta = \frac{r}{2m}, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k_e}{m}$$

תנודות דועכות

תנודות אשר משרעתן הולכת וקטנה במהלך הזמן.

משוואת התנודות הדועכות:

A – התרחקות הגוף ממצב שיווי המשקל

A_0 – הערך החיובי הנקרא המשרעת

ההתחלתית

δ – מקדם דעיכה

$A_0 e^{-\delta t}$ – משרעת תנודות בזמן t

ω – תדר זוויתי

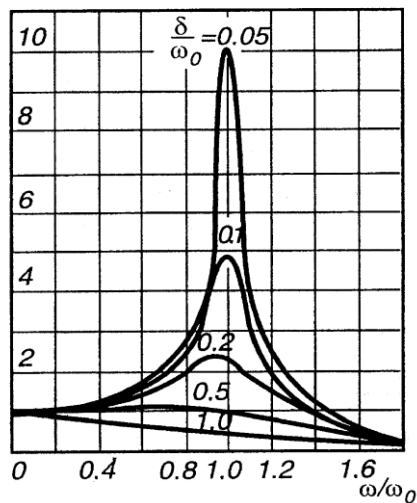
r – קבוע התנגדות השווה ליחס של כוח

חיכוך למהירות תנודות של החלקיקים

m – מסת הגוף

k_e – קבוע הכוח הקוואזי-אלסטי

A/A_0



תנודות מאולצות

תנודות בהשפעת כוח חיצוני מחזורי

$$F = F_0 \cos \omega t$$

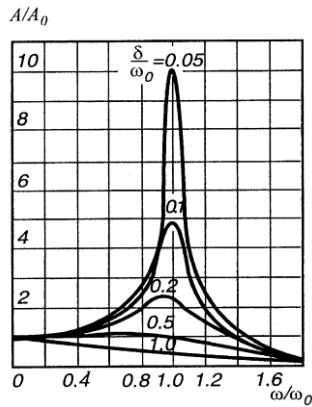
תדר התנודות שהתייצבו שווה לתדר הכוח המאלץ. משרעת התנודות המאולצות הולכת וגדלה באופן דרסטי כאשר מחזור התנודות של הכוח המאלץ מתקרב למחזור התנודות העצמיות של הגוף.

תופעה זאת נקראת **תהודה**.

כאשר כוחות החיכוך גדולים (דעיכה גדולה), התהודה חלשה או אינה קיימת כלל (למשל

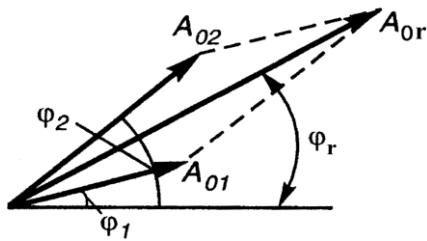
כאשר $\frac{\delta}{\omega_0} \geq 1$).

תנודות מכניות וגלים (המשך)



תנודות דועכות (המשך)

בציר x של הגרף רשומים הערכים של ω/ω_0 (כאשר ω_0 הוא תדר התנודות העצמיות בהעדר חיכוך), ובציר y רשומים הערכים של A/A_0 , כאשר A_0 מייצג את ההתרחקות הסטטית, שהיתה נגרמת על ידי כוח קבוע השווה למשרעת הכוח ההרמוני. עקומות שונות מתאימות לערכים שונים של היחס δ/ω_0 .



חיבור תנודות הרמוניות

כאשר מחברים שתי תנודות בעלות תדרים וכיוונים זהים, נוצרות תנודות הרמוניות בעלות תדר השווה לתדר התנודות המתחברות, משרעת שונה A_{0r} , ומופע התחלתי אחר, φ_r . את המשרעת השקולה במקרה זה אפשר לחשב לפי השרטוט והנוסחה:

$$A_{0r}^2 = A_{01}^2 + A_{02}^2 + 2A_{01}A_{02}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

את התנודה שהיא אינה הרמונית אפשר להציג כתוצאת החיבור של כמה תנודות הרמוניות בעלות תדרים, משרעות ומופעים התחלתיים שונים.

תנודות הרמוניות אלה נקראות **הרמוניות** המרכיבות את התנודה הלא-הרמונית.

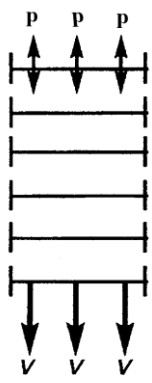
הערה

תכונה זאת של התנודות היא תוצאה ישירה של **משפט פורייה** במתמטיקה, המלמד על פירוק כל פונקציה לסכום של כמה פונקציות סינוס וקוסינוס בעלות מחזורים שונים.

