

חשבון

מספרים ראשוניים ומורכבים. המחלק הגדול ביותר והמכפלה הקטנה ביותר

<p style="text-align: center;">דוגמאות</p> <p>מספרים ראשוניים: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...</p> <p>מספר 1 אינו נחשב מספר ראשוני, ולא מספר מורכב.</p>	<p>מספר ראשוני הוא מספר המתחלק באחת ובעצמו בלבד.</p> <p>מספרים אחרים נקראים מורכבים.</p>																																										
<p style="text-align: center;">דוגמה</p> <p>מצאו את המחלק הגדול ביותר של המספרים 126, 540, 630.</p> <p style="text-align: center;">פתרון</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">126</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">540</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">630</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">63</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">270</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">315</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">21</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">135</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">105</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td><td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">45</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">35</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">15</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td><td style="padding: 2px 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;"></td> </tr> </table> <p>126 = 2 · 3² · 7; 540 = 2² · 3³ · 5; 630 = 2 · 3² · 5 · 7</p> <p>המחלק הגדול ביותר הוא: 2 · 3² = 18</p>	126	2	540	2	630	2	63	3	270	2	315	3	21	3	135	3	105	3	7	7	45	3	35	5	1		15	3	7	7			5	5		1			1				<p>המחלק הגדול ביותר של סדרת מספרים טבעיים הוא המספר הטבעי הגדול ביותר עליו מתחלקים כל המספרים.</p> <p>כדי לחשב את המחלק הגדול ביותר, מפרקים את כל המספרים לגורמים ראשוניים, ומחשבים את מכפלתם של הגורמים המשותפים, כאשר כל גורם נכנס במכפלה כחזקה עם המעריך הקטן ביותר בין כל הגורמים.</p>
126	2	540	2	630	2																																						
63	3	270	2	315	3																																						
21	3	135	3	105	3																																						
7	7	45	3	35	5																																						
1		15	3	7	7																																						
		5	5		1																																						
		1																																									
<p style="text-align: center;">דוגמה</p> <p>מצאו את המכפלה הקטנה ביותר של המספרים 315, 300, 270.</p> <p style="text-align: center;">פתרון</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">270</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">300</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">315</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">135</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">150</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">105</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">45</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">75</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">35</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">15</td><td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">25</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">7</td><td style="padding: 2px 5px;">7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">5</td><td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;"></td> </tr> </table> <p>270 = 2 · 3³ · 5; 300 = 2² · 3 · 5² 315 = 3² · 5 · 7</p>	270	2	300	2	315	3	135	3	150	2	105	3	45	3	75	3	35	5	15	3	25	5	7	7	5	5	5	5	1	1	1		1				<p>המכפלה הקטנה ביותר של סדרת מספרים טבעיים הוא המספר הקטן ביותר שמתחלק בכל אחד מהמספרים.</p> <p>כדי לחשב את המכפלה הקטנה ביותר, מפרקים כל מספר לגורמים ראשוניים, ומחשבים את מכפלתם של הגורמים המשותפים, כאשר כל גורם נכנס במכפלה כחזקה עם המעריך הגדול ביותר בין כל הגורמים.</p> <p>התשובה: 2² · 3³ · 5² · 7 = 18900</p>						
270	2	300	2	315	3																																						
135	3	150	2	105	3																																						
45	3	75	3	35	5																																						
15	3	25	5	7	7																																						
5	5	5	5	1	1																																						
1		1																																									

סימני החילוק של מספרים טבעיים	
דוגמה 345 אינו מתחלק ב-2, מכיוון ש-5 היא ספרה אי-זוגית. 18358 מתחלק ב-2, מכיוון ש-8 היא ספרה זוגית.	סימני חילוק ב-2 ב-2 מתחלקים המספרים שספרת היחידות שלהם היא 0 או זוגית. מספר המתחלק ב-2 נקרא זוגי .
דוגמה 34800 מתחלק ב-4; 15164 מתחלק ב-4, מכיוון ש-64 מתחלק ב-4. 115 לא מתחלק ב-4.	סימני חילוק ב-4 ב-4 מתחלקים המספרים ששתי הספרות האחרונות (יחידות ועשרות) הן 0 או מספר דו-ספרתי המתחלק ב-4.
דוגמה מספרים 100, 1000, 125, 350, 675 מתחלקים ב-25, מכיוון ששתי הספרות האחרונות הן אפסים, או מספר המתחלק ב-25.	סימני חילוק ב-25 ב-25 מתחלקים המספרים ששתי הספרות האחרונות (יחידות ועשרות) בהם הן אפסים, או מספר דו-ספרתי המתחלק ב-25.
דוגמה 381 מתחלק ב-3 ולא מתחלק ב-9, מכיוון שסכום הספרות $3 + 8 + 1 = 12$ מתחלק ב-3 ולא מתחלק ב-9.	סימני חילוק ב-3 וב-9 ב-3 (וב-9) מתחלקים המספרים, שסכום כל הספרות שלהם מתחלק ב-3 (או ב-9) בלבד.
דוגמה ב-5 מתחלקים המספרים 85, 160, 345, 2345 וכד'; 243 לא מתחלק ב-5 מכיוון שספרת היחידות שלו 3.	סימני חילוק ב-5 ב-5 מתחלקים מספרים כאלה, שספרת היחידות שלהם שווה ל-0 או ל-5.
דוגמה 342 מתחלק ב-6, מכיוון שהמספר מתחלק ב-2 וב-3.	סימני חילוק ב-6 ב-6 מתחלקים המספרים שמתחלקים ב-2 וב-3 בו-זמנית.
דוגמה 320, 8400 מתחלקים ב-10; 54000 מתחלק ב-10, 100 וב-1000.	סימני חילוק ב-10, 100 וב-1000 ב-10 מתחלקים מספרים המסתיימים באפס. ב-100 מתחלקים מספרים המסתיימים בשני אפסים. ב-1000 מתחלקים מספרים המסתיימים בשלושה אפסים.

שברים פשוטים

<p>אם $a < b$ השבר נקרא שבר רגיל אם $a > b$ השבר נקרא שבר מדומה</p> <p>שברים רגילים: $\frac{2}{7}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}$</p> <p>שברים מדומים: $\frac{4}{4} = 1, \frac{7}{5}, \frac{6}{5}$</p>	<p>ביטוי מהסוג $\frac{a}{b}$ או כאשר $a:b$ כאשר $b \neq 0$ נקרא שבר. המספר a נקרא מונה השבר, המספר b נקרא מכנה השבר.</p>
<p style="text-align: center;">דוגמה</p> $\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5} = 2\frac{3}{5}$ <p>2 – חלק שלם מחילוק המספר 13 ב-5, 3 – שארית.</p> <p>השבר $2\frac{3}{5}$ הוא שבר מעורב.</p>	<p>מכל שבר מדומה ניתן לבודד חלק שלם וחלק שברי.</p> <p>שבר מדומה ניתן לרשום בצורה $A\frac{b}{c}$ כאשר $b < c$. צורה כזאת נקראת שבר מעורב.</p>
<p style="text-align: center;">דוגמה</p> $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ <p>מכיוון שמתקיים: $2 \cdot 3 = 4 \cdot 6$</p>	<p style="text-align: center;">התכונה העיקרית של שבר</p> <p>שני שברים $\frac{a}{b}$ ו- $\frac{c}{d}$ נקראים שווים אם מתקיים השוויון: $a \cdot d = b \cdot c$</p>
$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$ <p>דוגמת הצמצום: $\frac{18}{30} = \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{3}{5}$</p>	<p>שבר לא ישתנה אם נכפיל (או נחלק) מונה ומכנה של השבר באותו מספר. פעולת החילוק באותו מספר נקראת צמצום השבר.</p>
<p>פעולות עם שברים $(\frac{c}{d} - \frac{a}{b})$</p>	
$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}; c \neq 0$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}; b \neq 0, d \neq 0$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; b \neq 0, d \neq 0$	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$ <p>$b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$</p> $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}; b \neq 0$