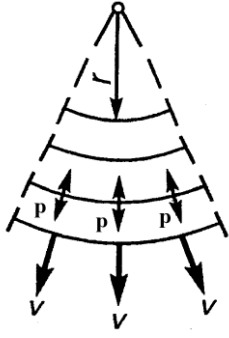
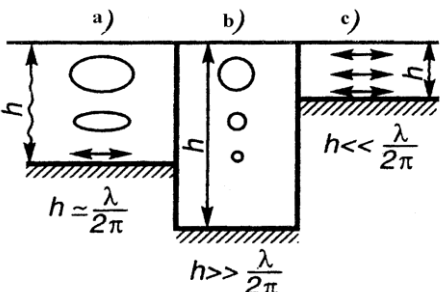
הרמוניות

תנודות מכניות וגלים (המשך)

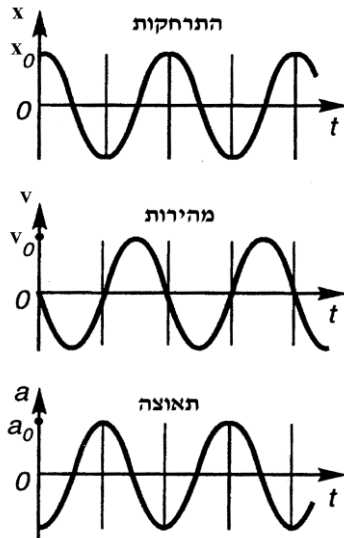
	<p>חיבור תנודות הרמוניות בעלות תדרים כפולים</p> <p>כאשר מחברים תנודות הרמוניות בעלות כיוון דומה ותדירויות שונות, נוצרות תנודות לא-הרמוניות התלויות במשרעות ובמופעים התחלתיים של הרמוניות וגם במספרן.</p> <p>הגרפים משמאל מציגים את תוצאות החיבור של ארבע הרמוניות ראשונות בצירופים שונים ביניהן.</p>
	<p>צורות ליסאז'ו</p> <p>כאשר מחברים תנודות הרמוניות בעלות מישורי תנודות ניצבים, נוצרות תנודות שבהן מישור התנודות אינו קבוע במרחב, ומסלולי החלקיקים המתנדנדים מהווים צורות מורכבות ומשתנות בזמן – צורות ליסאז'ו.</p> <p>כאשר תדרי התנודות ω_1 ו-ω_2 שווים, הצורות הן אליפטיות, אשר הופכים לקטעים ישרים כאשר הפרש המופעים ההתחלתיים הוא מכפלה של π: $\varphi = m\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$</p> <p>אם יחס התדרים שווה למספר שלם, הצורות אינן משתנות. צורתן תלויה ביחס התדרים ובהפרש המופעים ההתחלתי.</p>
<p>שינויים בזמן של כל ערך פיזיקלי המתפשטים במרחב. מהירות גל – מהירות ההתפשטות של הזעזועים בתווך.</p>	<p>גלים</p>

תורת הגלים	
גלים הרמוניים	<p>אם הערכים המאפיינים את מצב התווך שבו מתפשט הגל (כמו צפיפות, התרחקות חלקיקים, לחץ) משתנים לפי חוק הרמוני, אזי הגלים נקראים הרמוניים.</p>
אורך גל	<p>המרחק שבו מתפשט הגל בפרק זמן השווה למחזור תנודות אחד:</p> <p>v – מהירות הגל</p> <p>f – תדירות</p>
$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f}$	
משוואת גל מישורי –	<p>ביטוי מתמטי מסוג:</p> <p>מתאר את שינוי מצב התווך שבו מתפשט גל הרמוני.</p> <p>p הוא פרמטר כלשהו המתאר את התווך, כמו לחץ, טמפרטורה וכד'.</p> <p>A – משרעה</p> <p>ω – תדר זוויתי</p> <p>r – מרחק ממקור הגל לנקודת המרחב שבה מתקיימת המשוואה</p> <p>v – מהירות הגל</p> <p>$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – מספר הגל</p> <p>$(\omega t - kr)$ – מופע</p> <p>משרעת הגל המישורי אינה תלויה ב- r</p>
$p = A \cos \left(\omega \left(t - \frac{r}{v} \right) \right) =$ $= A \cos (\omega t - kr)$ 	
מעטפת הגל	<p>משטח העובר דרך נקודות בהן התנודות מתרחשות במופעים שווים.</p>