שברים עשרוניים	
$\frac{3}{10}=0.3 \quad \frac{51}{100}=0.51 \quad \frac{7}{1000}=0.007$ $6.125 = 6 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$	<p>לשבר פשוט, אשר מכנהו שווה ל- 10, 100, 1000 וכו' – קוראים שבר עשרוני.</p> <p>$6.125 \leq$</p> <p>6 – חלק שלם, 1 – עשירית, 2 – מאיות, 5 – אלפיות.</p>
תכונות של שברים עשרוניים	
$15.8 = 15.80 = 15.800 = \dots$ $\times 10$ $13.21 \rightarrow 132.1$ $:100$ $13.21 \rightarrow 0.1321$	<p>1. שבר עשרוני לא ישנה את ערכו אם נוסיף אליו מימין מספר אפסים כולשהו.</p> <p>2. שבר עשרוני יגדל פי – 10, 100, 1000 וכו', אם נעביר את הנקודה העשרונית ימינה לספרה אחת, שתיים, שלוש, וכו' בהתאמה.</p> <p>3. שבר עשרוני יקטן פי – 10, 100, 1000 וכו', אם נעביר את הנקודה העשרונית שמאלה לספרה אחת, שתיים, שלוש, וכו' בהתאמה.</p>
הפיכת שבר עשרוני לשבר פשוט	
$0.7 = \frac{7}{10}$ $0.25 = \frac{25}{100}$ $0.007 = \frac{7}{1000}$	<p>כדי להפוך שבר עשרוני לשבר פשוט, מספיק לרשום במונה השבר את המספר שמימין לנקודה העשרונית, ובמכנה – את הספרה אחת עם אפסים, שמספרם שווה למספר הספרות מימין לנקודה.</p>
הפיכת שבר פשוט לשבר עשרוני	
$\frac{7}{25} = 0.28$ $\begin{array}{r} 7.0 \overline{) 25} \\ \underline{50} \\ 200 \\ \underline{200} \\ 0 \end{array}$ $\frac{1}{3} = 0.333\dots = 0.(3)$	<p>כדי להפוך שבר פשוט לשבר עשרוני, יש לבצע חילוק ארוך של מונה השבר במכנהו.</p> <p>כתוצאה, יכול להתקבל שבר עשרוני רגיל (סופי), או שבר אינסופי מחזורי.</p>

יחס ופרופורציה

<p style="text-align: center;">דוגמאות</p> <p>פרופורציה מספרית: $\frac{3}{5} = \frac{0.03}{0.05}$</p> <p>פרופורציה אלגברית: $\frac{2-3x}{4} = \frac{5a}{6-7x}$</p>	<p>פרופורציה היא שוויון שני יחסים:</p> $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ <p>$b \neq 0, d \neq 0$</p> <p>a ו-d - איברי קצה של הפרופורציה</p> <p>c ו-b - האיברים הפנימיים</p>
<p>התכונה העיקרית של הפרופורציה</p> $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	
<p>ביטוי אחד מאיברי הפרופורציה באמצעות האחרים</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$a = \frac{b \cdot c}{d}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$b = \frac{a \cdot d}{c}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$c = \frac{a \cdot d}{b}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$d = \frac{b \cdot c}{a}$</div> </div>	
<p>פרופרציות מיוחדות</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$\frac{a}{b \pm a} = \frac{c}{d \pm c}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;">$\frac{a \pm b}{b \pm a} = \frac{c \pm d}{d \pm c}$</div> </div>	
<p>אחוזים</p>	
$1:100 = 0.01$	1% - אחוז אחד
$\frac{A}{100} = 0.01 \cdot A$	1% מהמספר A
$B = b \cdot \frac{A}{100} = b \cdot 0.01A$	b% מהמספר A
$b = \frac{A}{B} \cdot 100$	יחס מספר A למספר B המבוטא באחוזים
$A = \frac{B}{b} \cdot 100$	מציאת מספר A אם ידוע ש-b% ממנו שווים ל-B