תורת הגלים (המשך)

<p style="text-align: center;">מקור נקודתי</p> 	<p style="text-align: center;">מעטפת גל (המשך)</p> <p>בהתאם לצורתה של מעטפת הגל קיימים גלים מישוריים (המעטפת – מישור), גליליים (המעטפת – גליל) וכדוריים (המעטפת – כדור).</p>
$p_c = \frac{A}{\sqrt{r}} \cos(\omega t - kr)$	<p style="text-align: center;">משוואת גל גלילי</p> <p style="text-align: center;">$\frac{A}{\sqrt{r}} =$ משרעת הגל</p>
$p_c = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr)$	<p style="text-align: center;">משוואת גל כדורי</p> <p style="text-align: center;">$\frac{A}{r} =$ משרעת הגל</p>
<p>גלים על פני נוזלים הם לא אורכיים ולא רוחביים.</p> <p>תנועת חלקיקי מים בגל על פני המים תלויה ביחס $\frac{\lambda}{h}$ של אורך הגל לעומק המים.</p> 	<p style="text-align: center;">גלים אורכיים ורוחביים</p> <p>כאשר תנועת חלקיקי התווך בגל מתרחשת במקביל לכיוון התפשטותו, הגל נקרא גל אורכי.</p> <p>הגל המתפשט בכיוון הניצב למישור שבו מתנדנדים חלקיקי התווך, נקרא גל רוחבי.</p> <p>גלים מכניים בנוזלים ובגזים הם גלים אורכיים; בגופים מוצקים אפשריים ומתפשטים הן גלים אורכיים והן רוחביים.</p>

תורת הגלים (המשך)



משוואות גל מתקדם

משוואת התרחקות

$$x = A \cos(\omega t - kx)$$

A – משרעת

משוואת המהירות

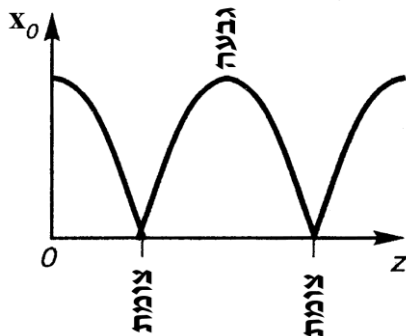
$$v = -v_0 \sin(\omega t - kx)$$

$v_0 = \omega A$ – משרעת המהירות

משוואת התאוצה

$$a = -a_0 \cos(\omega t - kx)$$

$a_0 = \omega^2 A$ – משרעת התאוצה



$$x = 2A \cos(kz) \cos(\omega t)$$

$$x_0 = 2A |\cos(kz)|$$

$$z = m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$z = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

גלים עומדים

גלים עומדים נוצרים מחיבור שני גלים מונוכרומטיים (הרמוניים ובעלי אורך גל שווה), המתפשטים בכיוונים מנוגדים. (מצב זה יכול לקרות בהחזרת גל ממחסום כלשהו).

משוואת הגל העומד הנוצר מחיבור שני הגלים המתפשטים בכיוון z:

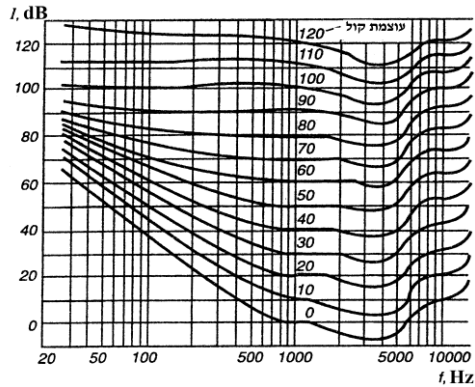
משרעת הגל העומד שונה בנקודות שונות של z:

הנקודות שבהן המשרעות מקסימליות נקראות **גבעות**; הן נמצאות במישורים בעלי הקואורדינטות:

הנקודות שבהן המשרעת שווה לאפס, נקראות **צמתים**. הצמתים נמצאים במישורים המקיימים את התנאי:

גלי קול (המשך)	
	<p>גלי קול, קול אולטרה-גבוה (אולטרה-סאונד), קול אינפרא</p> <p>גלי קול הם גלים מכניים בעלי תדירויות בתחום בין 17 – 20 הרץ עד ל 20,000 הרץ.</p> <p>גלי קול המתפשטים באוויר והפוגעים באוזן יוצרים תנודות מכניות של עור התוף באוזן, שמועברים למוח ויוצרים תחושה של צליל.</p> <p>גלים בעלי תדירויות הנמוכות מ- 20 הרץ אינם נשמעים כצלילים, והם נקראים קול אינפרא.</p> <p>גלים בעלי תדירויות גבוהות מ- 20,000 הרץ גם אינם נשמעים כצלילים, והם נקראים קול אולטרה-גבוה. שימוש בגלים אלה נפוץ מאוד ברפואה.</p>
	<p style="text-align: center;">שטף אנרגיה קולית, עוצמה, גון הקול</p> <p>שטף אנרגיה קולית – אנרגיה המועברת על ידי גלי קול דרך מעטפת הגל בפרק זמן של 1 שנייה.</p> <p>אוזן מבדילה בין עוצמה, גובה וגון של קול.</p> <p>עוצמת הקול נקבעת על ידי משרעת הגל, גובה – על ידי התדירות, וגון קול – על ידי התדרים והמשרעות של ההרמוניות.</p>
$I = \frac{\rho \cdot v \cdot v_0^2}{2}$ $1 \text{ db} = 10 \lg_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$ $I_0 = 10^{-9} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	<p style="text-align: center;">עוצמה</p> <p>אנרגיה ממוצעת המועברת על ידי הגל דרך המעטפת בשטח של 1 מ"ר בשנייה אחת. עוצמה I של גלי קול מכונה לעתים עוצמת קול, ואפשר לחשבה בעזרת הנוסחה:</p> <p>כאשר</p> <p>ρ – צפיפות התווך</p> <p>v – מהירות ההתפשטות של גל הקול</p> <p>v_0 – משרעת מהירות התנודות של החלקיקים.</p> <p>העוצמה היחסית של קול נמדדת בדציבלים (מסמנים ב- db):</p>

גלי קול (המשך)



עוצמת קול (המשך) –

כפי שהיא נקלטת באוזן תלויה בעוצמת גלי הקול. קיימת עוצמה מינימלית מסוימת הנקראת **סף השמיעה**, אשר אוזן אינה שומעת קול חלש יותר. סף השמיעה שונה לתדרים שונים. בעוצמות קול חזקות מופיעה באוזן תחושת כאב. העוצמה המינימלית שגורמת לכאב נקראת **סף הכאב**. הגרף מציג תלות של עוצמת קול בתדר, כאשר הגרף התחתון מתאים לסף השמיעה, והגרף העליון – לסף הכאב.

לחץ קולי

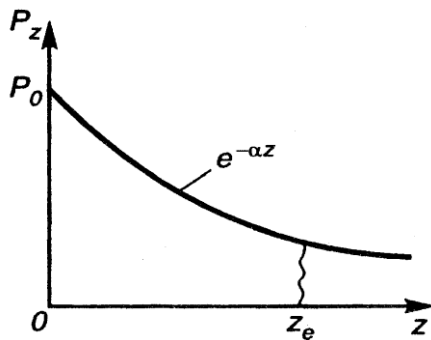
התפשטותו של גל קול משמעותו – גל של שינויי לחץ בתווך. המשרעת של גל הלחץ: כאשר ρ – צפיפות v_0 – המשרעת של מהירות התנודות של חלקיקי התווך v – מהירות הגל

$$\Delta p_0 = \rho \cdot v \cdot v_0$$

בליעת קול

יחס של שטף האנרגיה הקולית שנבלע בתווך לשטף הנכנס נקרא **מקדם הבליעה**. המשרעת של גלי לחץ הולכת וקטנה במהלך התפשטותם של הגלים בתוך התווך על פי החוק:

$$p_z = p_0 e^{-\alpha z}$$



מהירות קול	
מהירות קול, מ"/שנייה	תווך
גזים (לחץ אטמוספרי, טמפרטורה $t = 0^{\circ} \text{C}$)	
0	ריק
331	אוויר
965	הליום
259	פחמן דו-חמצני
494	אדי מים ($t = 134^{\circ} \text{C}$)
1,284	מימן
435	ניאון
נוזלים	
1,435	מים מתוקים
1,550	מי ים
1,180	אלכוהול
1,451	כספית
מוצקים	
5,080	אלומיניום
3,980	קרח
46	גומי
5,370	זכוכית
5,050	פלדה
3,710	נחושת